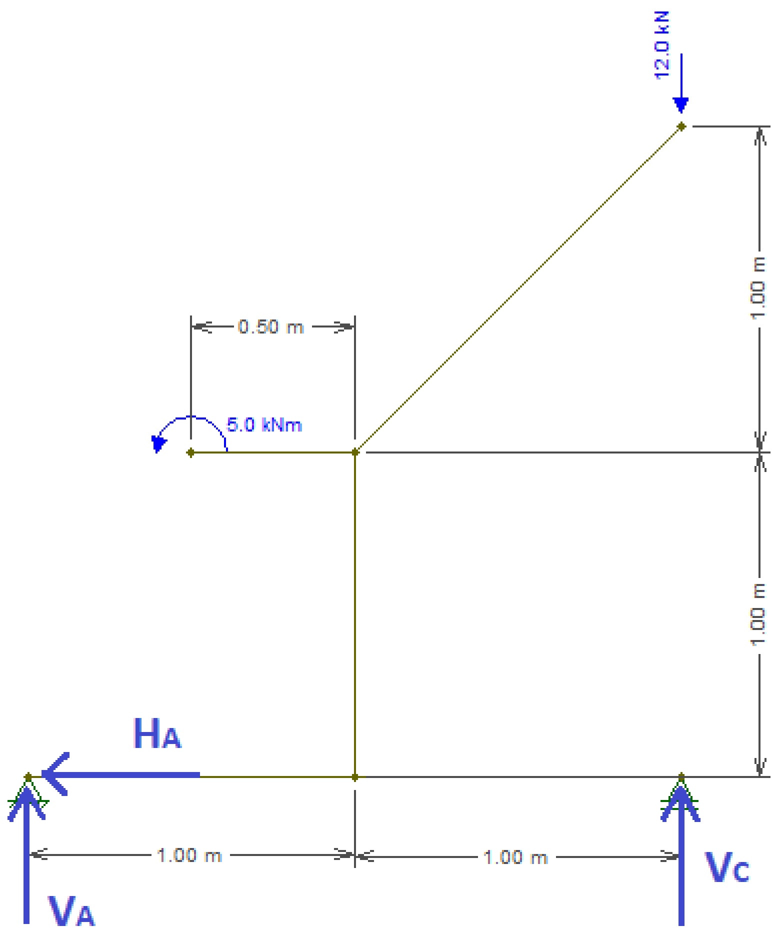
Solución segundo parcial – 2 de diciembre de 2022

Ejercicio 1

a)



Se plantean las siguientes condiciones de equilibrio:

- $\sum H = 0 \leftrightarrow \boldsymbol{H_A = 0}$
- $\sum V = 0 \leftrightarrow V_A + V_C = 0$
- $\sum M_A = 0 \leftrightarrow L \cdot V_C + M - P \cdot L = 0$

De la tercera ecuación se despeja V_C:

$$\boldsymbol{V_C = P - M/L}$$

Sustituyendo en la primera ecuación, se obtiene V_A:

$$\boldsymbol{V_A = M/L}$$

b) Diagrama de directa para los valores de la parte c) en kN.

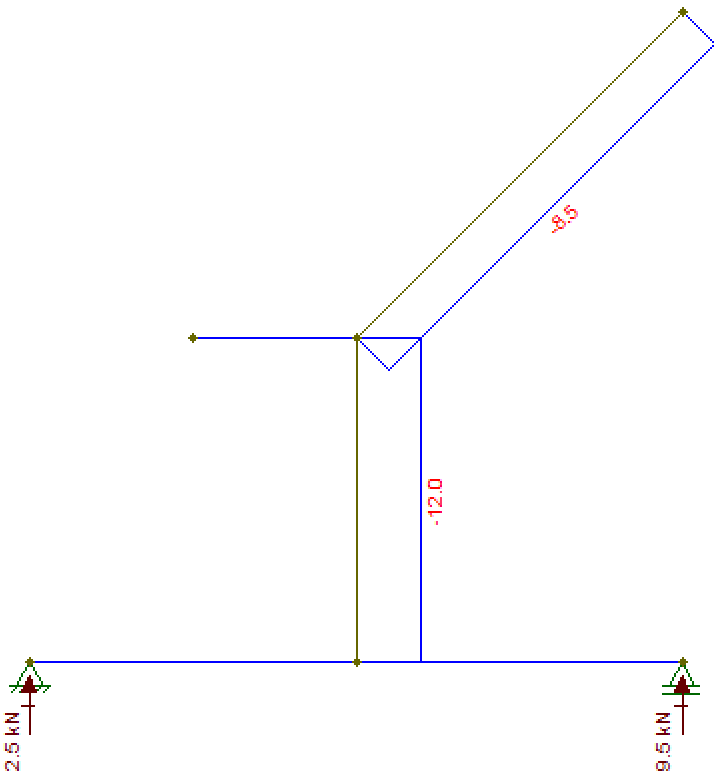


Diagrama de cortante para los valores de la parte c) en kN.

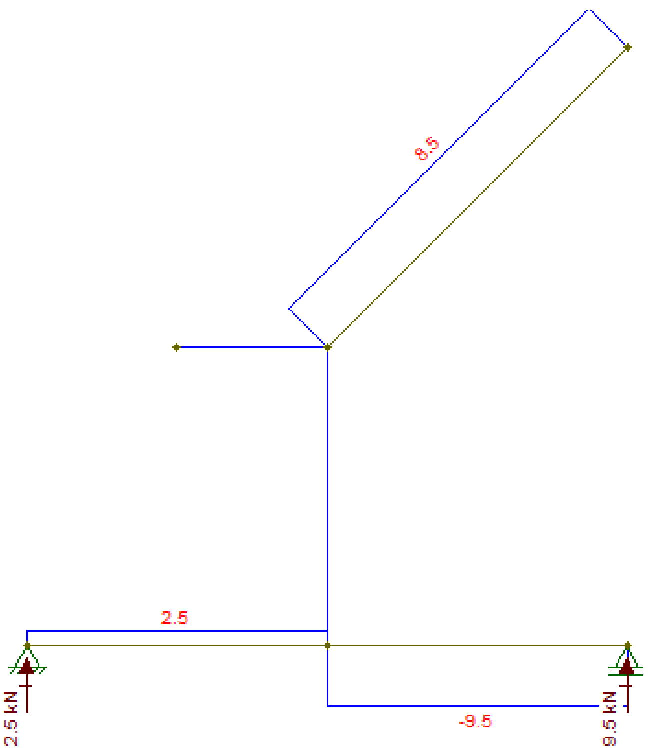
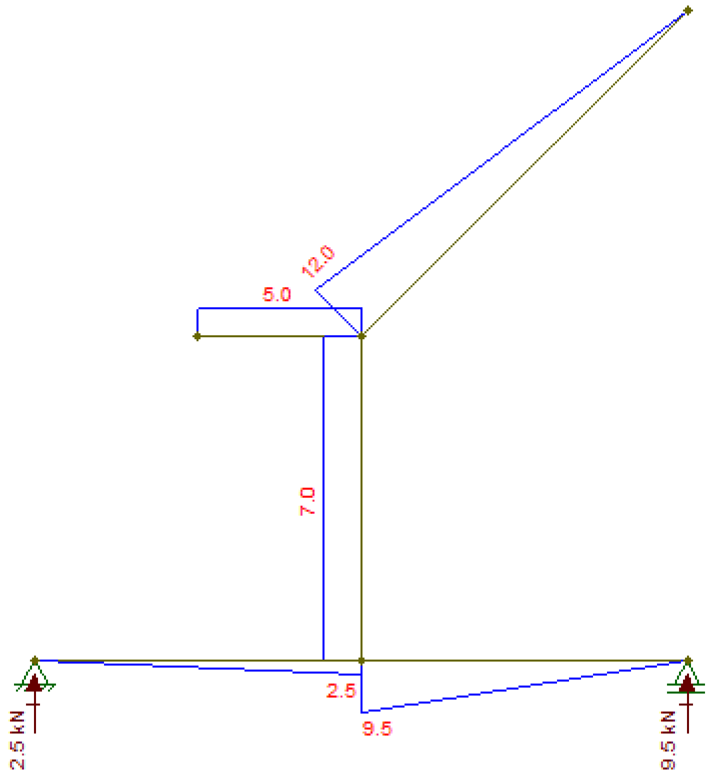


Diagrama de momentos para los valores de la parte c) en kNm.



c) Se predimensiona para momento flector, para posteriormente verificar que no se superan las tensiones admisibles al agregar la tensión ocasionada por el esfuerzo de directa.

$$\frac{M_{máx}}{W} \leq \sigma_{adm}$$

$$\frac{12\ kNm}{W} \leq 140\ MPa$$

$$\frac{12\ kNm}{140\ MPa} = 85{,}7\ cm^3 \leq W$$

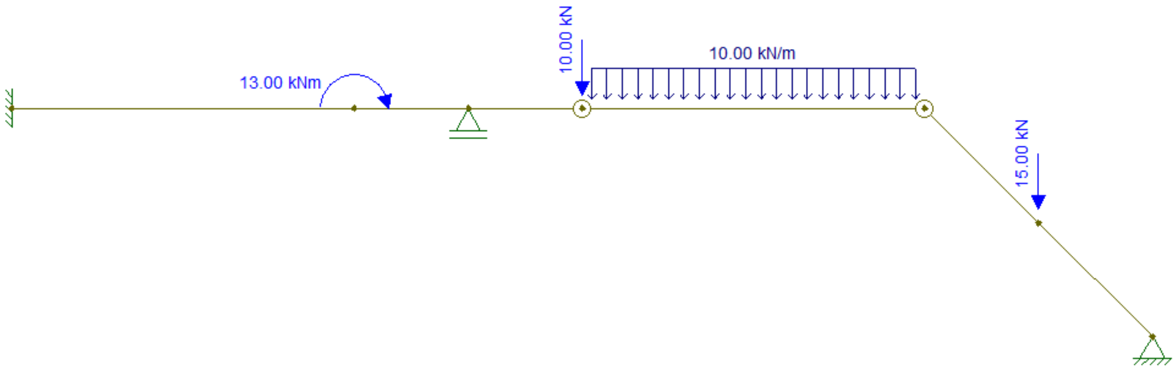
Se selecciona un PNI 160 con W=117 cm^3 y A=22,8 cm^2. Se procede a corroborar a directa:

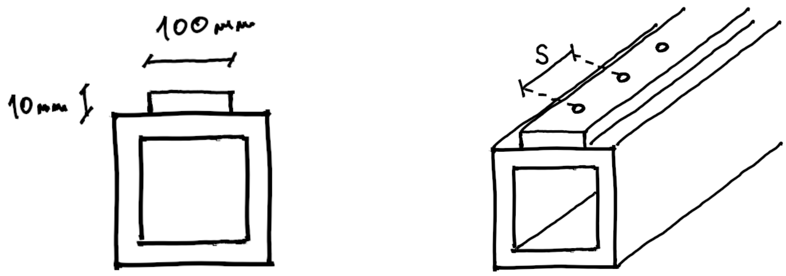
$$\sigma_{máx} = \frac{M_{máx}}{W} + \frac{N}{A} \leq \sigma_{adm}$$

$$\sigma_{máx} = \frac{12\ kNm}{117\ cm^3} + \frac{8{,}5\ kN}{22{,}8\ cm^2} \leq \sigma_{adm}$$

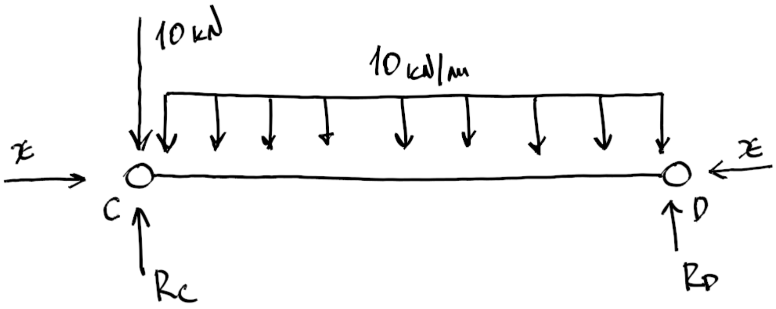
$$\sigma_{máx} = 106{,}3\ MPa \leq 140\ MPa$$

Se verifican las tensiones, por lo cual efectivamente se toma un **PNI 160**.


10.00 kN
10.00 kN/m
13.00 kNm
15.00 kN


100mm
10mm
S

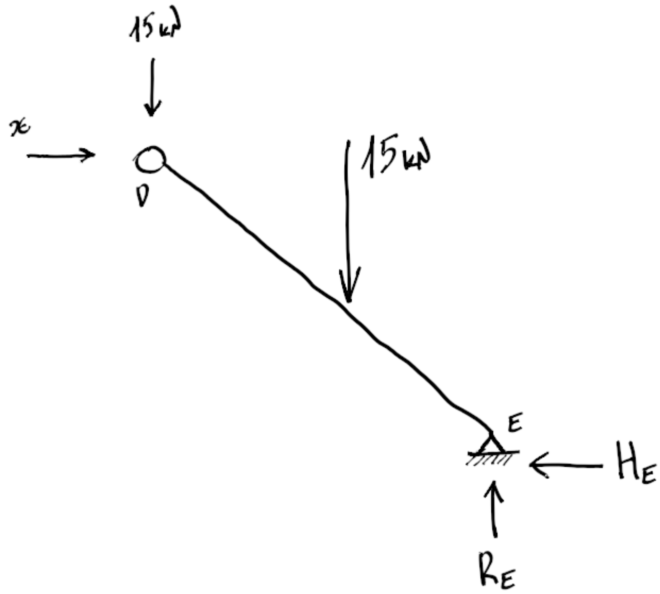
Comenzamos estudiando el tramo flotante CD, representado en la siguiente figura:



Aplicando equilibrio de momentos desde cada una de las articulaciones obtenemos directamente las reacciones R_C y R_D.

$$R_C = 25\ kN$$
$$R_D = 15\ kN$$

Luego de obtenida la reacción vertical en la articulación D se procede a analizar el tramo inclinado DE, presentado a continuación.



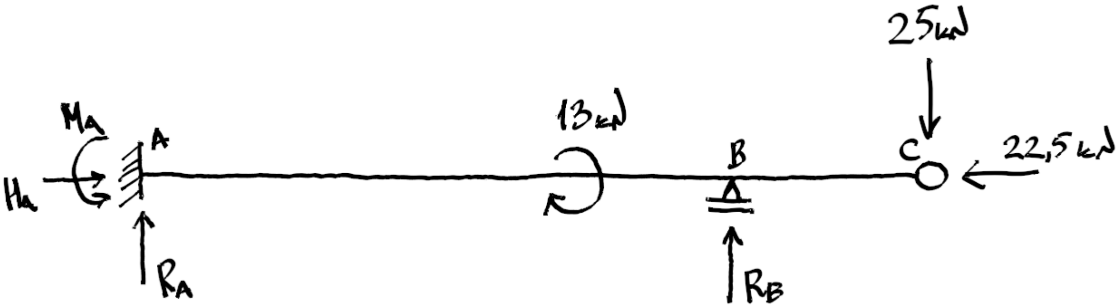
Haciendo equilibrio desde el apoyo E obtenemos directamente el valor de la fuerza horizontal x.

$$x = 22{,}5\ kN$$

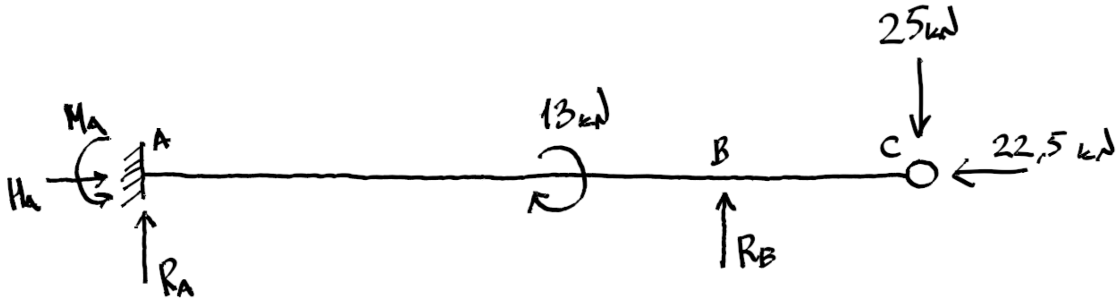
Luego aplicando suma de fuerzas verticales y horizontales determinamos las reacciones en el apoyo.

$$H_E = 22{,}5\ kN$$
$$R_E = 30\ kN$$

Una vez hallada la fuerza horizontal x podemos analizar la parte hiperestática de la estructura ABC, presentada a continuación.



Para resolver esta estructura se elimina el apoyo deslizante en B y se impone que en dicho punto el desplazamiento sea nulo.



$$\delta_B = -\frac{13\cdot 3}{2EI}\cdot(2\cdot 4-3)+\frac{R_B\cdot 4^3}{3EI}-\frac{25\cdot 4^2}{6EI}\cdot(3\cdot 5-4)=0$$

$$R_B = 38{,}9\ kN$$

Una vez hallada la reacción en B, haciendo equilibrio de momentos y de fuerzas horizontales y verticales se obtienen todas las reacciones que se generan en el empotramiento A.

$$M_A = -17{,}8\ kNm$$

$$R_A = 14{,}9\ kN$$

$$H_A = 22{,}5\ kN$$

Una vez resuelta la estructura se procede a realizar los diagramas de solicitaciones.

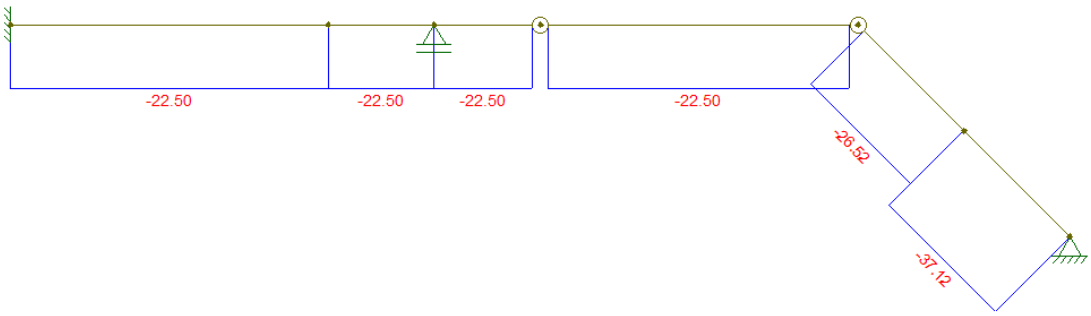


Diagrama de directa (kN)

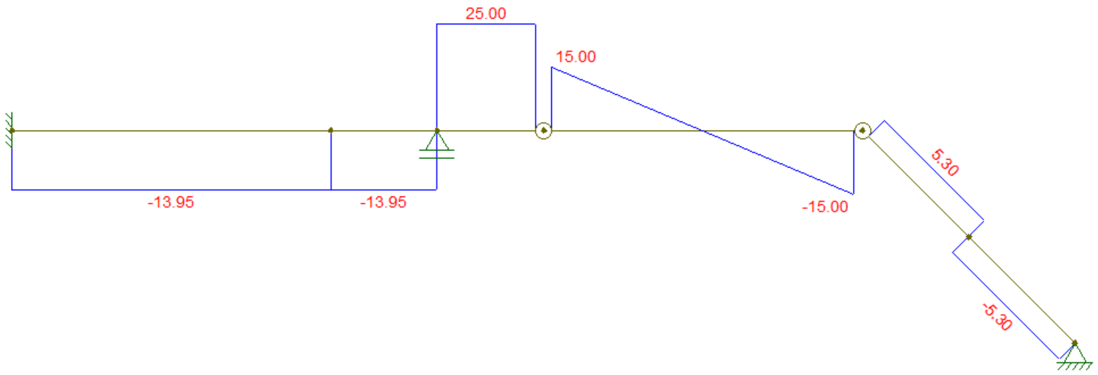


Diagrama de cortante (kN)

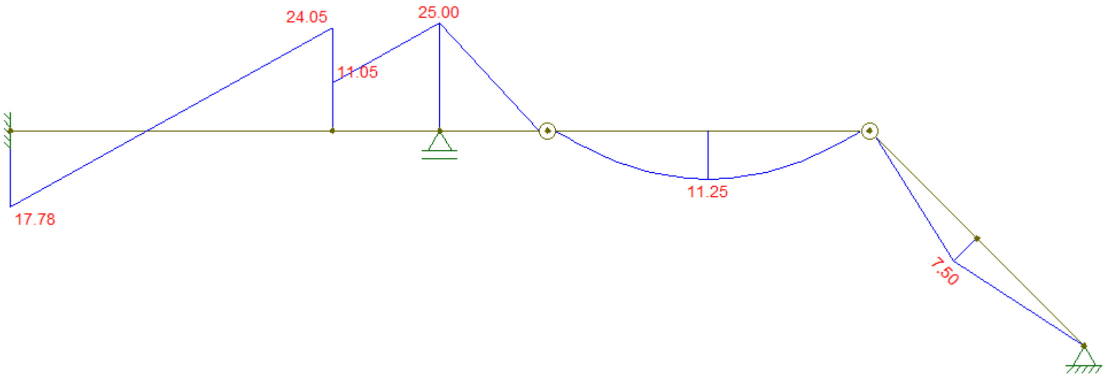
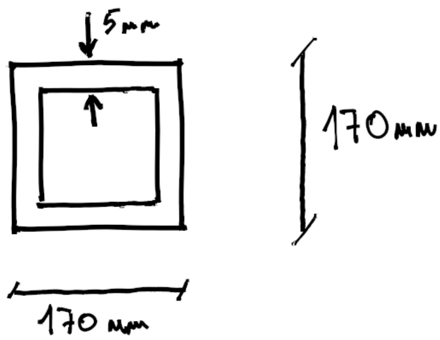


Diagrama de momentos (kNm)

Para el cálculo de las tensiones máximas se calculan los parámetros seccionales.



$$I_x = \frac{0{,}17^4}{12} - \frac{(0{,}17 - 2 \cdot\ 0{,}005)^4}{12} = 1{,}50 \times 10^{-5}\ m^4$$

$$W_x = \frac{I_x}{y} = 1.76 \times 10^{-4}\ m^3 \text{ (en este caso } y_{sup} = y_{inf} = y = 0{,}085\ m)$$

$$A = 0{,}17^2 - (0{,}17 - 2 \cdot 0{,}005)^2 = 0{,}0033\ m^2$$

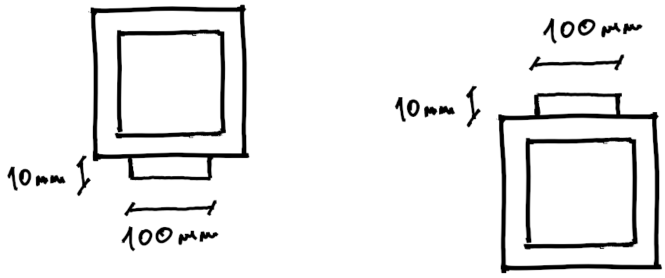
El momento máximo (25 kNm) se genera en una sección que a su vez está sometida a una fuerza de compresión de 22,5 kN. La máxima tensión que se genere en la estructura será entonces de compresión y se dará en el cordón inferior del perfil en la sección del apoyo B.

$$\sigma^C_{máx} = -\frac{25000}{1.76 \times 10^{-4}} - \frac{22500}{0{,}0033} = 148{,}6\ MPa$$

$$\sigma^T_{máx} = \frac{25000}{1.76 \times 10^{-4}} - \frac{22500}{0{,}0033} = 135{,}0\ MPa$$

Dado que solo se sobrepasan las tensiones admisibles en la fibra comprimida, se deberá colocar el refuerzo metálico en el cordón inferior.

Es posible comprobar que, si bien la sección correspondiente al punto medio de la barra DE presenta el máximo valor de fuerza directa, al ser el momento flector en dicha sección considerablemente menor a los 25 kNm considerados anteriormente, las tensiones allí son menores que las que se generan en el apoyo B.



Para calcular la distancia máxima entre pernos que permita que no se superen las tensiones admisibles en los conectores se debe determinar el flujo de tensiones rasantes en la sección que presente un mayor esfuerzo de corte. Dicha sección es la que se ubica en el apoyo B y está sometida a un esfuerzo cortante de 25 kN.

Se calculan nuevamente los parámetros seccionales.

$$y_g = \frac{0{,}0033 \cdot 0{,}095 + 0{,}001 \cdot 0{,}005}{0{,}0033 + 0{,}007} = 0{,}106\, m$$

$$I_x = I_x^{hueco} + A^{hueco} \cdot \left(0{,}095 - y_g\right)^2 + I_x^{chapa} + A^{chapa} \cdot \left(0{,}005 - y_g\right)^2$$
$$= 2{,}66 \times 10^{-5}\, m^4$$

Para el cálculo de separación de conectores nos interesa conocer el flujo de cortante en la interfaz entre la sección original y la chapa agregada posteriormente, por lo que se calcula el momento de primer orden para dicha altura.

$$\mu_x = 0{,}10 \cdot 0{,}01 \cdot (0{,}106 - 0{,}005) = 5{,}00 \times 10^{-6}\, m^3$$

Se calcula entonces el flujo de cortante q en la interfaz entre los dos elementos aplicando la ecuación de Jourawski.

$$q = \tau \cdot b = \frac{V \cdot \mu_x}{I_x} = 4{,}69 \frac{kN}{m}$$

Al tratarse de una conexión de corte simple, el producto del flujo de cortante por el largo de influencia de cada conector determina directamente la fuerza que debe transmitir cada conector. A su vez, el largo de influencia coincide con la distancia entre conectores s.

$$F_{con} = q \cdot s \leq \sigma_{adm}^{con} \cdot A_{con} = 8{,}0 \times 10^{6} \cdot \frac{\pi \cdot \phi^{2}}{4}$$

$$s \leq 0{,}134\ m$$

Se define una separación entre conectores de 13 centímetros.