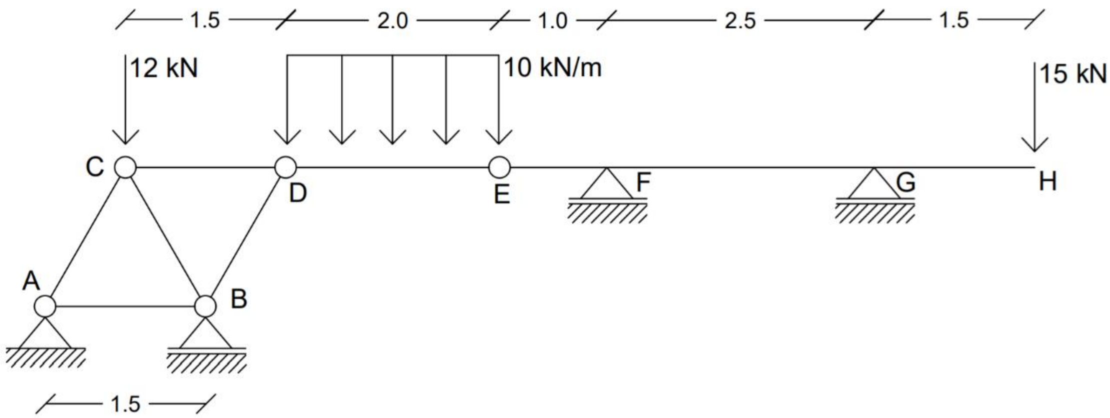
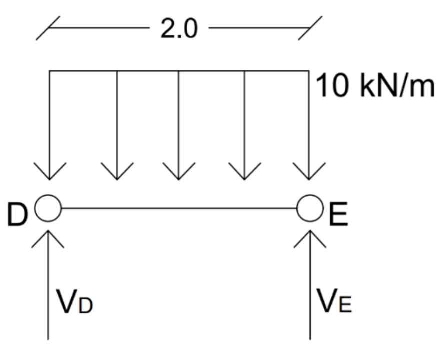
Ejercicio 1)

Se toman los datos del Conjunto 1.



a) Reacciones en función de P, Q y q:

<u>*Se estudia el tramo DE:*</u> H_E es nula debido a que si se estudia el tramo EFGH no tenemos otra fuerza horizontal que pueda equilibrarla. Como H_E es nula, H_D también lo es.



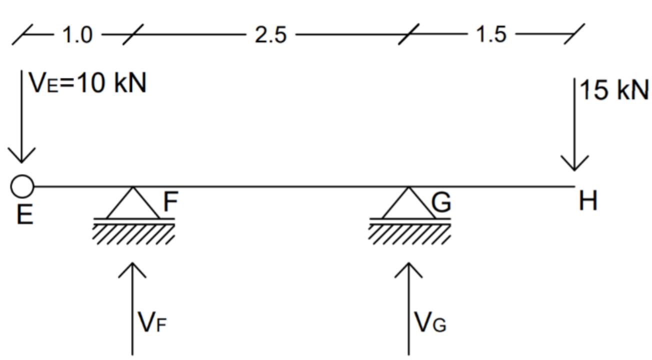
- $\sum M_D = 0 \rightarrow q \cdot 2m \cdot 1m - V_E \cdot 2m = 0$

$$V_E = q$$

- $\sum V = 0 \rightarrow V_D + V_E - q \cdot 2m = 0$

$$V_D = q$$

<u>*Se analiza el tramo EFGH:*</u>



- $\sum M_E = 0 \ \rightarrow \ V_F \cdot 1m + V_G(1m + 2{,}5m) = P \cdot (1m + 2{,}5m + 1{,}5m)$

$$V_F = 5P - 3{,}5\, V_G \quad (I)$$

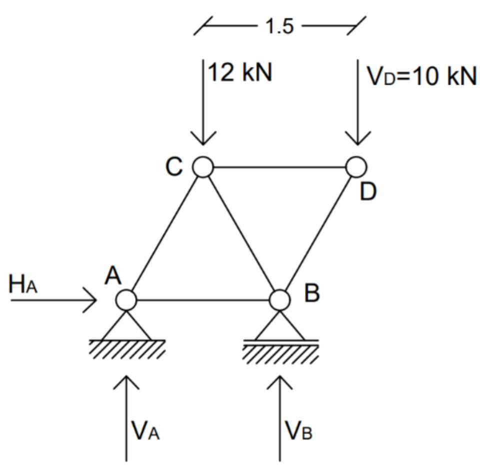
- $\sum V = 0 \ \rightarrow \ V_F + V_G = q + P \quad (II)$

Sustituyendo (I) en (II): $5P - 3{,}5\, V_G + V_G = q + P$

$$V_G = \frac{4P - q}{2{,}5}$$

$$V_F = -0{,}6P + 1{,}4q$$

Se estudia el reticulado ABCD:



- $\sum H = 0 \ \rightarrow H_A = 0$
- $\sum M_A = 0$

$$\rightarrow V_B \cdot 1{,}5m = Q \cdot 0{,}75m + q \cdot 2{,}25m$$

$$V_B = 0{,}5Q + 1{,}5q$$

- $\sum V = 0 \rightarrow V_A + V_B = Q + q$

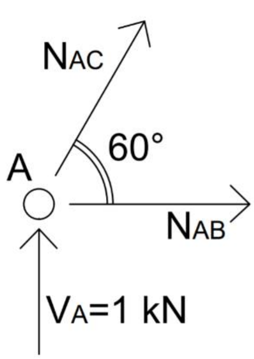
$$V_A = 0{,}5Q - 0{,}5q$$

Para las cargas de la Tabla (Conjunto 1) las reacciones son: H_A=0, V_A=1 kN ↑, V_B=21 kN ↑, V_F=5 kN ↑ y V_G=20 kN ↑.

b) Dimensionar reticulado: $\sigma_{adm} = 140\ MPa$

$sen(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad cos(60°) = 0{,}5$

Equilibrio de nudo A:



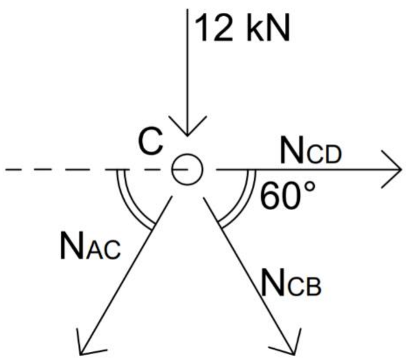
- $\sum V = 0 \rightarrow N_{AC}\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\ kN = 0$

$$N_{AC} = -\frac{2}{\sqrt{3}}\ kN$$

- $\sum H = 0 \ \rightarrow N_{AB} + N_{AC}\frac{1}{2} = 0$

$$N_{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}}\ kN$$

Equilibrio de nudo C:



- $$\sum V = 0 \rightarrow 12\ kN - \frac{2}{\sqrt{3}} kN \frac{\sqrt{3}}{2} + N_{CB}\frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

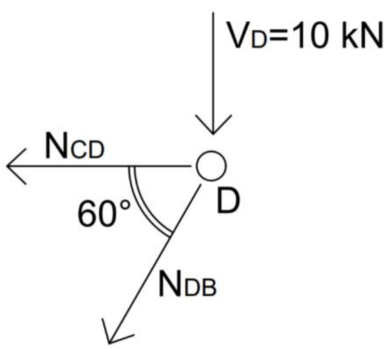
$$N_{CB} = \frac{-22}{\sqrt{3}}\ kN$$

- $$\sum H = 0 \rightarrow\ N_{CD} + N_{CB}\frac{1}{2} = N_{AC}\frac{1}{2}$$

$$N_{CD} = \frac{22}{\sqrt{3}} kN \frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}} kN \frac{1}{2}$$

$$N_{CD} = \frac{10}{\sqrt{3}} kN$$

Equilibrio de nudo D:



- $$\sum V = 0 \rightarrow 10\ kN + N_{DB}\frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$N_{DB} = -\frac{20}{\sqrt{3}} kN$$

Barras a compresión: AC, CB y DB $\rightarrow \left|N_{máx}^{comp}\right| = \frac{22}{\sqrt{3}} kN$

Sección circular de diámetro d. Área sección $=\frac{d^2\pi}{4}$

$$\sigma_{máx} = \frac{\left|N_{máx}^{comp}\right|}{A} = \frac{\left|N_{máx}^{comp}\right|}{d^2\pi/4} = \frac{22/\sqrt{3}\ kN}{d^2\pi/4} \leq 140\ MPa$$

Entonces:

$$d^2 \geq 1{,}155x10^{-4}\ m^2$$

$$d \geq 1{,}075\ cm$$

Tomo: d=1,5 cm.

<u>Barras a tracción:</u> AB y CD → $\left|N_{máx}^{tracc}\right| = \frac{10}{\sqrt{3}} kN$

Sección cuadrada de lado a. Área sección = a^2

$$\sigma_{máx} = \frac{\left|N_{máx}^{tracc}\right|}{A} = \frac{\left|N_{máx}^{tracc}\right|}{a^2} = \frac{10/\sqrt{3}\ kN}{a^2} \leq 140\ MPa$$

Por tanto:

$$a^2 \geq 4{,}124x10^{-5}\ m^2$$

$$a \geq 0{,}642\ cm$$

Tomamos: a=1 cm.

c) Dimensionar viga DEFGH:

Diagrama de cortante (kN):

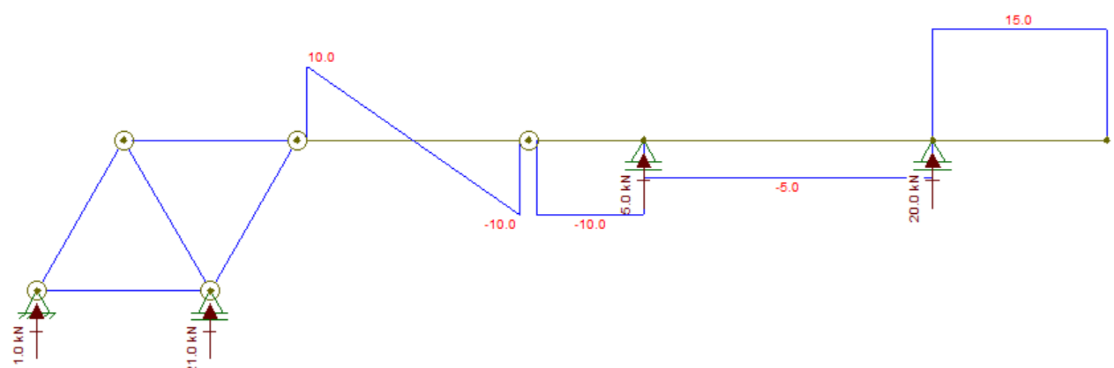
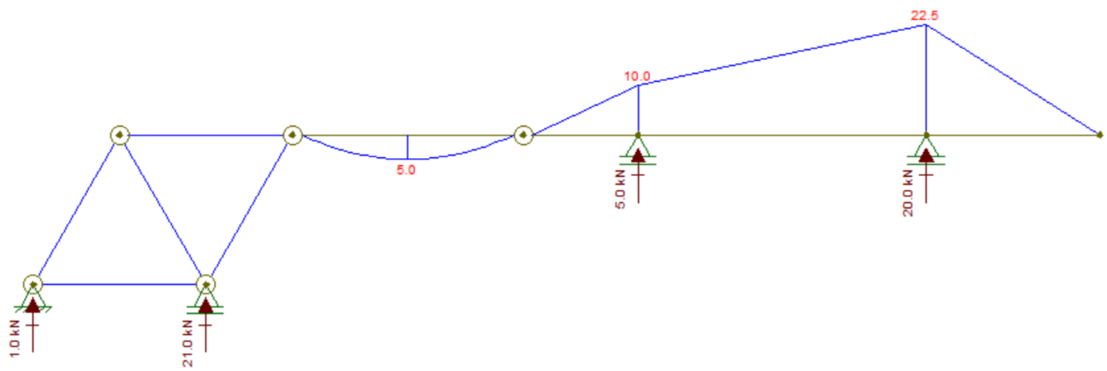


Diagrama de momento flector (kNm):



Se busca dimensionar la viga con un único PNI.

El momento flector máximo en la misma es de -22,5 kNm, y ya que no hay directa:

$$\sigma_{máx} = \frac{|M_{máx}|}{W} = \frac{22{,}5\ kNm}{W} \leq 140\ MPa$$

Por tanto:

$$W \geq 1{,}607x10^{-4}\ m^3 = 160{,}7\ cm^3$$

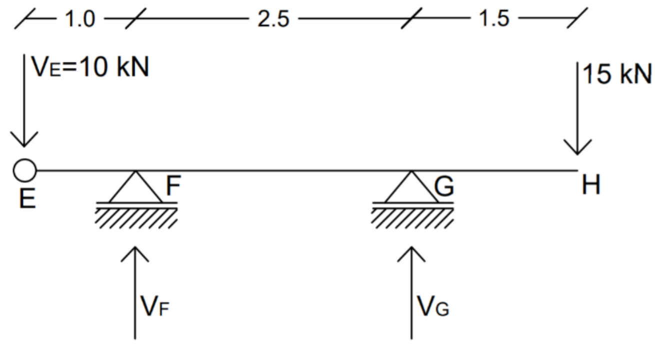
Tomamos un **PNI 200** cuyo módulo resistente es W_y=214 cm^3.

Verificamos las tensiones rasantes admisibles ($\tau_{adm} = 70\ MPa$). Para eso estudiamos la tensión rasante máxima, la cual se da en el baricentro de la sección con mayor cortante. $V_{máx}$=15 kN.

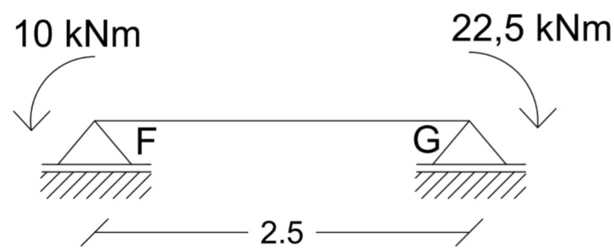
$$\tau_{máx} = \frac{V_{máx} \cdot \mu_G}{I_x \cdot b}$$

$$\tau_{máx} = \frac{15\ kN \cdot 125\ cm^3}{2140\ cm^4 \cdot 7{,}5\ mm} = 11{,}68\ MPa \leq 70\ MPa\ ✓$$

d) Descenso en el punto medio de FG:



Para estudiar el descenso del punto medio estudiamos la viga simplemente apoyada FG con momentos aplicados en sus extremos (debido a las cargas de los voladizos).



Mediante las tablas de deflexión en vigas simplemente apoyadas proporcionadas en el curso se determina la flecha generada por dichos momentos. Se toma módulo de Young E=210 GPa y momento de segundo orden I=$2{,}14x10^{-5}m^4$ (obtenido de las tablas de PNI).

$$\delta^1_{Punto\ medio} = \frac{ML^2}{16EI} = \frac{10kNm \cdot (2{,}5m)^2}{16 \cdot 210GPa \cdot 2{,}14x10^{-5}m^4} = 0{,}087\ cm \uparrow$$

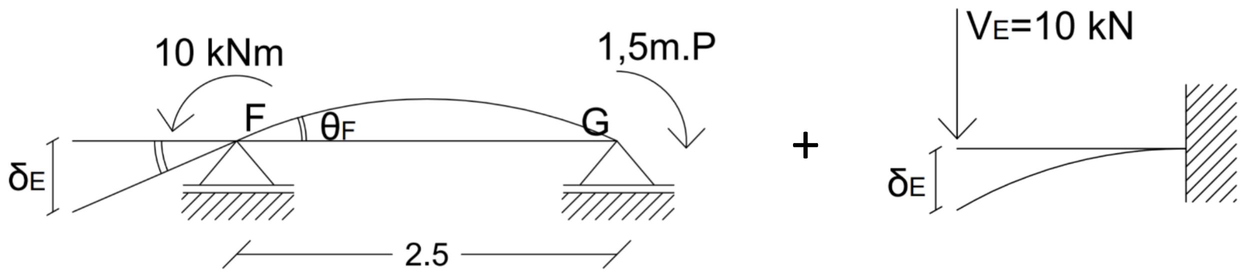
$$\delta^2_{Punto\ medio} = \frac{ML^2}{16EI} = \frac{22{,}5kNm \cdot (2{,}5m)^2}{16 \cdot 210GPa \cdot 2{,}14x10^{-5}m^4} = 0{,}196\ cm \uparrow$$

Por tanto:

$$\delta^{total}_{Punto\ medio} = 0{,}283\ cm\ hacia\ arriba$$

e) Carga P vertical para que el descenso en E sea nulo:

Para estudiar el descenso del punto E, se deben estudiar dos casos y superponerlos. Por un lado, se debe calcular el descenso asociado al giro en F (obtenido mediante el estudio de la viga simplemente apoyada con momentos aplicados en los extremos de la parte anterior) y el descenso generado al estudiar la ménsula EF (con extremo empotrado en F) con 10 kN aplicados en E. Es decir:



<u>Viga simplemente apoyada FG:</u>

$$\theta_F = \frac{10kNm \cdot 2{,}5m}{3 \cdot 210GPa \cdot 2{,}14x10^{-5}m^4} + \frac{P \cdot 1{,}5m \cdot 2{,}5m}{6 \cdot 210GPa \cdot 2{,}14x10^{-5}m^4}$$

$$\theta_F = 1{,}854x10^{-7}\ (10000 + P \cdot 0{,}75)$$

Por tanto:

$$\delta_E^1 = \theta_F \cdot 1\ m = 1{,}854x10^{-7}\ (10000 + P \cdot 0{,}75)\ \downarrow$$

<u>Ménsula EF:</u>

$$\delta_E^2 = \frac{10kN \cdot (1\ m)^3}{3 \cdot 210GPa \cdot 2{,}14x10^{-5}m^4} = 7{,}417x10^{-4}m\ \downarrow$$

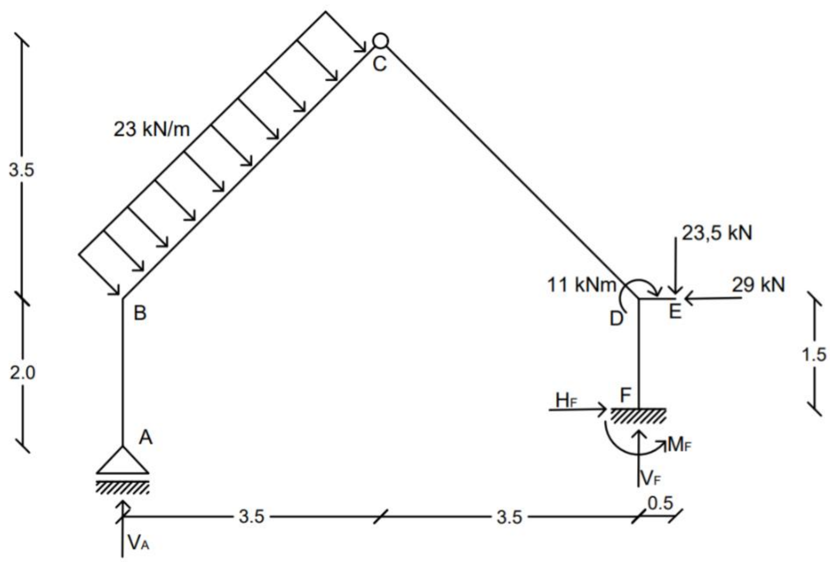
Ahora:

$$\delta_E = \delta_E^1 + \delta_E^2 = 0$$

Despejamos P, y obtenemos: **P=-18667,6 N.** Por tanto, al aplicar una carga P vertical hacia arriba de módulo 18667,6 N aproximadamente, obtenemos un descenso nulo en E.

Ejercicio 2)

Se toman los datos del Conjunto 1.



a) Reacciones:

Positivo hacia arriba (reacciones verticales), hacia la derecha (reacciones horizontales) y en sentido antihorario (momento).

$L_{BC} = \sqrt{2} \cdot 3{,}5\,m = \sqrt{24{,}5}\,m \cong 4{,}95\,m$

- $\sum M_C^{izq} = 0 \rightarrow 23\,kN/m \cdot \sqrt{24{,}5}\,m \cdot \frac{\sqrt{24{,}5}\,m}{2} = V_A \cdot 3{,}5\,m$

$$\mathbf{V_A = 80{,}5\ kN}$$

- $\sum V = 0 \rightarrow V_A + V_F - 23{,}5\,kN - 23\,kN/m \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{24{,}5}\,m = 0$

$$\mathbf{V_F = 23{,}5\ kN}$$

- $\sum H = 0 \rightarrow H_F - 29\,kN + 23\,kN/m \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{24{,}5}\,m = 0$

$$\mathbf{H_F = -51{,}5\ kN}$$

- $\sum M_C^{der} = 0 \rightarrow$
  $23{,}5\,kN \cdot 4\,m + 11\,kNm + 29\,kN \cdot 3{,}5\,m - V_F \cdot 3{,}5\,m - H_F \cdot 5\,m - M_F = 0$

$$\mathbf{M_F = 381{,}75\ kNm}$$

b) Diagramas de solicitaciones:

Diagrama de directa (kN):

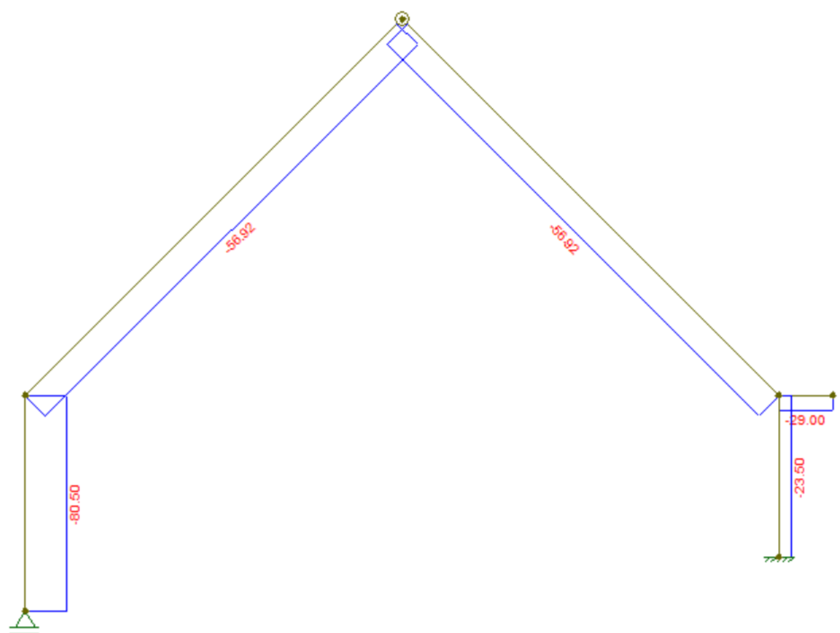


Diagrama de cortante (kN):

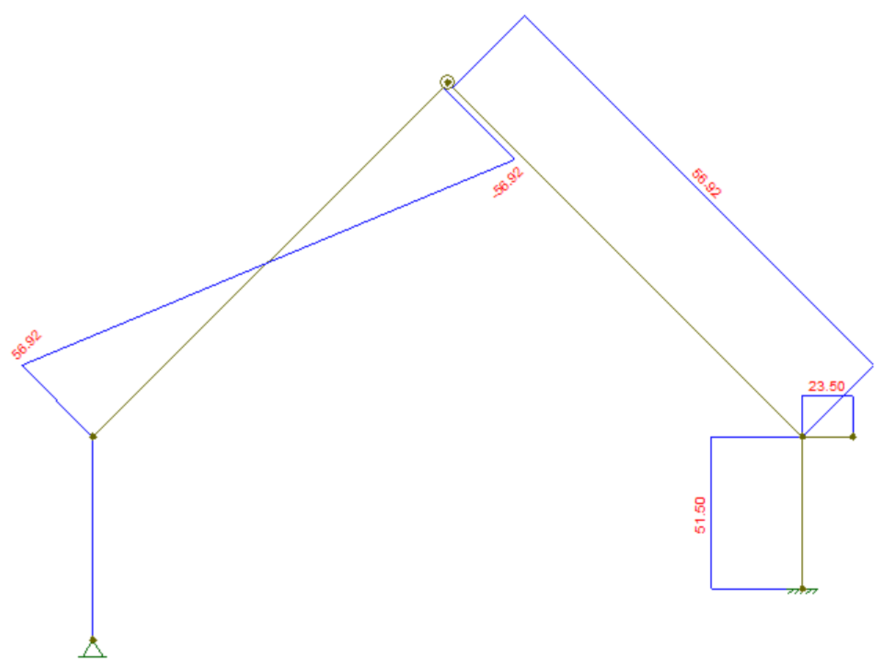
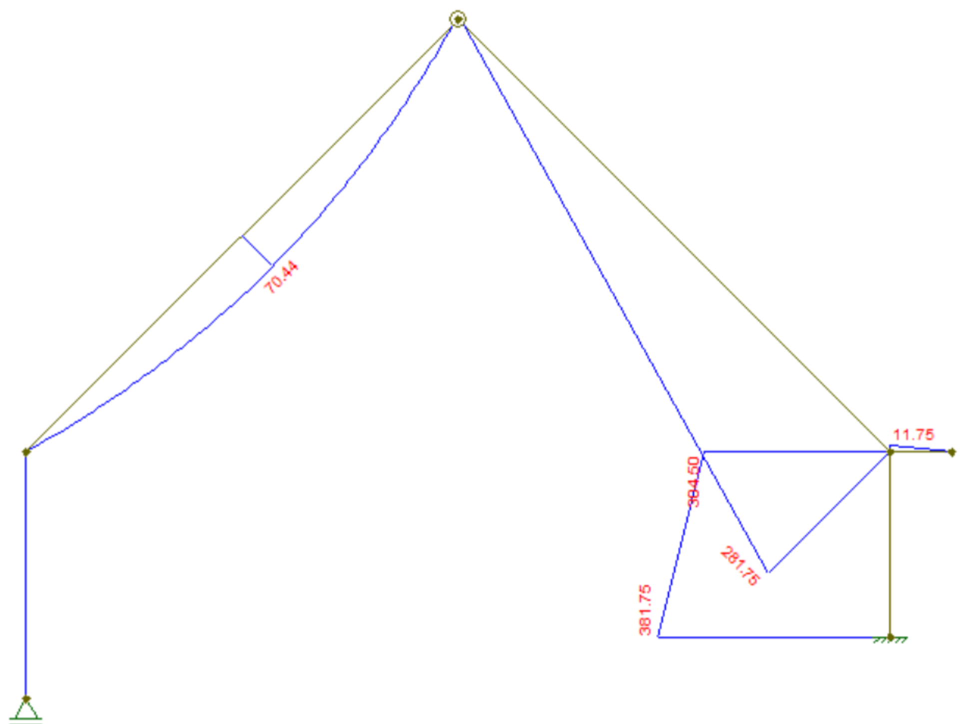
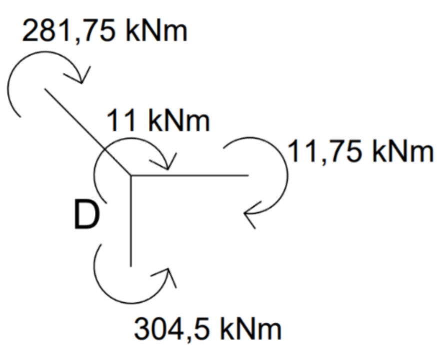


Diagrama de momento flector (kNm):





$$\bullet \sum M_i + M_{ext} = 0 \ \rightarrow$$

$$\rightarrow 281{,}75 kNm \ + \ 11{,}75 kNm \ - \ 304{,}5 kNm \ + \ 11 kNm = 0 \checkmark$$

c) Dimensionar con sección cuadrada:

Sección cuadrada de lado a. Área sección = a^2. $\sigma_{adm} = 140 \ MPa$.

El momento máximo se da en la barra DF y vale $M_{máx}$=381,75 kNm. La directa asociada a dicha barra es de valor N=23,5 kN (de compresión).

Predimensiono utilizando solo la tensión normal generada por el momento flector máximo:

$$\frac{M_{máx}}{W} = \frac{381{,}75\ kNm \cdot a/2}{a^4/12} \leq\ 140\ MPa$$

$$a \geq 0{,}254\ m$$

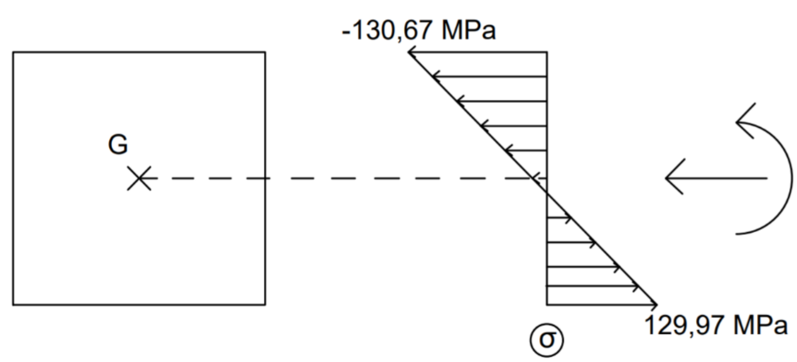
Tomo a = 26 cm y corroboro que no se superen la tensión admisible al agregar la componente asociada a la directa:

$$\sigma_{máx} - = \frac{M_{máx}}{W} + \frac{N}{A} = \frac{381{,}75\ kNm}{2{,}93x10^{-3}\ m^3} + \frac{23{,}5\ kN}{0{,}0676\ m^2} \cong 130{,}67\ MPa$$

Dado que la tensión normal máxima es menor a la tensión admisible, podemos dimensionar con una sección cuadrada de lado **a = 26 cm**.

d) Diagrama de tensiones normales y rasantes:

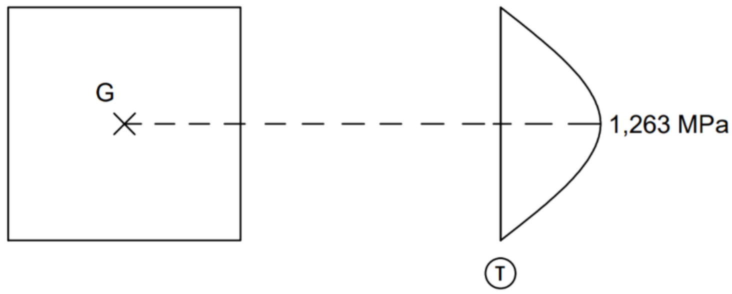
La sección con mayores tensiones normales es la sección en el empotramiento F. El diagrama de tensiones normales en dicha sección es el siguiente:



$$\sigma_{comp} = \frac{M_{máx}}{W} + \frac{N}{A} = \frac{381{,}75\ kNm}{2{,}93x10^{-3}\ m^3} + \frac{23{,}5\ kN}{0{,}0676\ m^2} \cong 130{,}67\ MPa$$

$$\sigma_{tracc} = \frac{M_{máx}}{W} - \frac{N}{A} = \frac{381{,}75\ kNm}{2{,}93x10^{-3}\ m^3} - \frac{23{,}5\ kN}{0{,}0676\ m^2} \cong 129{,}97\ MPa$$

Las secciones con mayores tensiones rasantes son las que tienen mayor cortante ($V_{máx}$=56,92 kN). El diagrama de tensiones rasantes en dichas secciones es el siguiente (sigue función polinómica de 2do grado):



$$\tau_{máx} = \frac{V_{máx} \cdot \mu_G}{I_x \cdot b} = \frac{56{,}92\ kN\ \cdot\ (a \cdot a/2 \cdot a/4)}{(a^4/12) \cdot a} = \frac{56{,}92\ kN \cdot 2{,}197x10^{-3}m^3}{3{,}808x10^{-4}m^4 \cdot 0{,}26m} \cong 1{,}263\ MPa$$