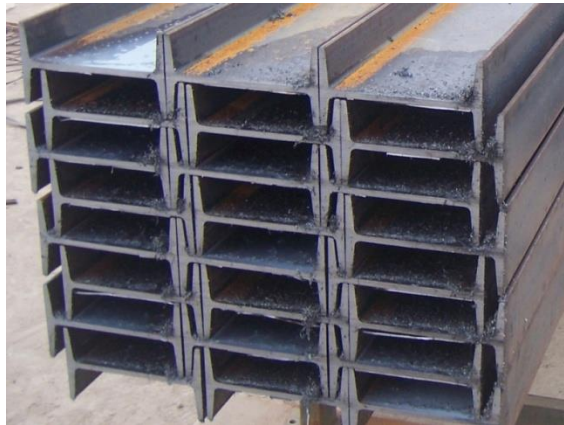


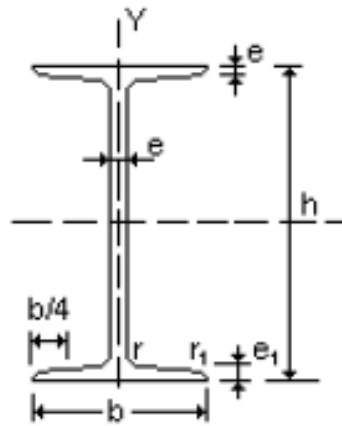
# Teoría de Vigas

Continuación

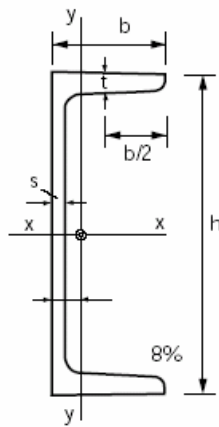
# Ejemplo de secciones



# Ejemplo de Tablas



Perfil	Dimensiones							Términos de sección							
	h mm	b mm	e = r mm	e <sub>1</sub> mm	r <sub>1</sub> mm	h <sub>1</sub> mm	u mm	A cm <sup>2</sup>	S <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> cm	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> cm
IPN 80	80	42	3,9	5,9	2,3	59	304	7,58	11,4	77,8	19,5	3,20	6,29	3,00	0,91
IPN 100	100	50	4,5	6,8	2,7	75	370	10,6	19,9	171	34,2	4,01	12,2	4,88	1,07
IPN 120	120	58	5,1	7,7	3,1	92	439	14,2	31,8	328	54,7	4,81	21,5	7,41	1,23



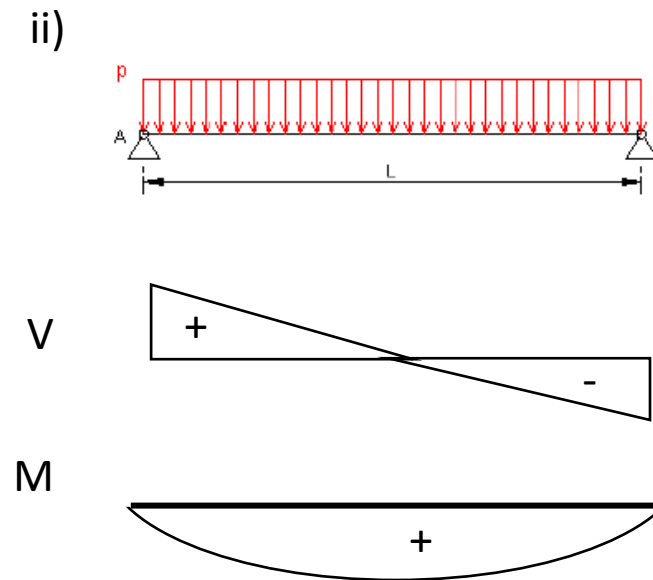
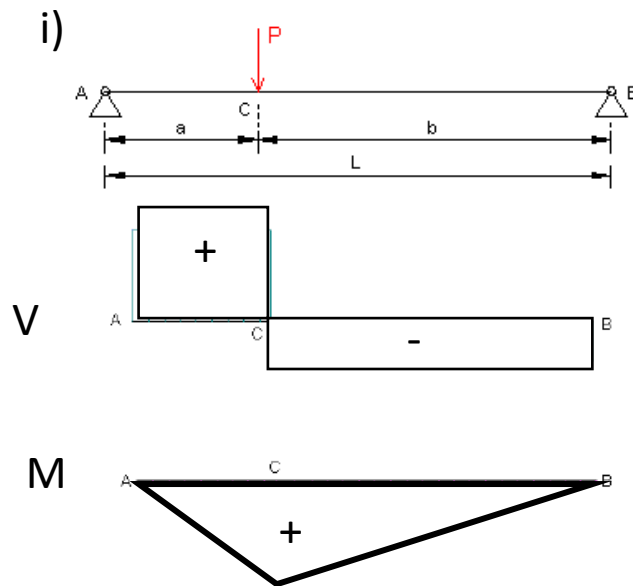
C	h	b <sub>0</sub>	b	d=r	A	g	e <sub>y</sub>	I <sub>x</sub>	W <sub>x</sub>	ρ <sub>x</sub>	I <sub>y</sub>	W <sub>y</sub>	ρ <sub>y</sub>	u
3	30	33	5	7	5.44	4.27	1.31	64	4.26	1.09	5.33	2.68	0.99	1.59
4	40	35	5	7	6.21	4.87	1.33	141	7.05	1.50	6.68	3.08	1.04	2.28
5	50	38	5	7	7.12	5.59	1.37	264	10.60	1.92	9.12	3.75	1.13	2.83
6 1/2	65	42	5.5	7.5	9.03	7.09	1.42	575	17.70	2.52	14.10	5.07	1.25	3.49
8	80	45	6	8	11	8.64	1.45	106	26.50	3.10	19.40	6.36	1.33	4.17
10	100	50	6	8.5	13.50	10.60	1.55	206	41.20	3.91	29.30	8.49	1.47	4.97

# Esfuerzos máximos por flexión

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W}$$

Estudiando posteriormente por análisis el signo de la tensión.

Momentos Máximos (positivos y negativos) pueden ocurrir en i) una sección transversal donde se **aplica una carga concentrada** y el cortante cambia de signo, ii) una sección transversal donde el **cortante es 0**, iii) un punto de apoyo donde se tiene una **reacción vertical**, iv) una sección donde hay un **momento puntual aplicado**.



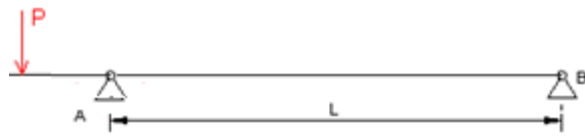
# Esfuerzos máximos por flexión

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W}$$

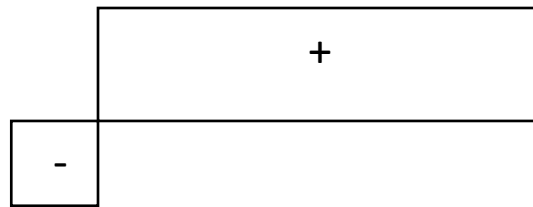
Estudiando posteriormente por análisis el signo de la tensión.

Momentos Máximos (positivos y negativos) pueden ocurrir en i) una sección transversal donde se **aplica una carga concentrada** y el cortante cambia de signo, ii) una sección transversal donde el **cortante es 0**, iii) un punto de apoyo donde se tiene una **reacción vertical**, iv) una sección donde hay un **momento puntual aplicado**.

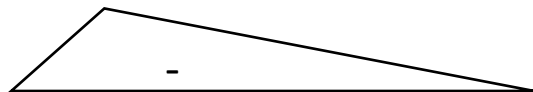
iii)



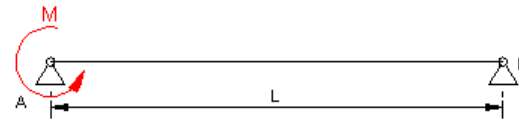
V



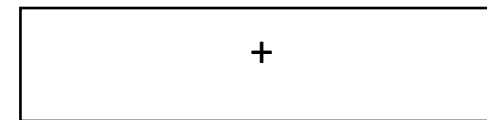
M



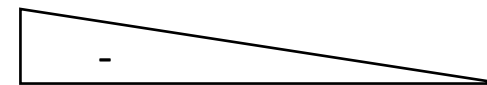
iv)



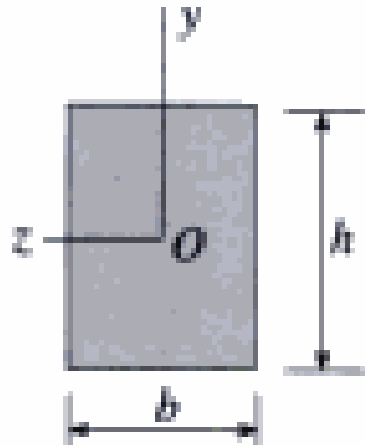
V



M

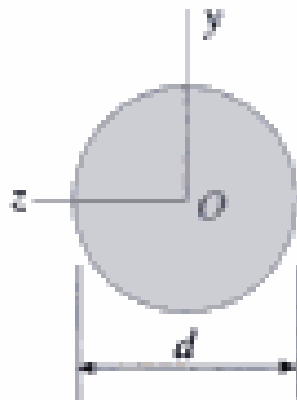


# Secciones



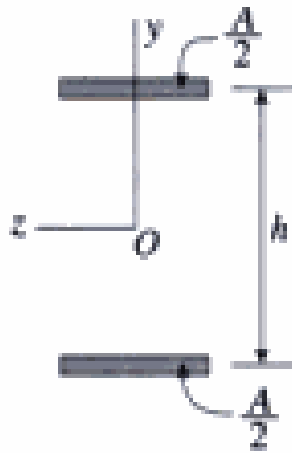
$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$W = \frac{I}{h/2} = \frac{bh^3}{12(h/2)} = \frac{bh^2}{6} = \frac{Ah}{6}$$



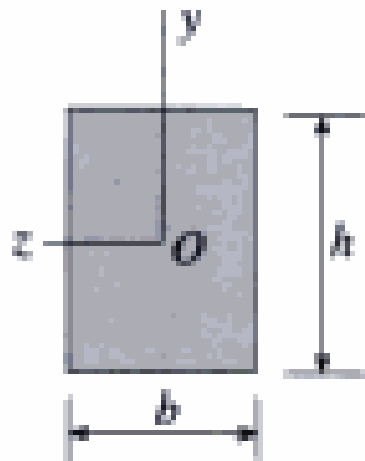
$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$W = \frac{I}{d/2} = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{Ad}{8}$$



$$I = 2 \cdot \left( A/2 \cdot \frac{h^2}{4} + I_{zG} \right)$$

$$W = \left( A \cdot \frac{h^2}{4} + I_z \right) 2/h = \frac{Ah}{2} + 2I_{zG}/h$$

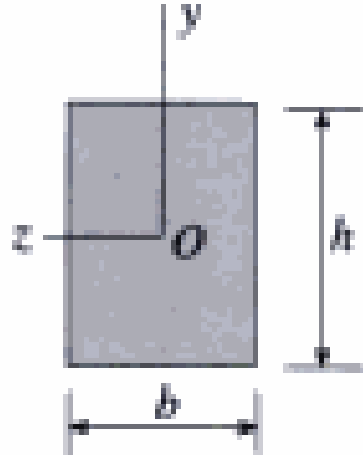


$$W = \frac{I}{h/2} = \frac{bh^3}{12(h/2)} = \frac{bh^2}{6} = \frac{Ah}{6}$$

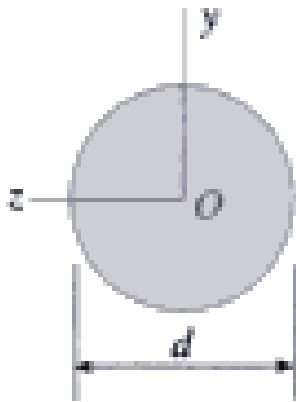
Si el área de un cuadrado y un círculo son iguales

Llegamos a que

$$h = \sqrt{\pi} \cdot d / 2$$



$$W = \left( \frac{h^3}{6} \right) = \frac{\pi \sqrt{\pi} d^3}{48} = 0.116d^3$$

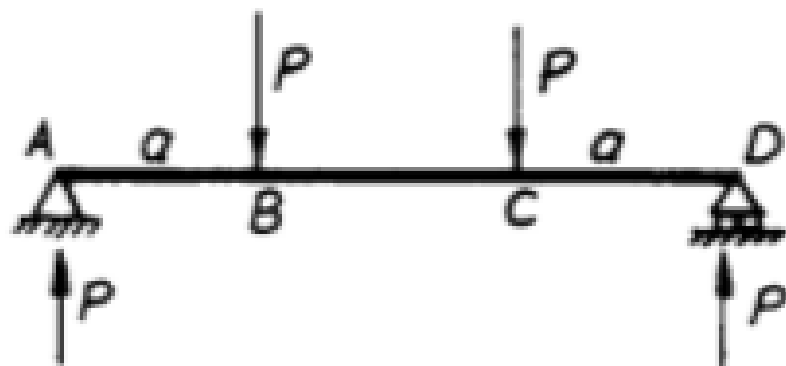


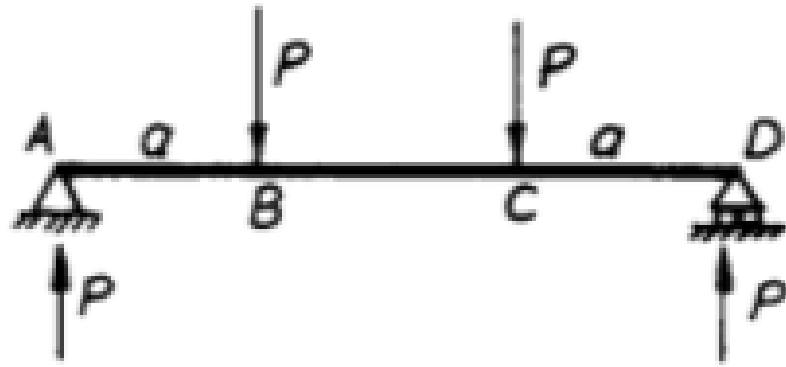
$$W = \frac{\pi d^3}{32} = 0.0982d^3$$

$$\frac{W_{\text{cuadrado}}}{W_{\text{circulo}}} = \frac{0.116d^3}{0.0982d^3} = 1.18$$



# Ejemplo





V



M



# Ejemplos



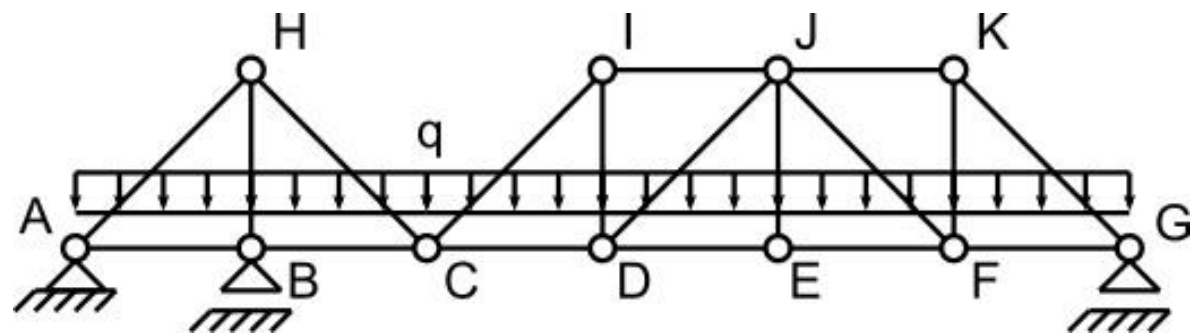
V



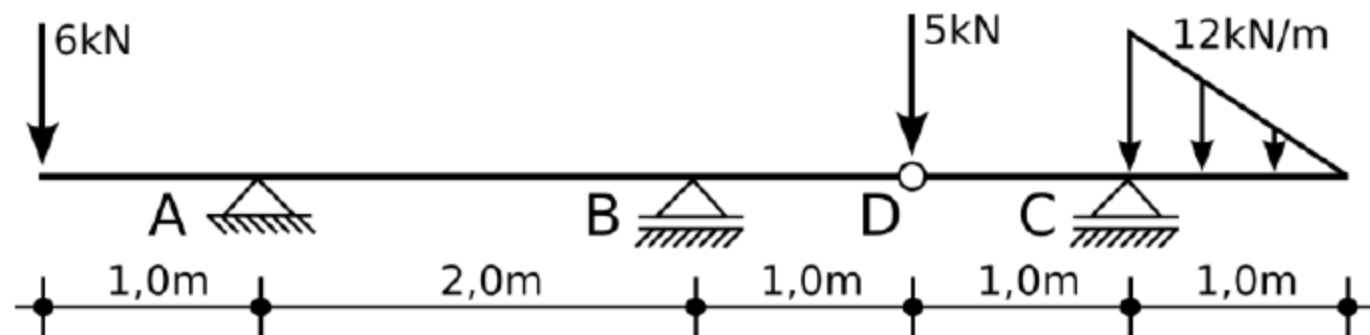
M



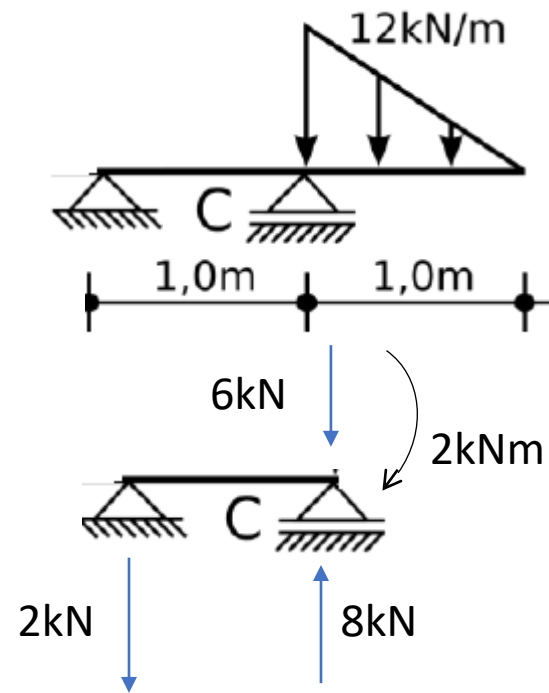
# Ejemplo



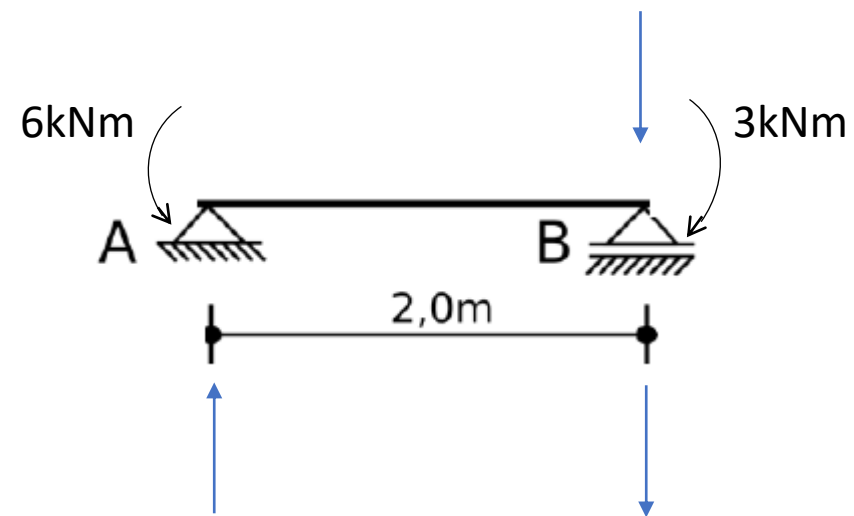
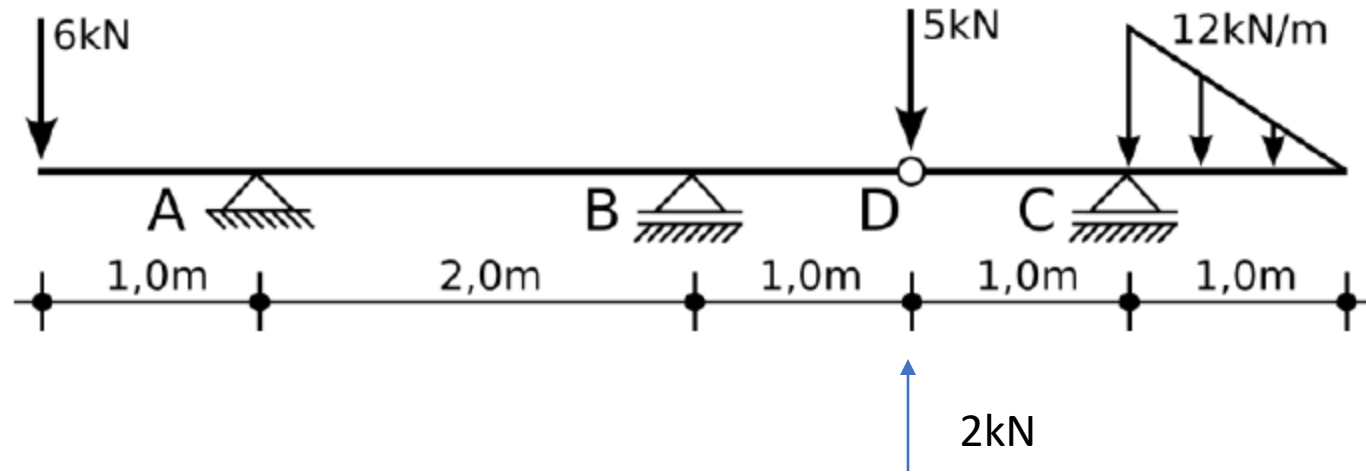
# Ejemplo

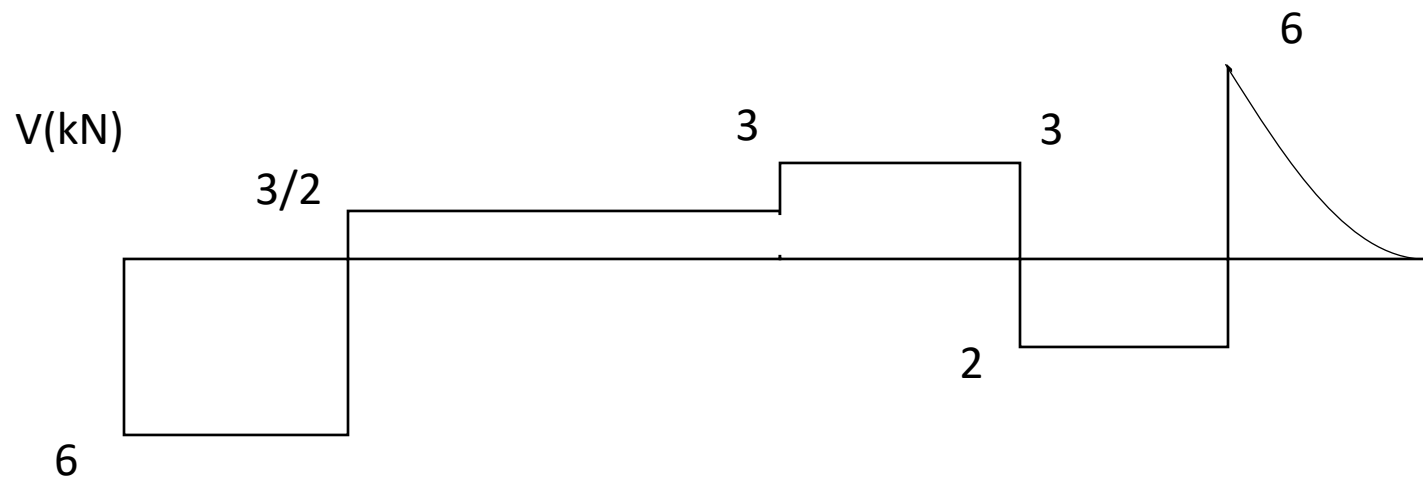
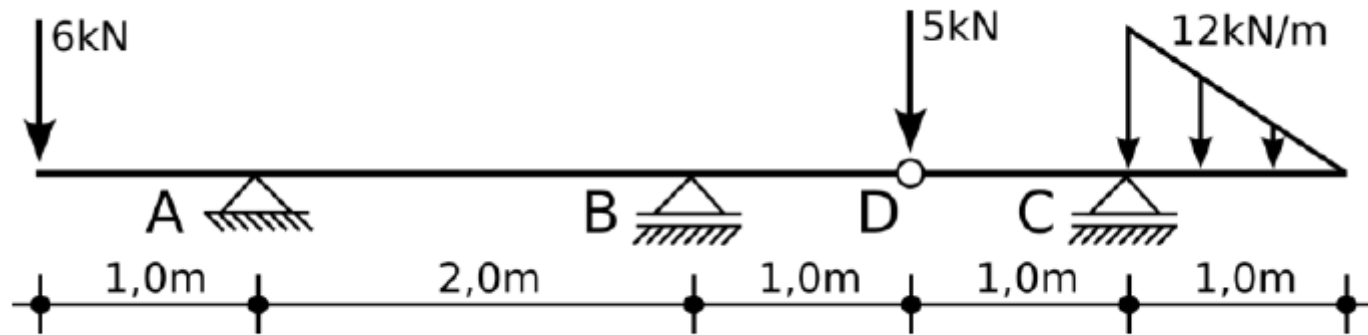


Lado derecho se apoya en el izq.



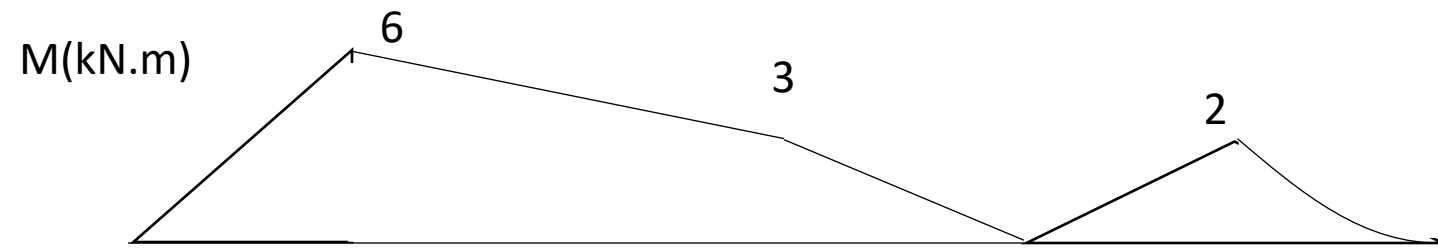
# Lado izquierdo



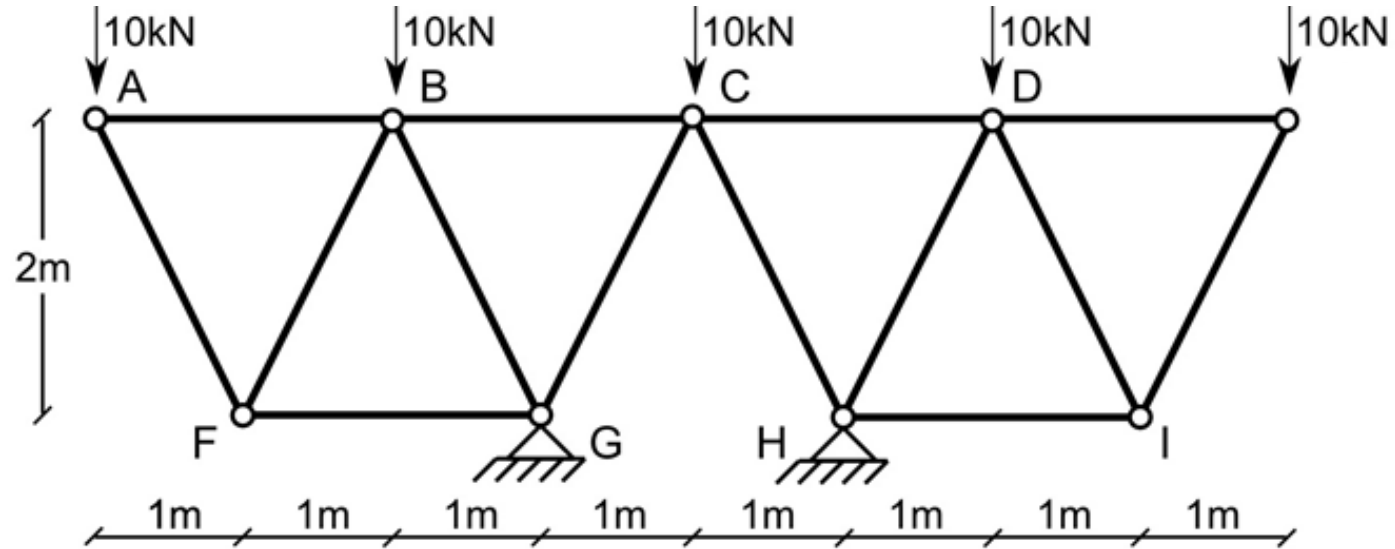


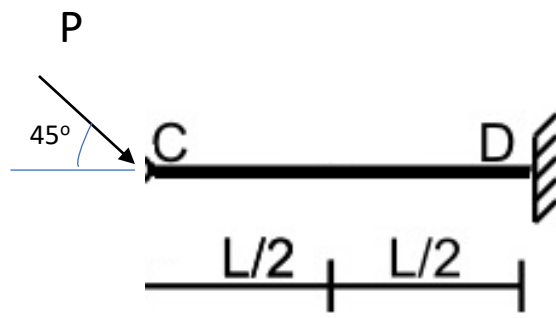


# Diagrama de Momento



# Arco de 3 articulaciones





V



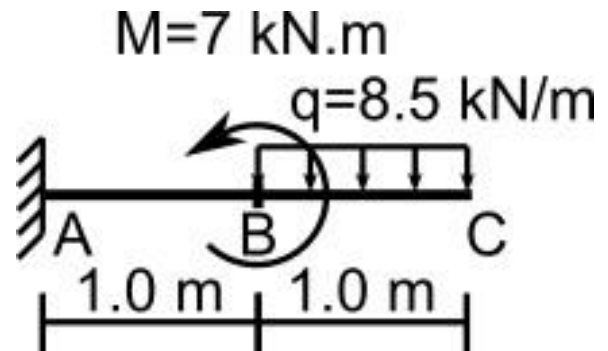
M



N

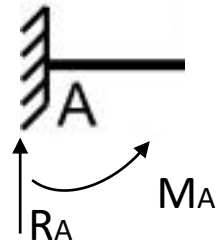


# Ejemplo



- Reacciones
- V y M en el punto B.
- Trazar diagrama de V y M
- Dimensionar con perfil normalizado

# Reacciones

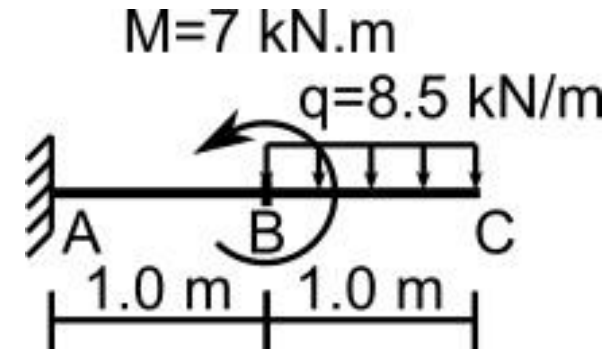


$$\text{Suma } (F_v=0) \rightarrow R_A = 8.5 \cdot 1 \text{ m} = R_A = 8.5 \text{ kN}$$

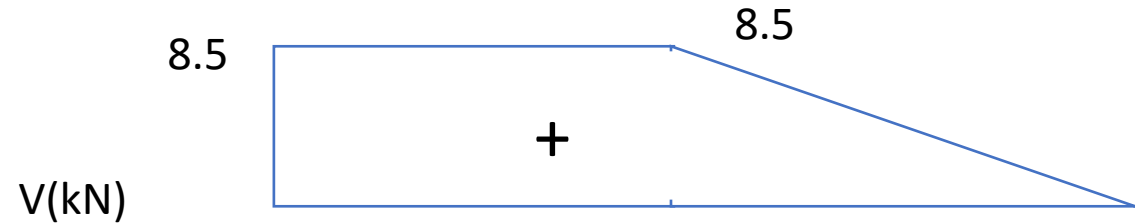
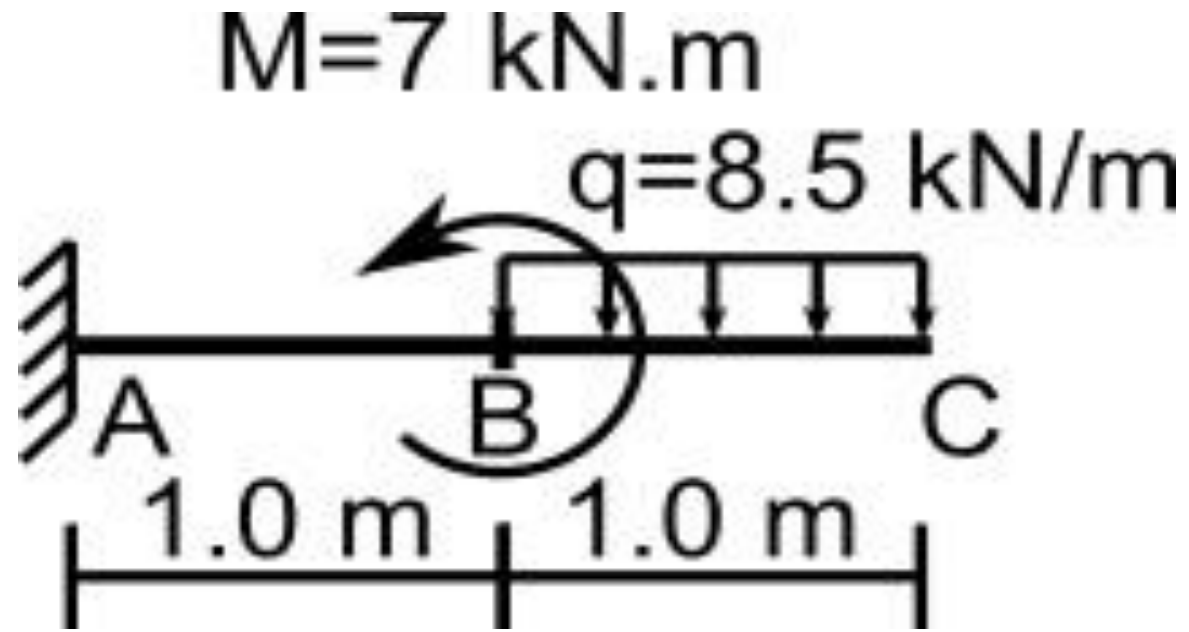
$$\text{Suma } (M_A=0)$$

$$M_A + 7 \text{ kN.m} - 8.5 \cdot 1 \text{ m} \cdot 1.5 \text{ m} = 0$$

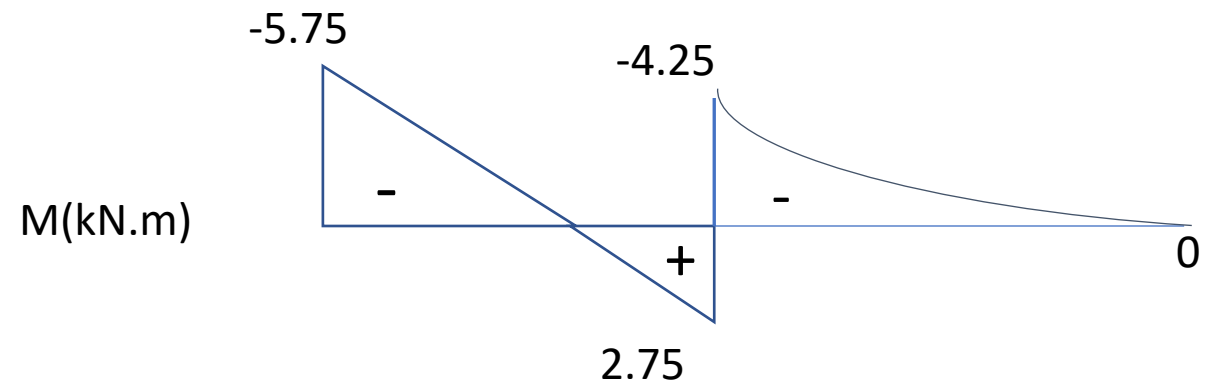
$$M_A = 1.5 \cdot 8.5 - 7 = 5.75 \text{ kN}$$



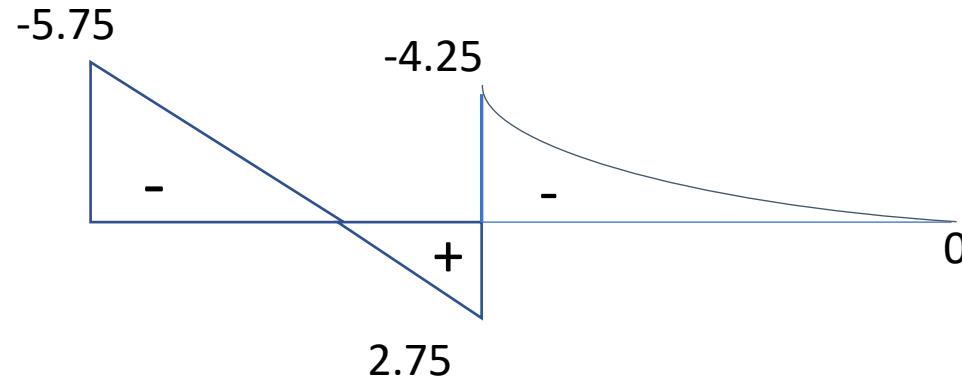
# Diagramas



# Momento



# Dimensionado con Perfil IPN



$M_{max} = 5.75 \text{ kN.m}$   
 $\sigma_{adm} = 140 \text{ MPa}$

$$W \geq 5.75 \cdot 10^3 / (140 \cdot 10^6)$$

$$W \geq 4.1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

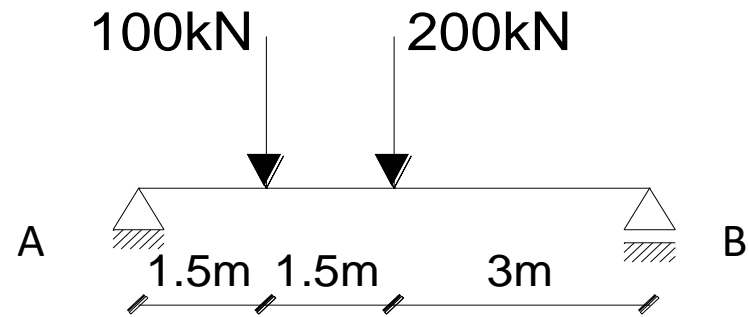
$$W \geq 4.1 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6 \text{ cm}^3$$

$$W \geq 41 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{IPN 120}$$

Perfil	Dimensiones							Términos de sección							
	h mm	b mm	e = r mm	e <sub>1</sub> mm	r <sub>1</sub> mm	h <sub>1</sub> mm	u mm	A cm <sup>2</sup>	S <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> cm	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> cm
IPN 80	80	42	3,9	5,9	2,3	59	304	7,58	11,4	77,8	19,5	3,20	6,29	3,00	0,91
IPN 100	100	50	4,5	6,8	2,7	75	370	10,6	19,9	171	34,2	4,01	12,2	4,88	1,07
IPN 120	120	58	5,1	7,7	3,1	92	439	14,2	31,8	328	54,7	4,81	21,5	7,41	1,23



# Ejemplo



a) trazar los diagrama de cortante y momento flector y bosquejar cualitativamente la deformada

b) dimensionar con una sección cuadrada, sabiendo que la tensión normal admisible es  $\sigma_{adm} = \underline{140 \text{ MPa}}$ . Trazar el diagrama de tensiones normales en la sección que dimensiona.

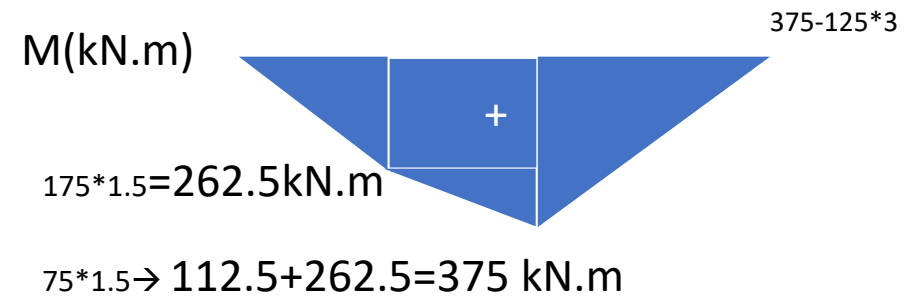
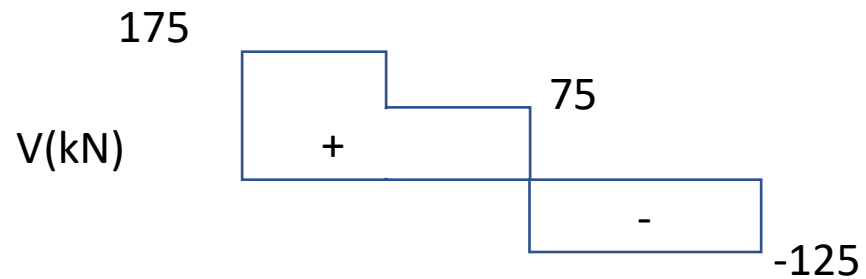
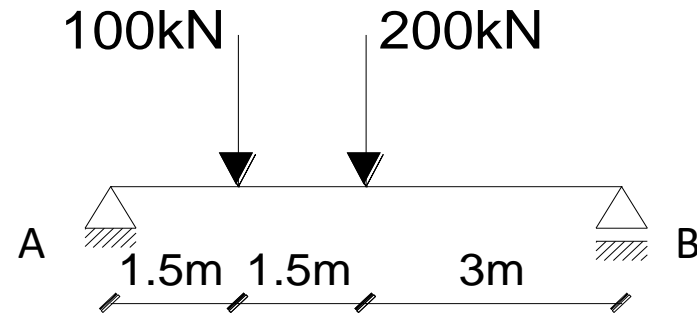
# Equilibrio y Diagramas

$$\text{Suma (Fv=0)} \rightarrow R_A + R_B = 300$$

$$\text{Suma (M}_A=0) \rightarrow 1.5 \cdot 100 + 3 \cdot 200 - 6 \cdot R_B = 0$$

$$R_B = 750/6 = 125 \text{ kN}$$

$$R_A = 175 \text{ kN}$$



# Dimensionado con sección cuadrada

- $M_{max} = 375 \text{ kN.m}$
- $\sigma_{adm} = 140 \text{ MPa}$

$$\sigma_{adm} \geq M_{max} / W_x$$

$$\text{Inercia\_cuadrado} = a^4 / 12$$

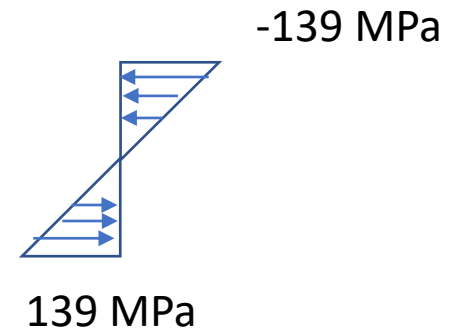
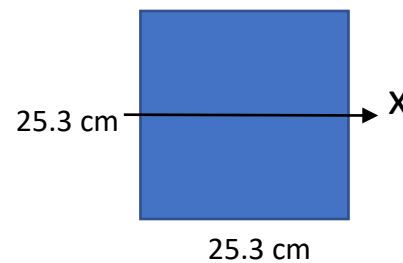
$$W_{\text{cuadrado}} = a^3 / 6$$

$$a^3 / 6 \geq M_{max} / \sigma_{adm} \rightarrow a^3 \geq 6 (375 * 10^3 / 140 * 10^6)$$

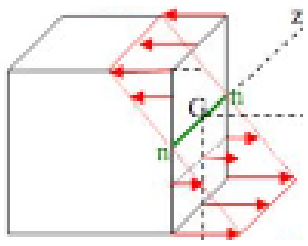
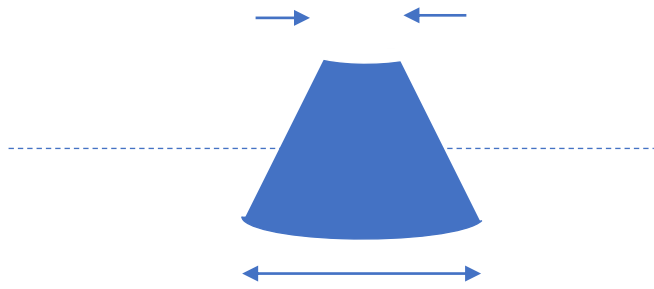
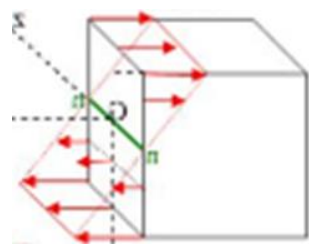
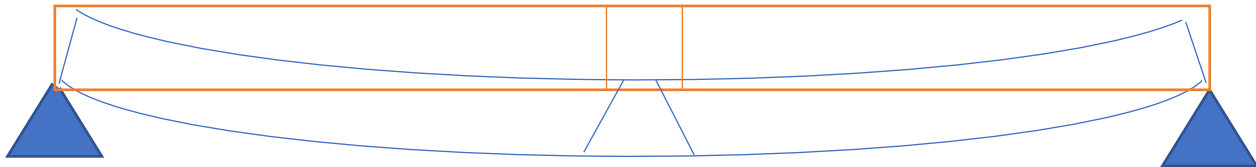
$$a^3 \geq 0.0161 \text{ m} \rightarrow a \geq 25.25 \text{ cm}$$

$$\sigma = 375 * 10^3 / (0.253^3 / 6)$$

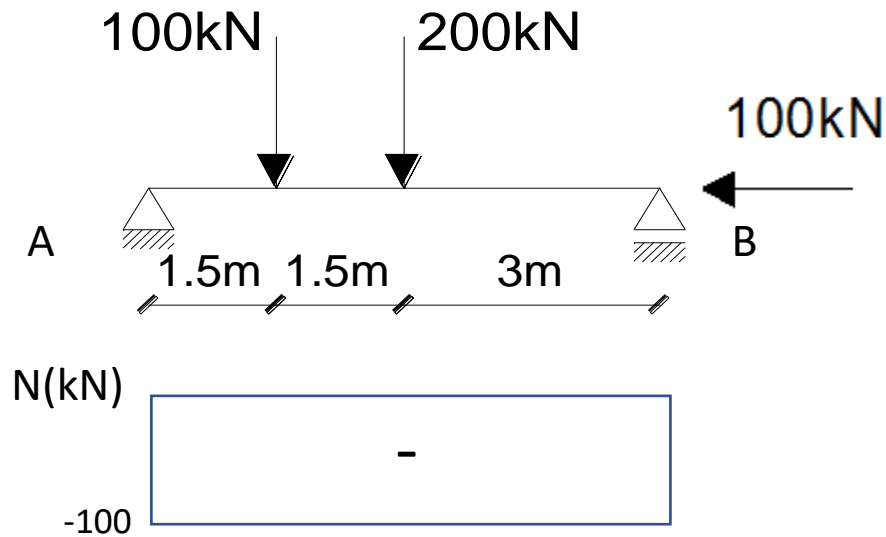
$$\sigma = 139 \text{ MPa}$$



# Tensiones normales



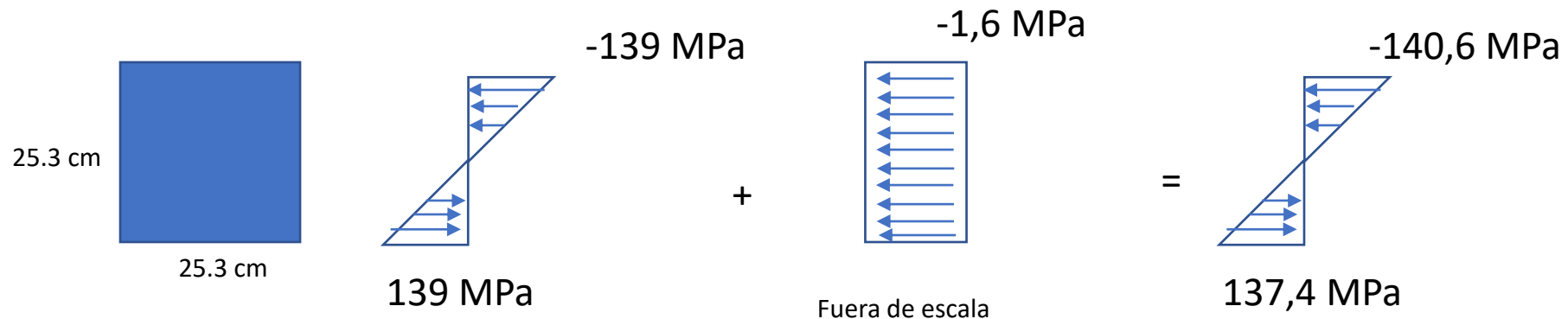
# Ejemplo



a) trazar los diagrama de cortante y momento flector y bosquejar cualitativamente la deformada

b) dimensionar con una sección cuadrada, sabiendo que la tensión normal admisible es  $\sigma_{adm} = 140 \text{ MPa}$ . Trazar el diagrama de tensiones normales en la sección que dimensiona.

$$\sigma_{adm} \geq M_{max}/W + F/A$$



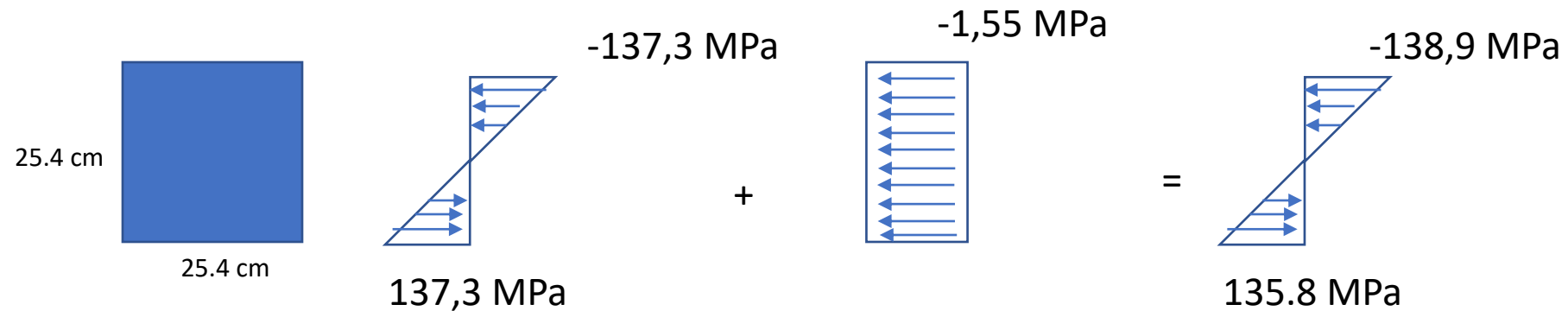
# Dimensionado

$$140 \text{ MPa} \geq 375 \text{ kN.m} / (a^3/6) + 100 \text{ kN}/a^2$$

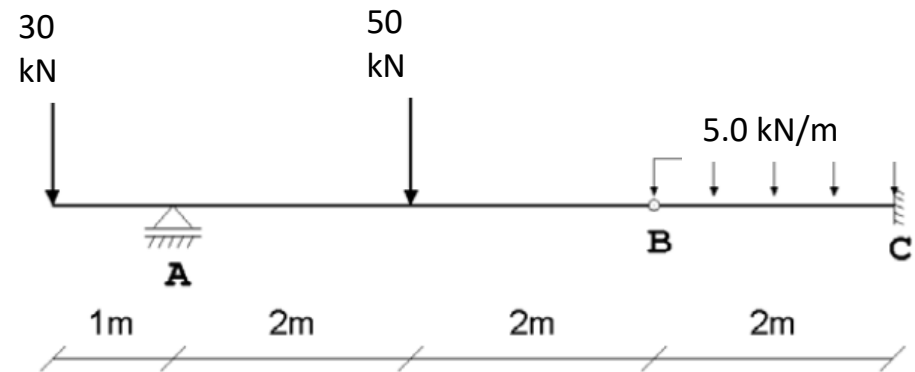
Podemos resolver la Ec. De 3er grado, o de lo contrario tanteamos

$$375 \text{ kN.m} / (a^3/6) + 100 \text{ kN}/a^2$$

$$a = 25.4 \text{ cm} \rightarrow 137.3 \text{ MPa} + 1.55 \text{ MPa}$$



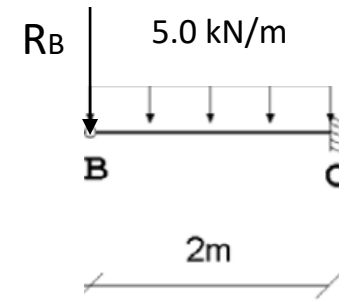
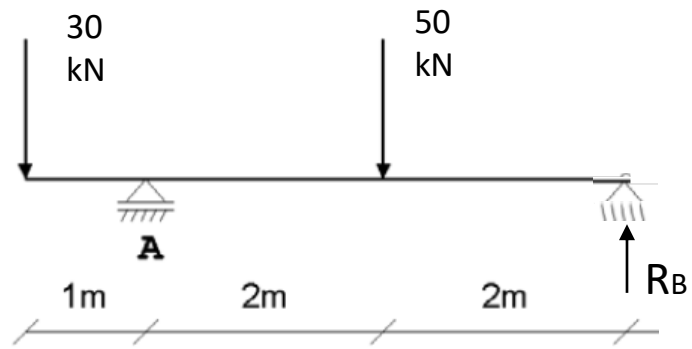
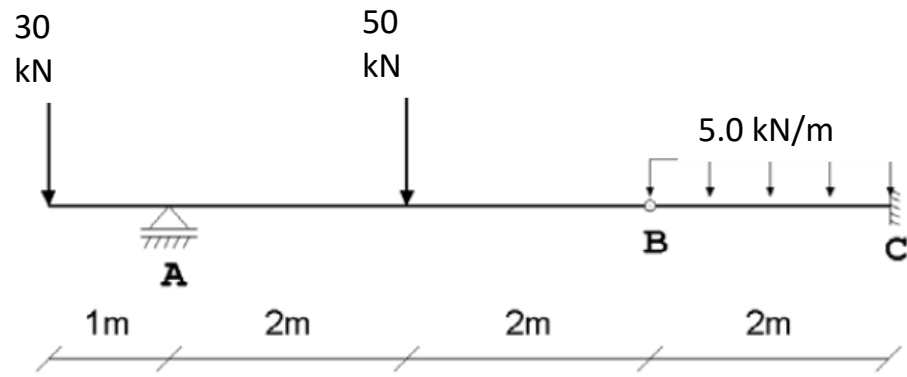
# Ejemplo



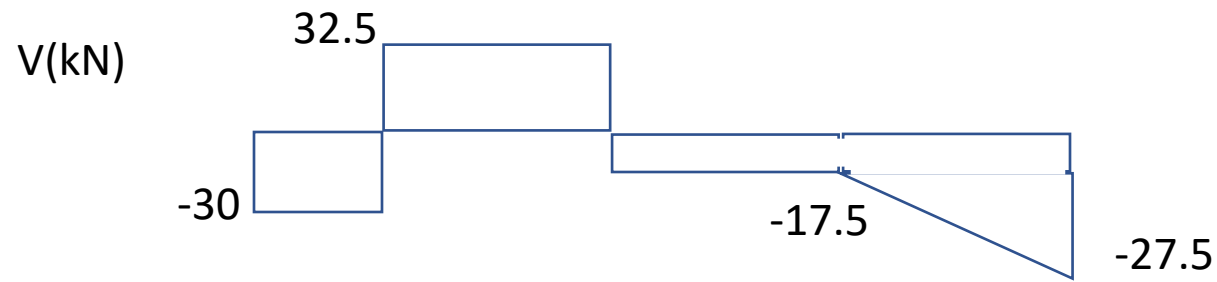
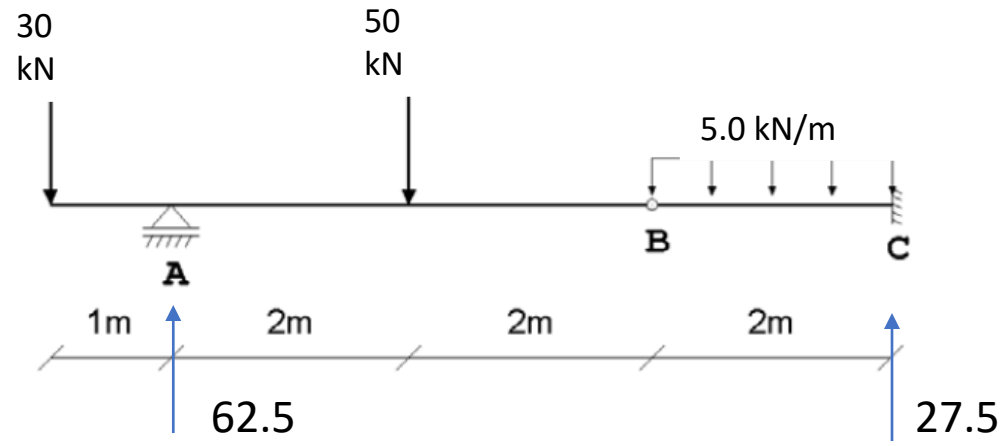
Verificar si las tensiones por flexión de la viga cumplen con los valores admisibles para el material:

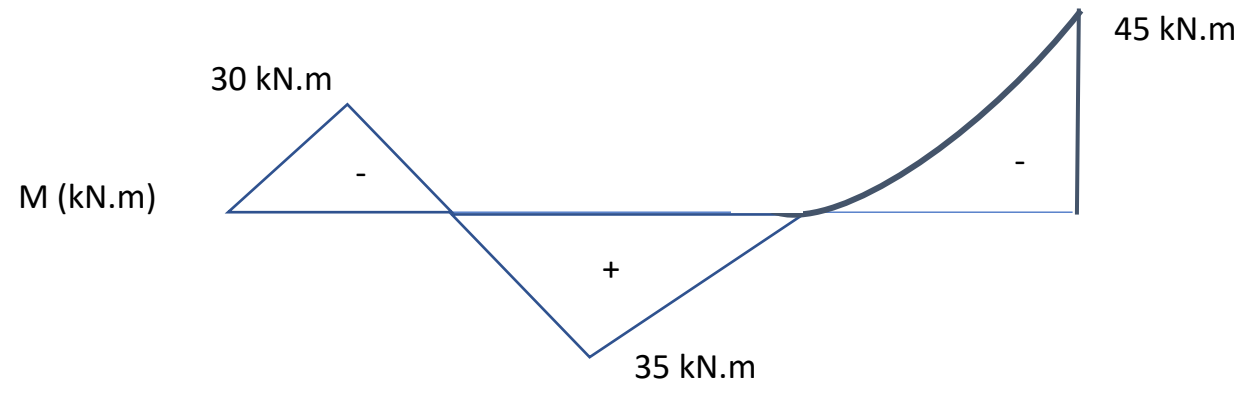
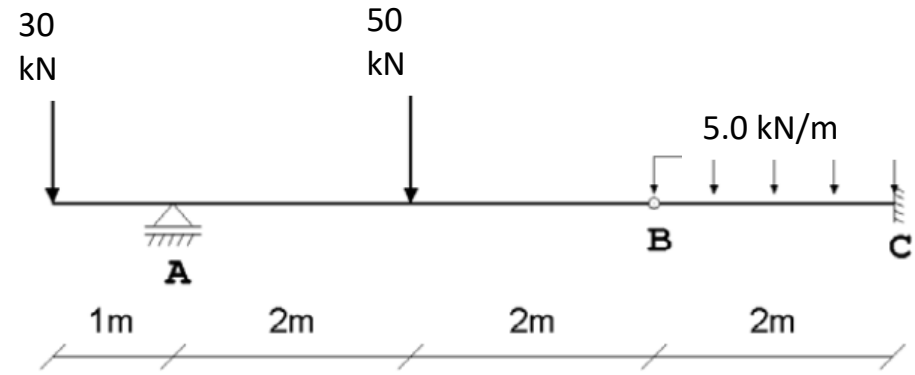
$\sigma_{adm}$  tracción = 7.5 MPa

$\sigma_{adm}$  compresión = 10 MPa

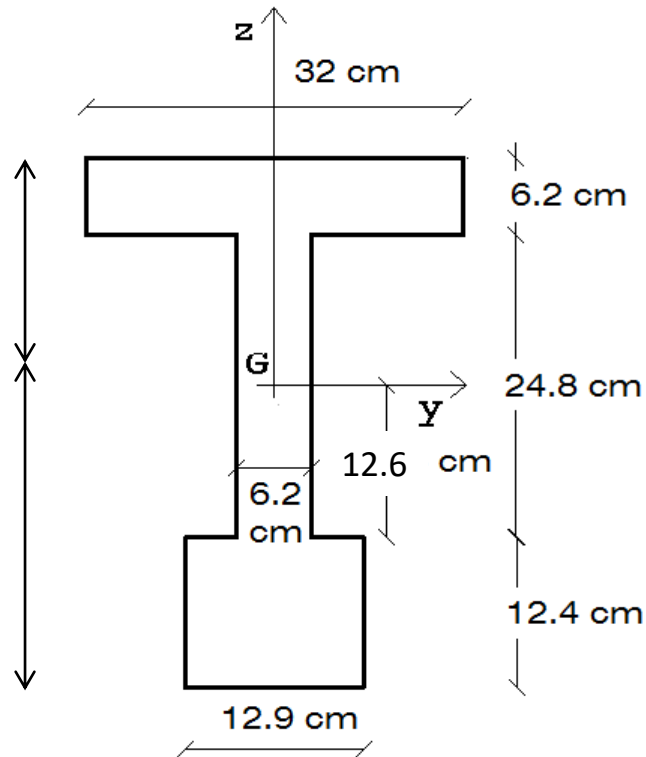








# Sección

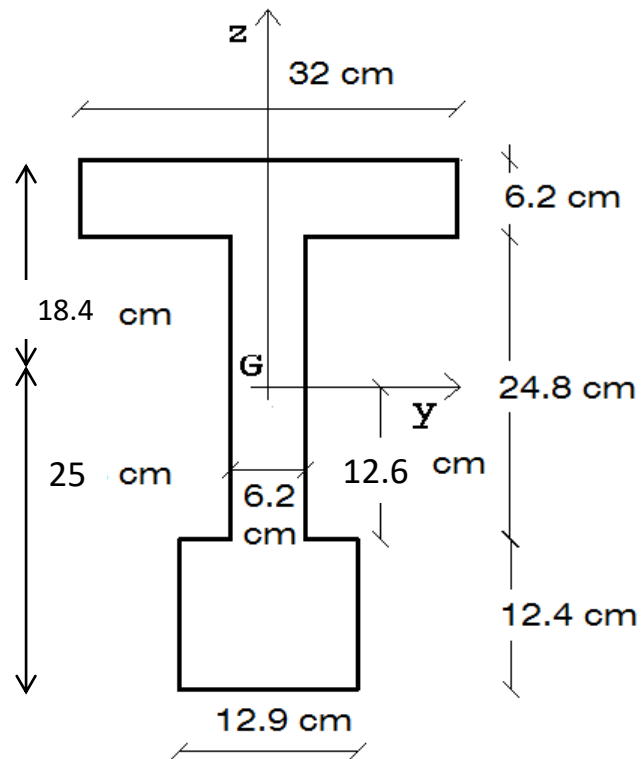


$$R^*y_G = 12.9 \cdot 12.4 \cdot (12.4/2) + 24.8 \cdot 6.2 \cdot (12.4 + 12.4) + 32 \cdot 6.2 \cdot (12.4 + 24.8 + 3.1)$$

$$y_G = (12.9 \cdot 12.4 \cdot (12.4/2) + 24.8 \cdot 6.2 \cdot (12.4 + 12.4) + 32 \cdot 6.2 \cdot (12.4 + 24.8 + 3.1)) / (12.9 \cdot 12.4 + 24.8 \cdot 6.2 + 6.2 \cdot 32)$$

$$y_G = 25 \text{ cm}$$

# Sección



$$I_y = 113551.7 \text{ cm}^4$$

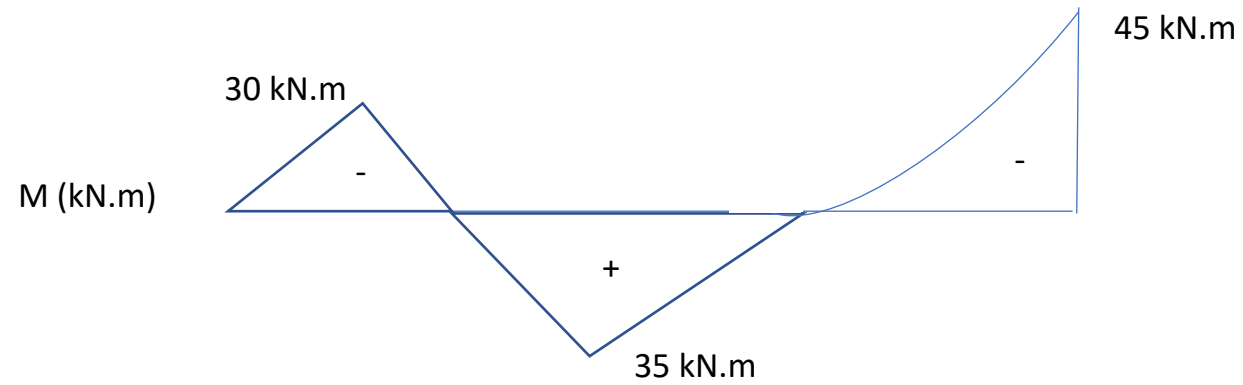
$$I_y = 12.9 \cdot 12.4^3 / 12 + (12.4/2 + 12.6)^2 \cdot 12.9 \cdot 12.4 + 6.2 \cdot 24.8^3 / 12 + 6.2 \cdot 24.8 \cdot 0.2^2 + 32 \cdot 6.2^3 / 12 + 32 \cdot 6.2 \cdot (18.4 - 3.1)^2$$

$$W_{\text{sup}} = 113551.7 \text{ cm}^4 / 18.4 \text{ cm}$$

$$W_{\text{sup}} = 6171 \text{ cm}^3$$

$$W_{\text{inf}} = 113551.7 \text{ cm}^4 / 25 \text{ cm}$$

$$W_{\text{inf}} = 4542.1 \text{ cm}^3$$



$$\sigma_{\text{adm tracción}} = 7.5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{adm compresión}} = 10 \text{ MPa}$$

$$W_{\text{sup}} = 6171.3 \text{ cm}^3$$

$$W_{\text{inf}} = 4542.1 \text{ cm}^3$$

$$M^+ = 35 \text{ kN.m}$$

$$\sigma_{\text{tracción}} = 35/W_{\text{inf}}$$

$$\sigma_{\text{compresión}} = 35/W_{\text{sup}}$$

$$M^- = 45 \text{ kN.m}$$

$$\sigma_{\text{compresión}} = 45/W_{\text{inf}}$$

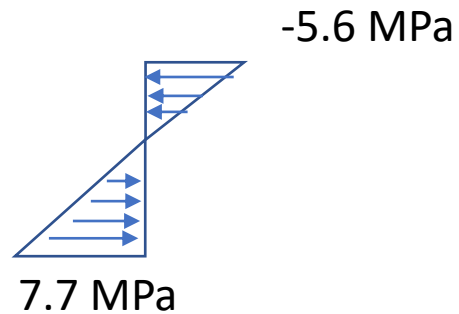
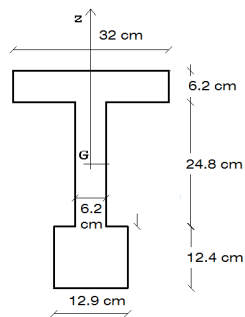
$$\sigma_{\text{tracción}} = 45/W_{\text{sup}}$$

# Tensiones

$$M^+ = 35 \text{ kN.m}$$

$$\sigma_{\text{tracción}} = 35/W_{\text{inf}} = 7.7 \text{ MPa}$$

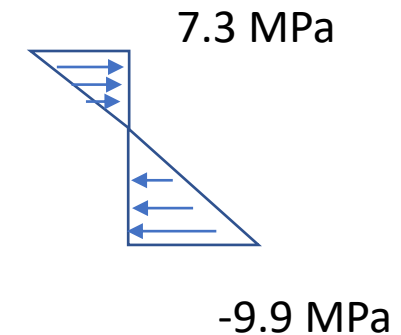
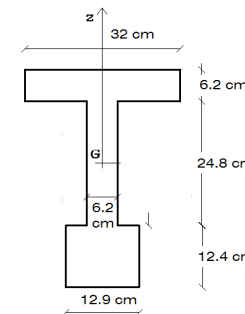
$$\sigma_{\text{compresión}} = 35/W_{\text{sup}} = 5.6 \text{ MPa}$$



$$M^- = 45 \text{ kN.m}$$

$$\sigma_{\text{compresión}} = 45/W_{\text{inf}} = 9.9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{tracción}} = 45/W_{\text{sup}} = 7.3 \text{ MPa}$$

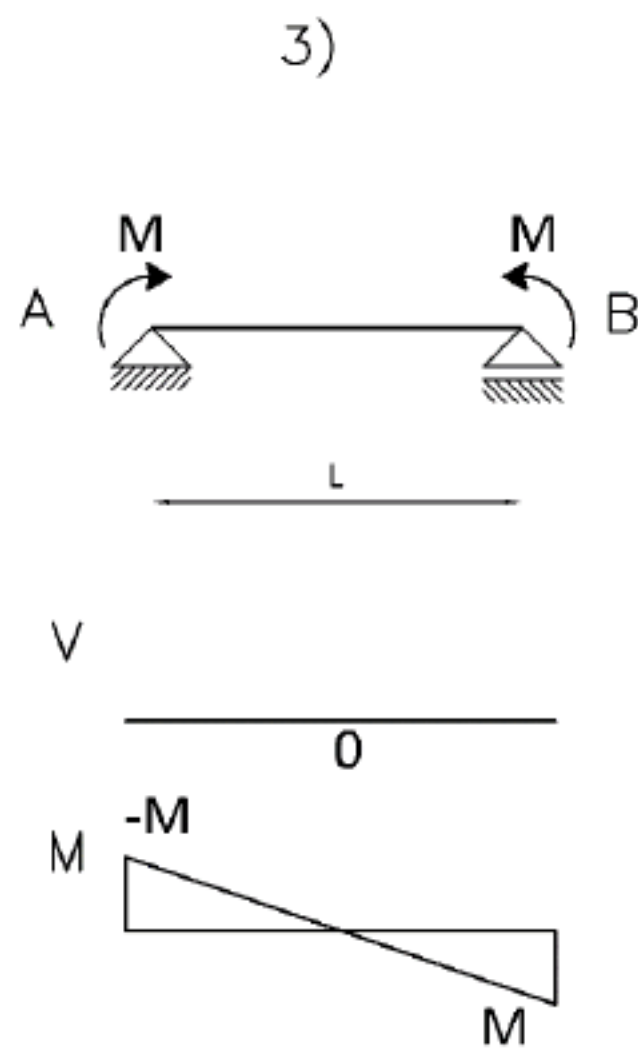
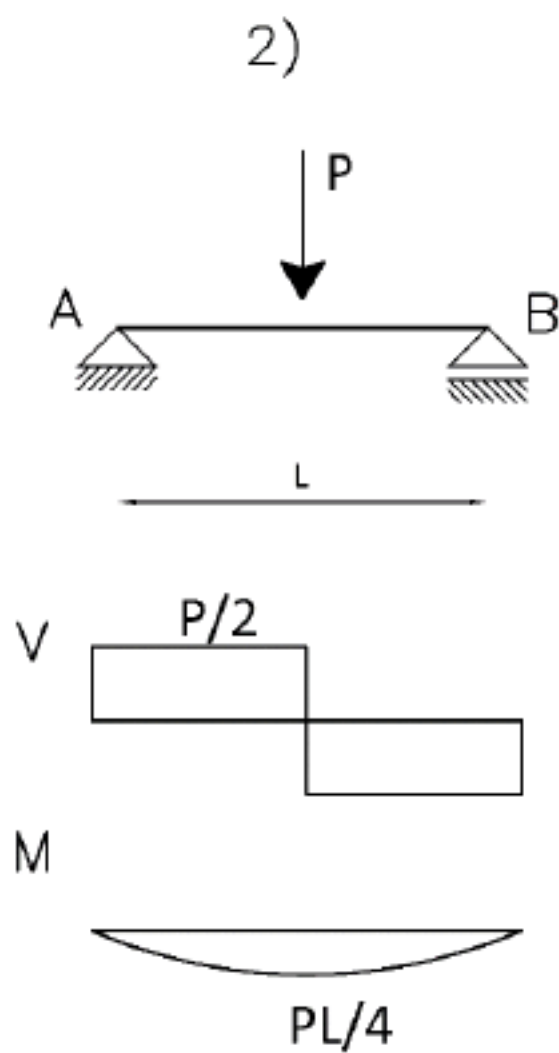
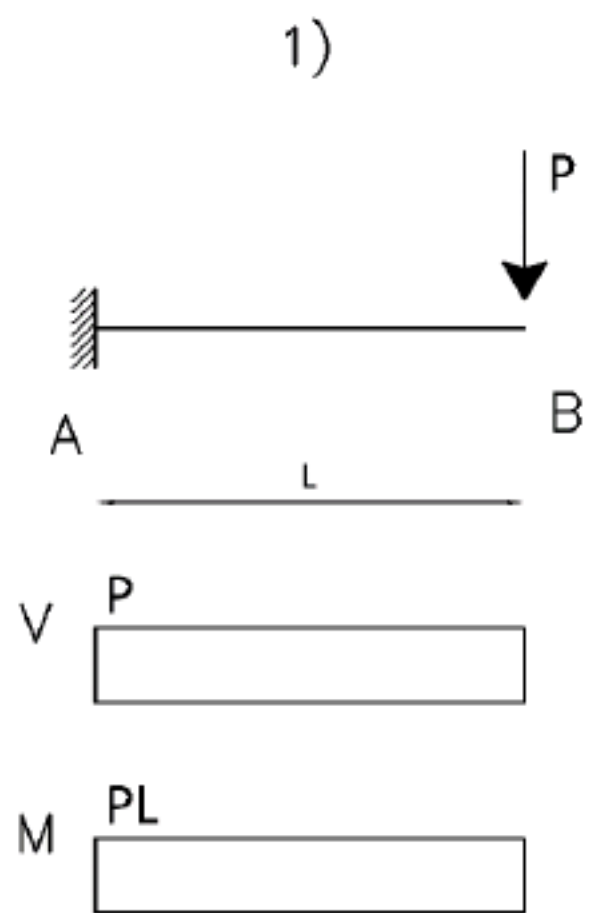


$$\sigma_{\text{adm tracción}} = 7.5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{adm compresión}} = 10 \text{ MPa}$$

Parte 1)

Indique si los hubiese, el o los errores en los diagramas dados a continuación. Justifique su respuesta.

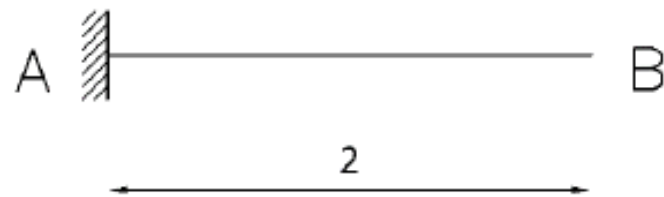


Parte 2)

Para las figuras a continuación se pide:

- Trazar el diagrama de cortante
- Encontrar el sistema de cargas al cual está sometida la estructura

1)



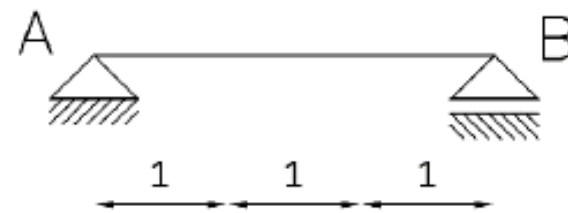
M(kNm)

-10



Curva cuadrática con tangente horizontal en B

2)



M(kNm)

-10

