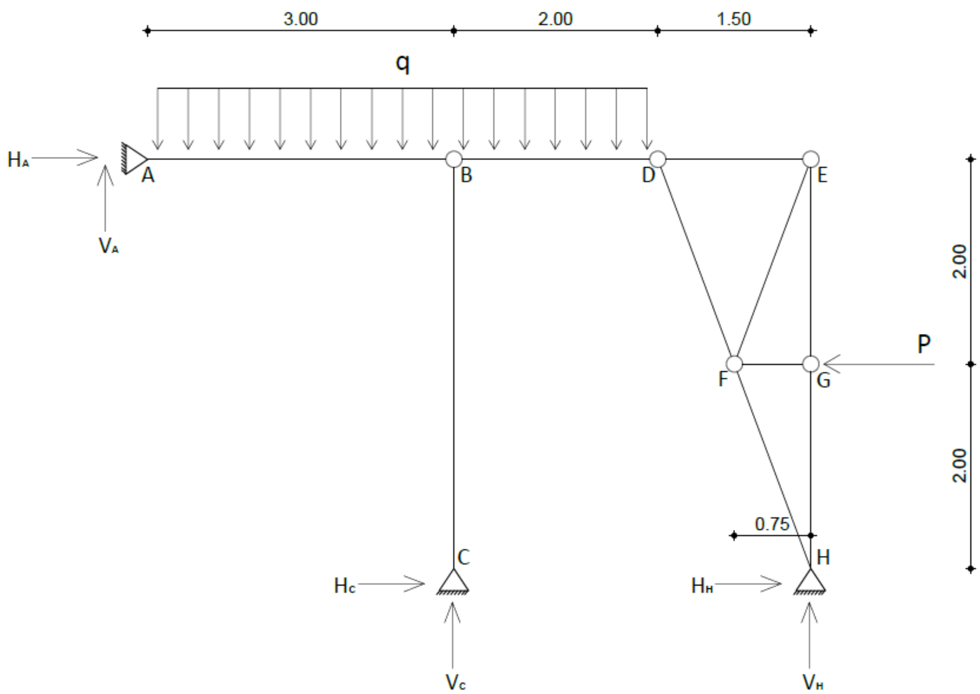
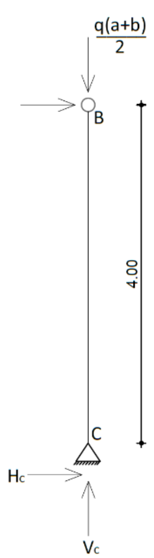
Ejercicio 1

Parte (a)

Se utilizan los datos pertenecientes al Conjunto 1.



La carga distribuida ***q*** se distribuye en partes iguales hacia cada uno de los extremos de las barras donde se aplica. En la barra **AB** la carga se transfiere a los nodos **A** y **B** ($\frac{qa}{2} = \frac{3q}{2}$ para cada nodo) y lo mismo sucede en la barra **BD** ($\frac{qb}{2} = q$ para cada nodo). Se obtiene entonces que la reacción vertical en el apoyo **A** es $\frac{3q}{2}$, la fuerza vertical en el nodo **B** es $\frac{q(a+b)}{2} = \frac{5q}{2}$ y la fuerza vertical que realiza la barra **BD** desde el nodo **D** al reticulado de la derecha es q.



Estudiando de forma aislada la barra **CB** (considerando las fuerzas que el resto de la estructura le realiza a la barra a través del nodo **B**) se obtiene que la reacción vertical en **C** es $\frac{q(a+b)}{2} = \frac{5q}{2}$ (surge del equilibrio vertical), mientras que planteando equilibrio de momentos desde **B** se obtiene que la reacción horizontal en **C** debe ser cero.

$$V_A = \frac{3q}{2}$$

$$V_C = \frac{5q}{2}$$

$$H_C = 0$$

Realizando equilibrio global de fuerzas verticales sobre la estructura se obtiene lo siguiente:

$$5q - V_A - V_C - V_H = 0 \Longrightarrow V_H = q$$

Luego, planteando el equilibrio de momentos global de la estructura desde el apoyo **A** se obtiene lo siguiente:

$$d \cdot P + \frac{(a+b)^2}{2} q - a \cdot V_C - (a+b+c) \cdot V_H - 2d \cdot H_H = 0$$

$$H_H = 0{,}5 \cdot P - 0{,}375 \cdot q$$

Finalmente, por equilibrio global de fuerzas horizontales se tiene lo siguiente:

$$H_H + H_A - P = 0 \Longrightarrow H_A = 0{,}5 \cdot P + 0{,}375 \cdot q$$

Parte (b)

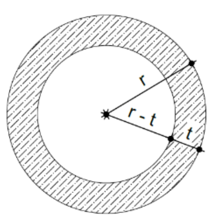
Para que la barra **FH** esté comprimida la reacción H_H debe ser hacia la izquierda, es decir, sentido contrario a la planteada al inicio de la resolución (esto surge de plantear equilibrio de fuerzas en el nodo **H**). Se tiene entonces que la condición es la siguiente:

$$H_H = 0{,}5 \cdot P - 0{,}375 \cdot q < 0 \Longrightarrow {}^{P}\!/_{q} < 0{,}75$$

Parte (c)

El acortamiento o alargamiento de una barra sometida a directa se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\delta = \frac{NL}{EA} < \delta_0$$



Donde ***N*** es la fuerza a la que está sometida la barra **BC**, igual a $V_C = \frac{5q}{2} = 25\ kN$, ***L*** es el largo de la barra (4 metros), $\boldsymbol{E} = 210\ GPa$ el módulo de elasticidad y ***A*** el área de una sección hueca, la cual se determina mediante la siguiente ecuación $A = \pi \cdot (r^2 - (r-t)^2)$, siendo r el radio exterior de la sección. Tomando $t = 2\ mm$ y $\delta_0 = 0{,}8\ mm$ se despeja el área y luego el valor del radio exterior r.

$$A > 5{,}95\ cm^2 \Longrightarrow r > 4{,}84\ cm$$

Parte (d)

Dado que ambas barras están sometidas a la misma fuerza directa de compresión igual a $H_A = 0{,}5 \cdot P + 0{,}375 \cdot q = 11{,}25\ kN$ dimensionará aquella que tenga un mayor momento flector, el cual se genera en la barra más larga. Se tiene entonces que en este caso la barra que dimensiona es la **AB**, la cual tiene un momento en su sección central igual a $\frac{qa^2}{8} = 11{,}25\ kNm$.

Se comienza despreciando el esfuerzo a directa para estimar un valor de módulo resistente, obteniendo lo siguiente:

$$\sigma_{adm} > \frac{M}{W} \Longrightarrow W > \frac{11{,}25\ kNm}{140\ MPa} = 80{,}36\ cm^3$$

Elegimos un PNI 14 y verificamos que no se superen las tensiones admisibles, considerando ahora el esfuerzo a directa. Si bien se toman los valores positivos, se sabe que la máxima tensión será negativa (el momento comprimiendo la fibra superior del perfil y la directa comprimiendo toda la sección de manera uniforme).

$$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{N}{A} = \frac{11{,}25\ kNm}{81{,}9\ cm^3} + \frac{11{,}25\ kN}{18{,}2\ cm^2} = 143{,}5\ MPa > \sigma_{adm}$$

Dado que se superan las tensiones admisibles se opta por un PNI 16, con el cual sí se verifica que no se superan las tensiones admisibles.

Parte (e)

Una vez resuelto el reticulado se deduce que la máxima fuerza a directa se genera en la barra **FE**, teniendo una tracción de 21,36 kN. Se dimensiona entonces de la siguiente manera:

$$\sigma_{adm} > \frac{N}{A} \Longrightarrow A > \frac{21{,}36\ kN}{140\ MPa} = 1{,}53\ cm^2 \Longrightarrow r > 0{,}7\ cm$$

2)

a	c	P	q
1,2 m	10 mm	20 kN	20 kN/m

a)

Se divide la estructura, se empieza resolviendo por el tramo DEFG, considerando un apoyo ficticio en el punto D. Se realiza equilibrio de momentos desde D y equilibrio vertical, obteniendo entonces:

$$M_D = -1.5m\ 20kN + 2.5m\ R_F - 3.5m\ 20kN = 0$$

$$R_D^f + R_F = 40kN$$

$$\begin{cases} R_F = 40kN\ \uparrow \\ R_D^f = 0kN \end{cases}$$

Se resuelve entonces el tramo BCD, se considera la articulación en B como un apoyo fijo ficticio y el tensor HC como un apoyo deslizante. Realizando equilibrio de momentos desde B y luego equilibrio vertical se obtiene:

$$M_B = -3m\ 6m\ 20\frac{kN}{m} + 4m\ F_{HC} = 0$$

$$R_B^f + F_{HC} = 6m\ 20\frac{kN}{m}$$

$$\begin{cases} F_{HC} = 90\ kN\ \uparrow \\ R_B^f = 30\ kN \uparrow \end{cases}$$

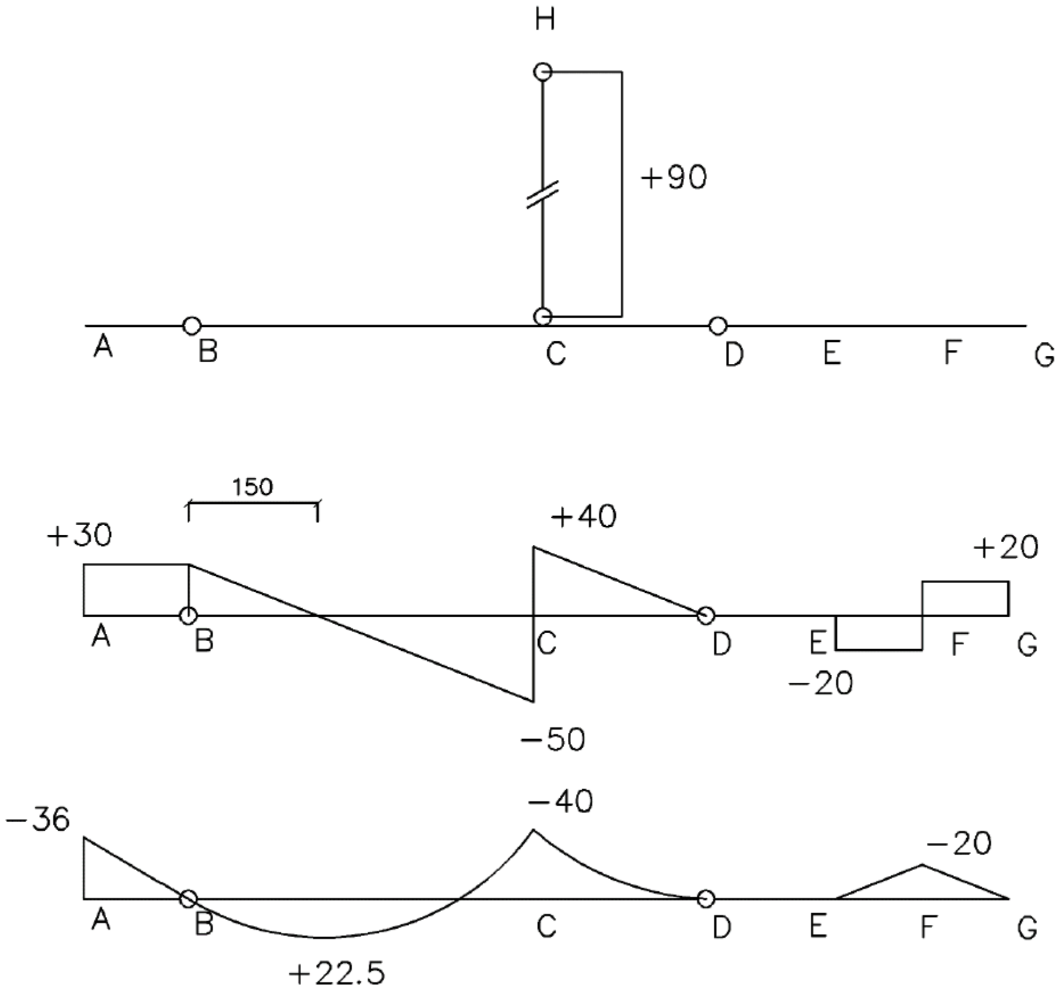
Se resuelve ahora la ménsula.

$$\begin{cases} R_A = 30\ kN\ \uparrow \\ M_A = 1.2m\ 30\ kN = 36\ kNm\ \curvearrowleft \end{cases}$$

Para el tensor basta realizar el equilibrio vertical:

$$\{R_H = 90\ kN\ \uparrow$$

A partir de estas reacciones se realizan los diagramas (unidades en kN y kNm respectivamente).



c)

Se deben calcular las propiedades de la sección para calcular las tensiones, para lo cual se debe encontrar el centro de gravedad de la sección en primera instancia, dado que es una sección con un eje de simetría solo queda encontrar la altura del mismo.

$$y_G = \frac{15cm\ 21cm\frac{21}{2}cm - 10cm\ 13cm\ 6cm}{15cm\ 21cm - 10cm\ 13cm} = 13.66cm$$

Aplicando el teorema de Steiner se encuentra la inercia:

$$I_X = \frac{15cm21^3cm^3}{12} + 12cm21cm\left(y_G - \frac{21}{2}cm\right)^2 - \left(\frac{13cm10^3cm^3}{12} + (y_G - 6cm)^2 13cm10cm\right) = 6010.55cm^4$$

Para las tensiones normales máximas se deben considerar tanto el momento máximo positivo como el máximo negativo.

Para la compresión máxima:

Con el momento máximo positivo y la fibra superior:

$$\sigma^1_{comp} = \frac{22.5\ kN\ (21\ cm - y_G)}{6010.55\ cm^4} = 27.48\ MPa$$

Con el momento máximo negativo y la fibra inferior:

$$\sigma^2_{comp} = \frac{40\ kN\ y_G}{6010.55\ cm^4} = 90.92\ MPa$$

Por lo que resulta el máximo en este caso.

Para la tracción máxima:

Con el momento máximo negativo y la fibra superior:

$$\sigma^1_{tracc} = \frac{40\ kN\ (21\ cm - y_G)}{6010.55\ cm^4} = 48.85\ MPa$$

Con el momento máximo positivo y la fibra inferior:

$$\sigma^2_{comp} = \frac{22.5\ kN\ y_G}{6010.55\ cm^4} = 51.14\ MPa$$

Teniendo el máximo en este caso.

d) Estiramiento:

L = 5 m

F = 90 kN

E = 210 GPa

A= 0.01*0.01* 3.14159

DL=(L.F)/(E.A)= 0.007 m