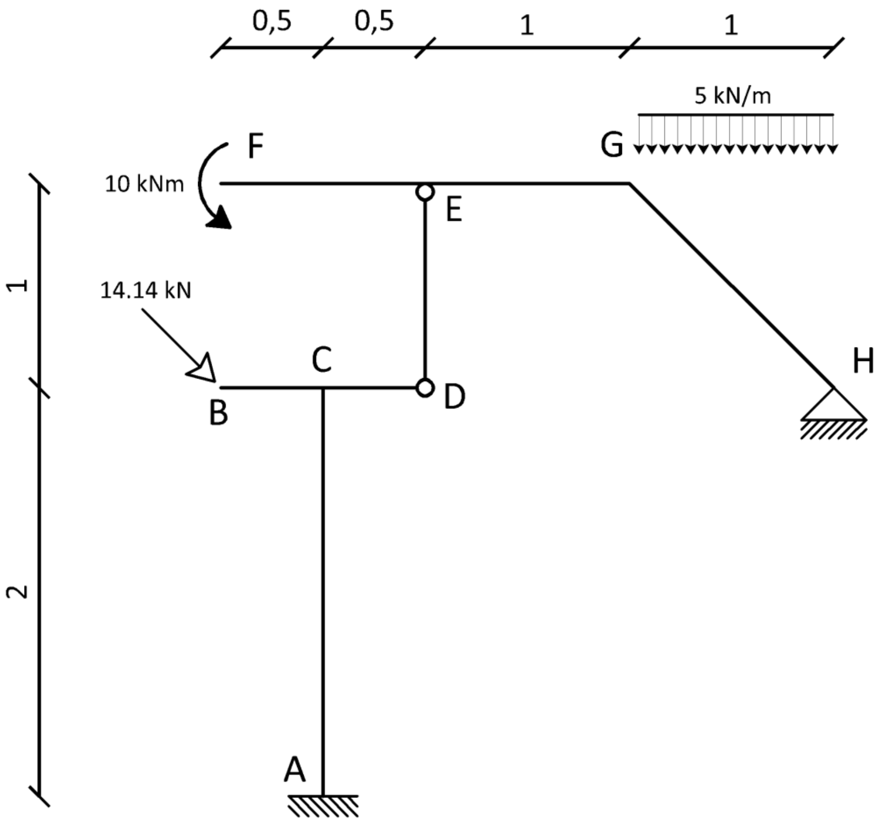
Ejemplo Pórtico

INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Ejercicio

- Encontrar las reacciones del pórtico
- Realizar diagramas de solicitaciones
- Dimensionar con una sección de ancho a y altura $2a$ ($\sigma_{adm} = 30\ MPa$) a debe ser entero en cm
- Hallar el desplazamiento del punto B $E = 25\ GPa$, se desprecia la deformación por directa

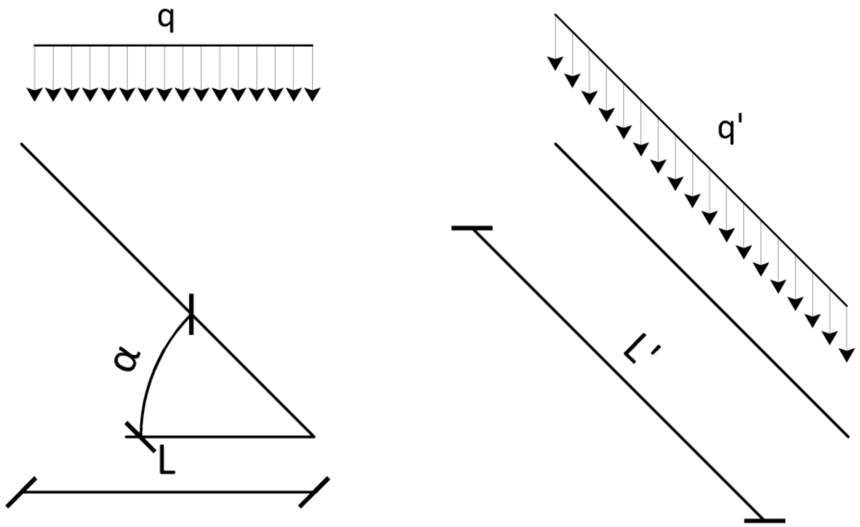


INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Carga distribuida sobre barras inclinadas

- En ocasiones podemos encontrar cargas distribuidas sobre barras inclinadas, por lo tanto podemos:
  - Trabajarla como carga proyectada
  - Proyectar la carga
  - Descomponer la carga en los ejes locales de la barra



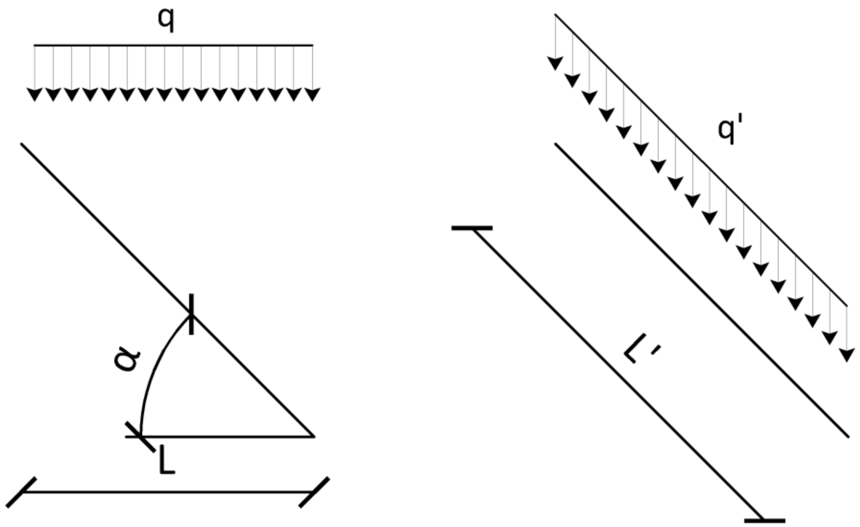
Carga distribuida sobre barras inclinadas

- Los sistemas mostrados son equivalentes, queremos entonces encontrar la relación entre las cargas q y q'

$$qL = q'L'$$

$$\frac{L}{L'} = cos\alpha$$

$$q' = q\ cos\alpha$$



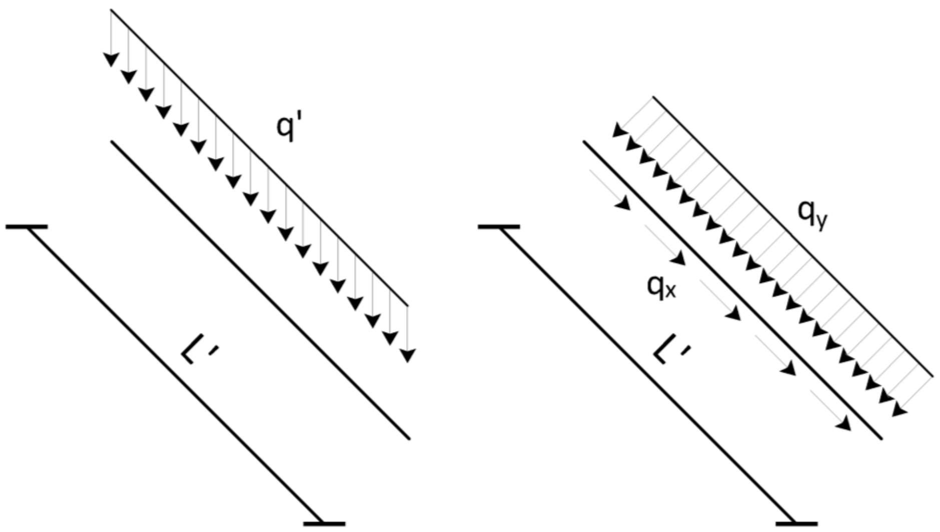
INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Carga distribuida sobre barras inclinadas

- Puede resultar útil trabajar con la carga en los ejes locales de la barra, por lo que descomponemos en cargas q_x y q_y

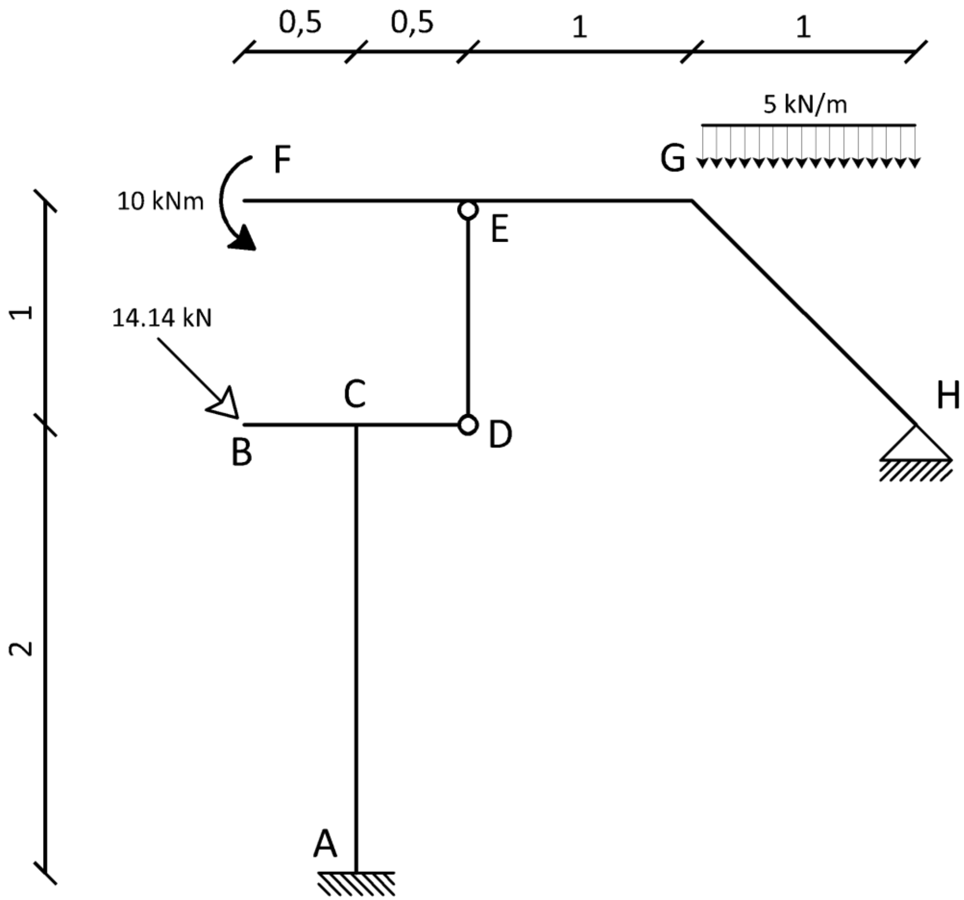
$$q_y = q'cos\alpha = qcos^2\alpha$$
$$q_x = q'sen\alpha = q\ cos\alpha\ sen\alpha$$



INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni
FACULTAD DE INGENIERIA

Análisis Estructural

- FEGH es una viga simplemente apoyada con un voladizo
- ED es una biela (barra bi articulada sin cargas en el tramo), solo podrá ejercer una fuerza en su dirección
- ABCD es una ménsula



INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

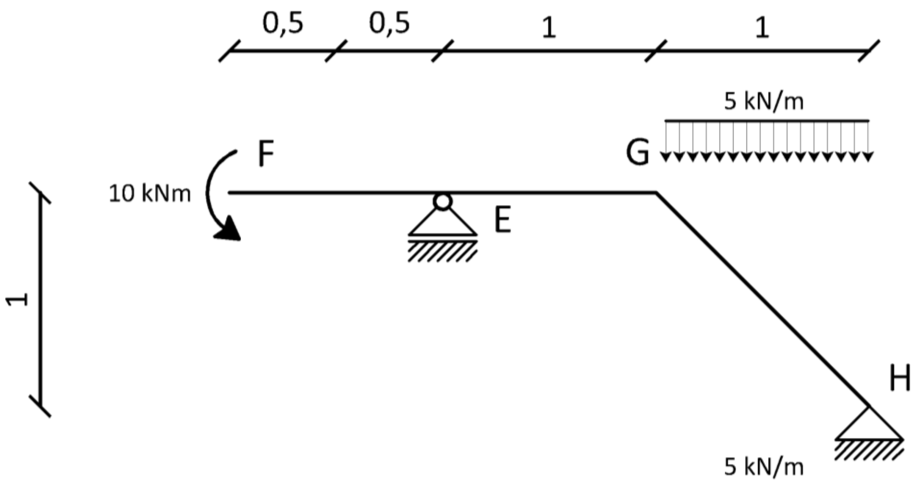
Reacciones

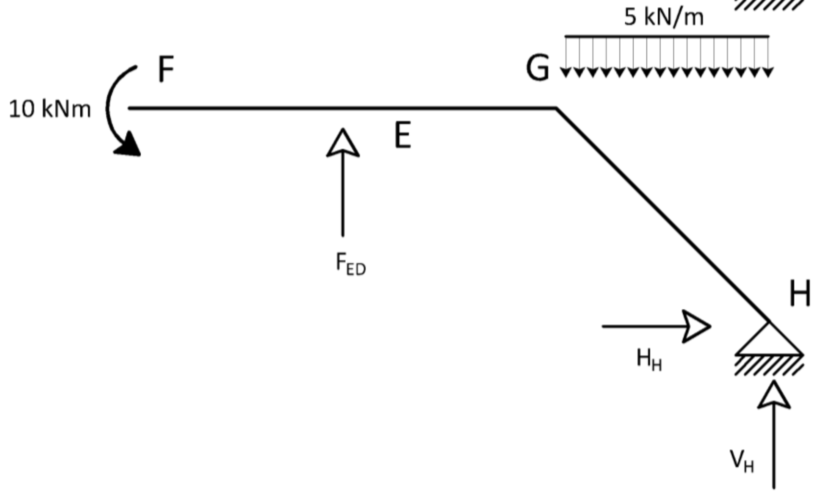
- Comenzamos calculando las reacciones de la viga simplemente apoyada

$$M_H = 0 = 5\frac{kN}{m}1m\frac{1}{2}1m + 10\ kNm - F_{ED}2m$$
$$F_{ED} = 6.25\ kN$$

$$\sum F_V = 0 = -5\frac{kN}{m} + 6.25\ kN + V_H$$
$$V_H = -1.25\ kN$$

$$\sum F_H = 0 \rightarrow H_H = 0$$





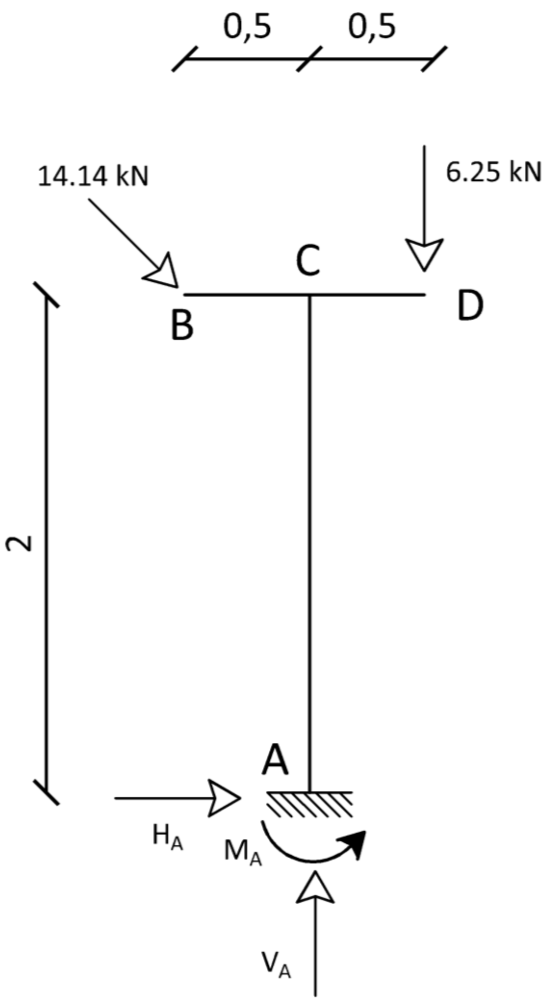
INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni
FACULTAD DE INGENIERIA

Reacciones

$$M_A - 6.25kN\ 0.5m - 10kN\ 2m + 10kN\ 0.5m = 0$$
$$M_A = 18.125\ kNm$$

$$V_A - 6.25\ kN - 10\ kN = 0$$
$$V_A = 16.25\ kN$$

$$H_A = -10\ kN$$



INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Solicitaciones: Tramo AC

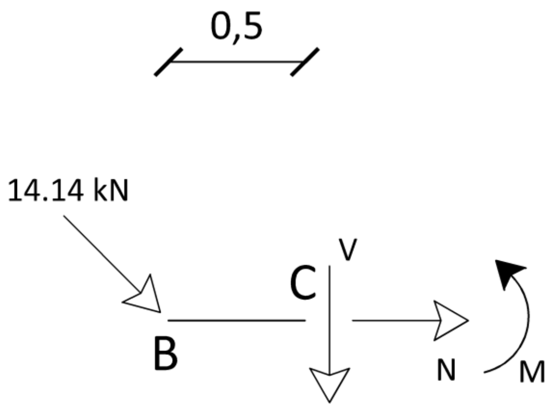
$$M_{CA} + 18.125\ kNm - 10kN\ 2m = 0 \rightarrow M_{CA} = 1.875\ kNm$$
$$V_{CA} - 10\ kN = 0 \rightarrow V_{CA} = 10\ kN$$
$$N_{CA} + 16.25\ kN = 0 \rightarrow N_{CA} = -16.25\ kN$$

INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Solicitaciones: Tramo BC

$$M_{CB} + 10kN\ 0.5m = 0 \rightarrow M_{CB} = -5\ kNm$$
$$V_{CB} + 10\ kN = 0 \rightarrow V_{CB} = -10\ kN$$
$$N_{CB} + 10\ kN = 0 \rightarrow N_{CB} = -10\ kN$$

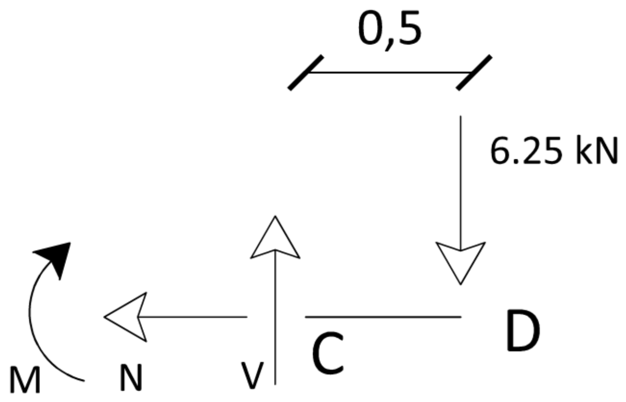


INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Solicitaciones: Tramo CD

$$M_{CD} + 6.25kN\ 0.5m = 0 \rightarrow M_{CD} = -3.125\ kNm$$
$$V_{CD} - 6.25\ kN = 0 \rightarrow V_{CD} = 6.25\ kN$$
$$N_{CD} = 0$$



INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

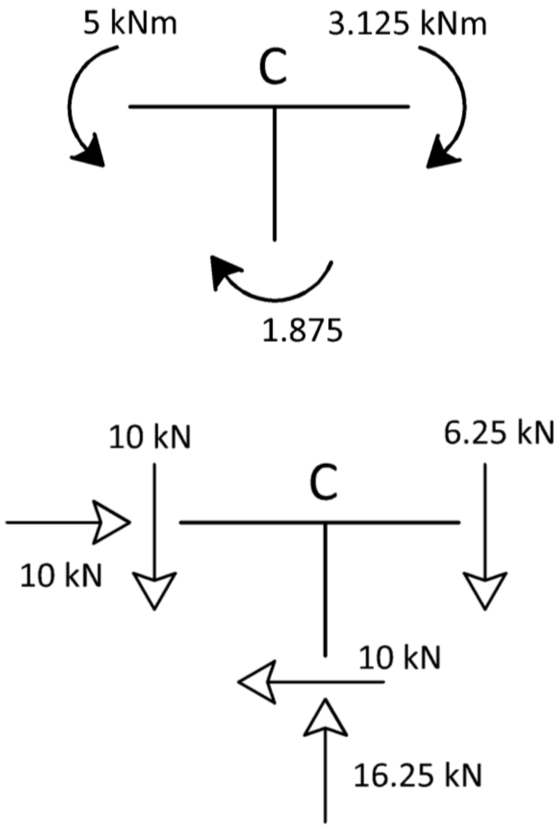
Equilibrio en C

- Vamos a verificar el equilibrio del nudo C

$$5\ kNm - 1.875\ kNm - 3.125\ kNm = 0$$

$$16.25\ kN - 10\ kN\ - 6.25\ kN = 0$$

$$10\ kN\ - 10\ kN = 0$$

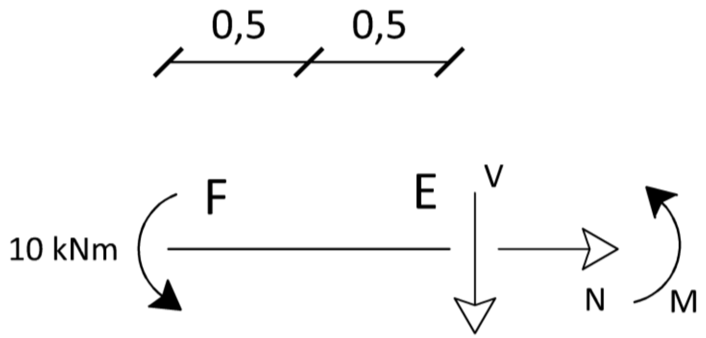


INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Solicitaciones: Tramo EF

$$M_{EF} + 10\ kNm = 0 \rightarrow M_{EF} = -10\ kNm$$
$$V_{EF} = 0$$
$$N_{EF} = 0$$

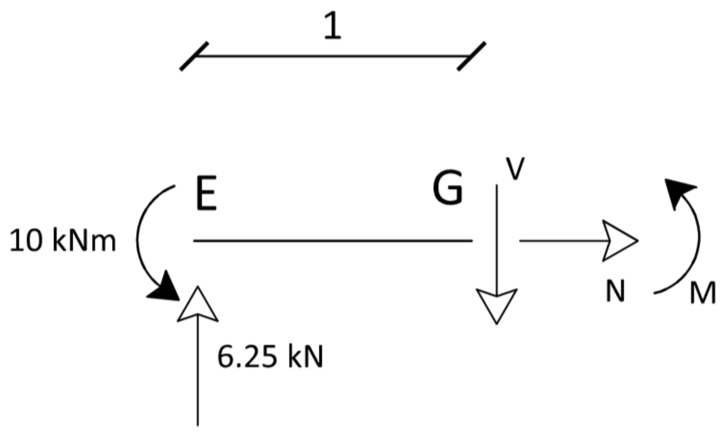


INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Solicitaciones: Tramo EG

$$M_{GE} + 10\ kNm - 6.25\ kN\ 1m = 0 \rightarrow M_{GE} = 3.75\ kNm$$
$$V_{GE} - 6.25\ kN = 0 \rightarrow V_{GE} = 6.25\ kN$$
$$N_{GE} = 0$$



INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

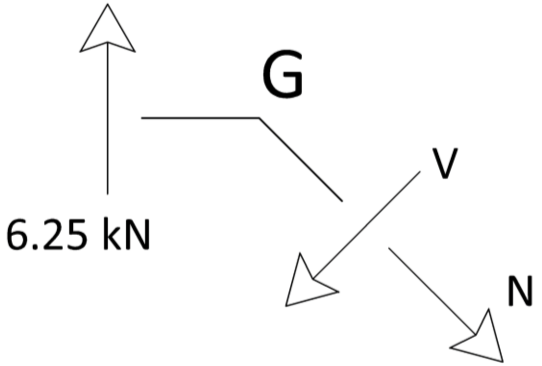
FACULTAD DE INGENIERIA

Nudo G

- En G hay un cambio de dirección en las solicitaciones, por lo que tenemos que calcular como se distribuyen nuevamente.

$$N_{GH}\ sen\ 45 + V_{GH}\ cos\ 45 - 6.25\ kN = 0$$
$$N_{GH}\ cos\ 45 - V_{GH}\ sen\ 45 = 0$$

$$N_{GH} = V_{GH} = \frac{6.25\ kN}{\sqrt{2}} \approx 4.419\ kN$$



INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

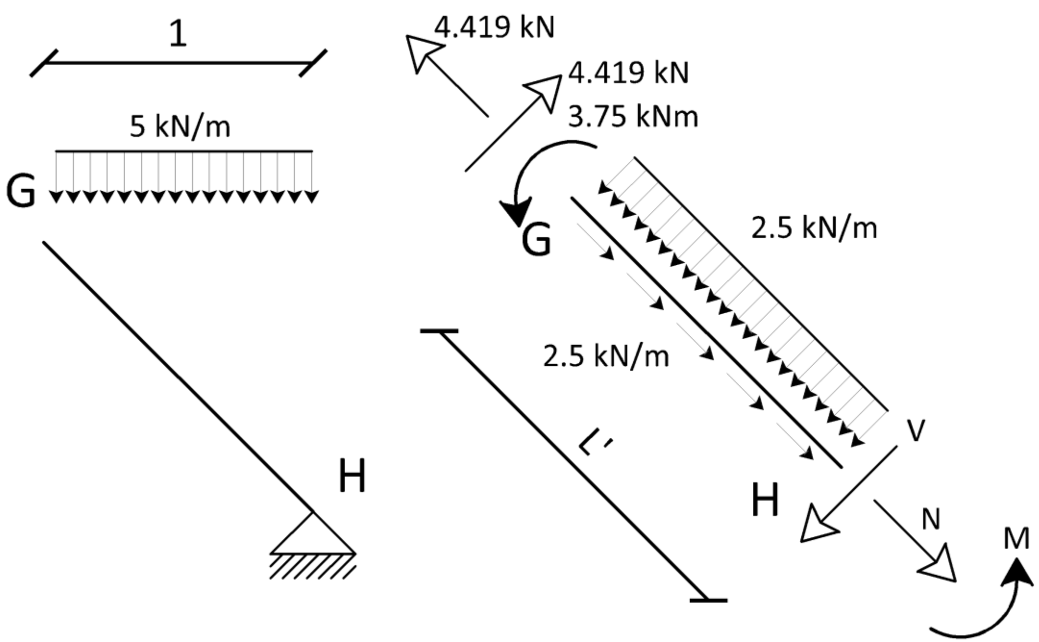
Solicitaciones: Tramo GH

- Vamos a llevar la carga distribuida a los ejes locales de la barra.

$$q_y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 q = 2.5\frac{kN}{m}$$

$$q_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}} q = 2.5\frac{kN}{m}$$

$$L' = \sqrt{2}\ 1\ \mathrm{m}$$



INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Solicitaciones: Tramo GH

$$M_{HG} + 3.75\ kNm - \frac{6.25\ kN}{\sqrt{2}} \sqrt{2}\ m + 2.5 \frac{kN}{m} \left(\sqrt{2}\ m\right)^2 \frac{1}{2} = 0$$

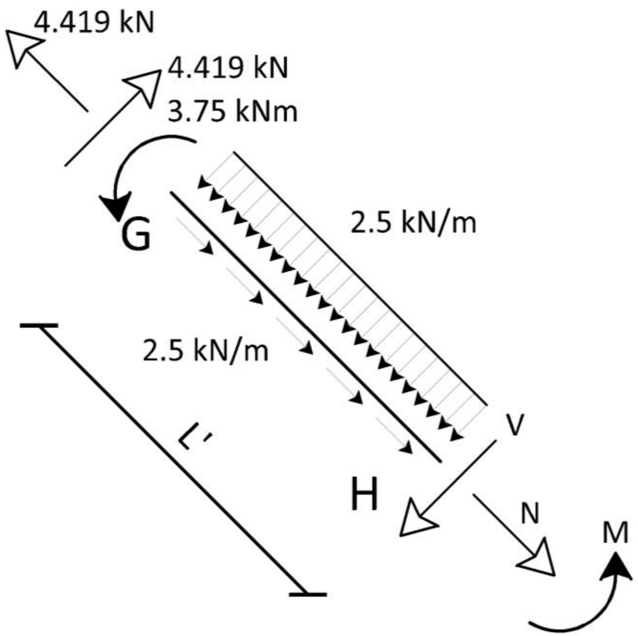
$$M_{HG} = 0\ (Es\ un\ apoyo\ fijo)$$

$$V_{HG} - \frac{6.25\ kN}{\sqrt{2}} + 2.5 \frac{kN}{m} \sqrt{2}\ m = 0$$

$$V_{HG} = 0.625\sqrt{2}\ kN \approx 0.883\ kN$$

$$N_{HG} - \frac{6.25\ kN}{\sqrt{2}} + 2.5 \frac{kN}{m} \sqrt{2}\ m = 0$$

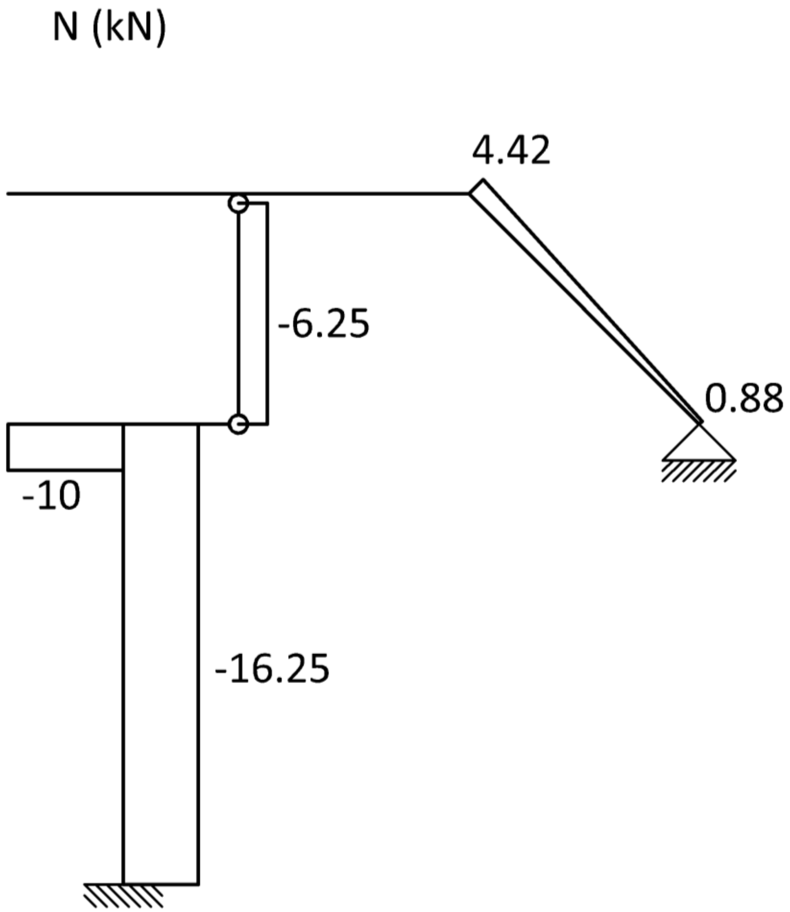
$$N_{HG} = 0.625\sqrt{2}\ kN \approx 0.883\ kN$$



INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

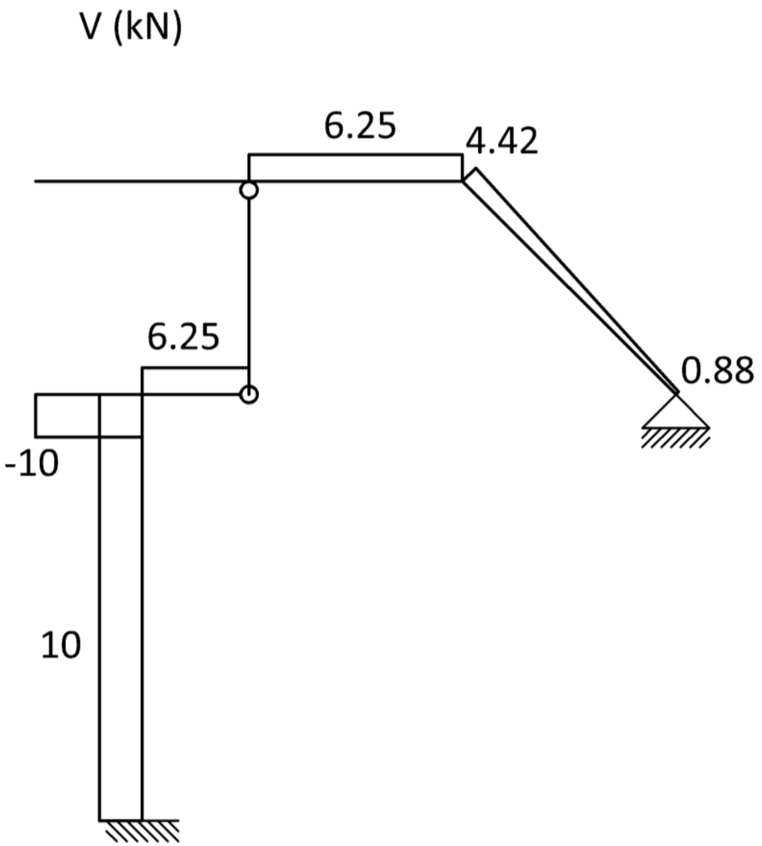
Diagrama de Directa



INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

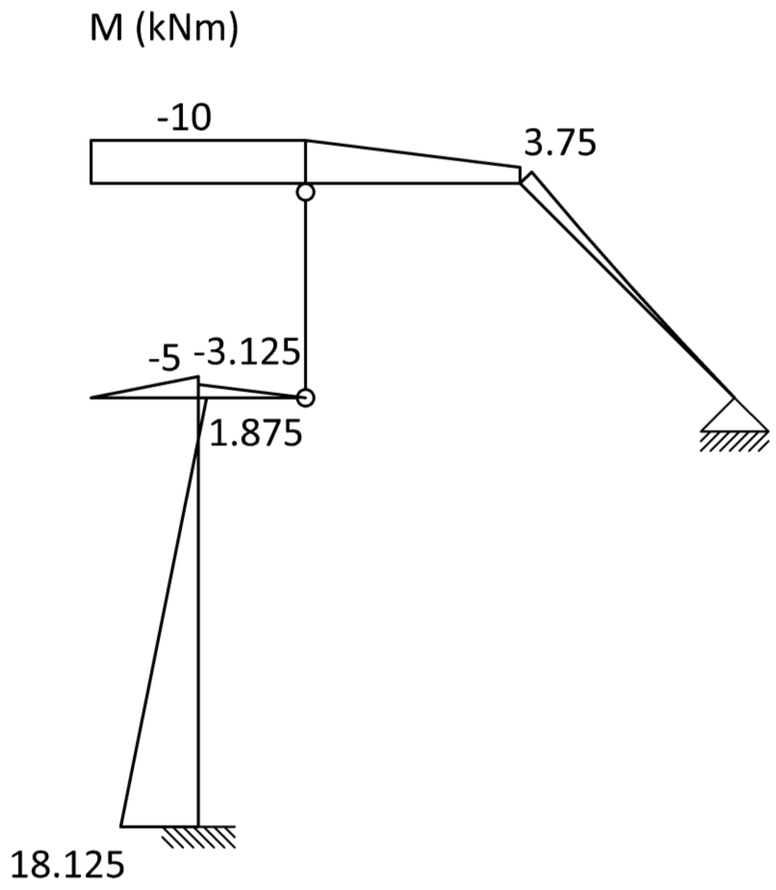
Diagrama de Cortante



INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Diagrama de Momento



Dimensionado

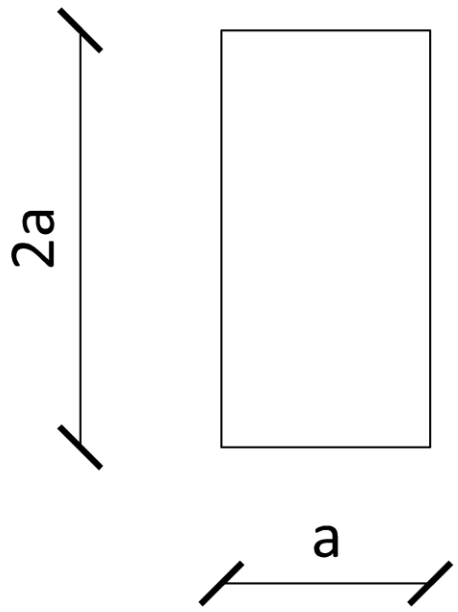
- Para el dimensionado tenemos en cuenta la directa y el momento.
- Convenientemente los máximos se dan en la misma sección.

$$I = \frac{(2a)^3 a}{12} = \frac{8a^4}{12} = \frac{2}{3}a^4 \rightarrow W = \frac{2}{3}a^3$$

$$A = (2a)a = 2a^2$$

$$\frac{18.125kNm}{\frac{3}{4}a^3} + \frac{16.25\text{kN}}{2a^2} = 30\ MPa$$

$$a_{min} = 9.8\ cm \rightarrow a = 10\ cm$$

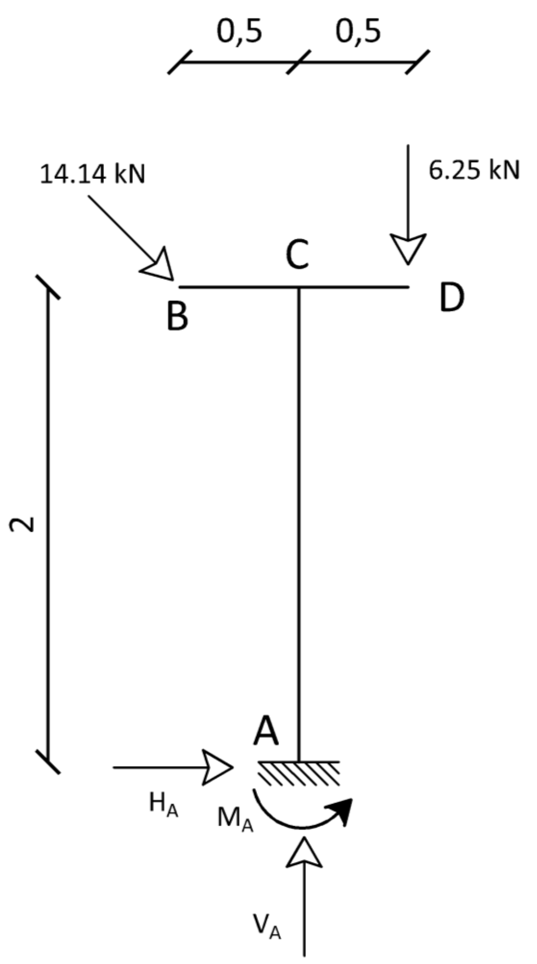


INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Desplazamiento de B

- Con $a = 10\ cm$ hallamos la inercia $I = 6.67x10^{-5}\ m^4$
- $EI = 1.667\ MPa$
- El desplazamiento en B resulta en el estudio de una ménsula BC soportada por una ménsula AC

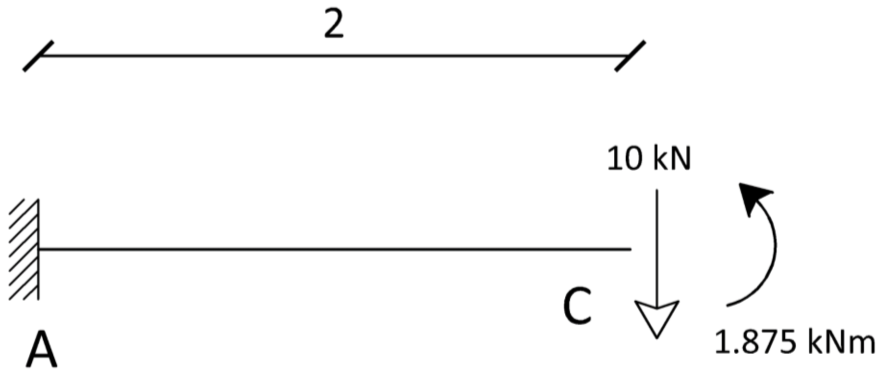


INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Giro en C

- Nos interesa determinar el desplazamiento y el giro en C



$$\theta_C^1 = \frac{10kN(2m)^2}{2EI} = 1.2x10^{-2}\,rad\ \circlearrowright$$

$$\theta_C^2 = \frac{1.875kNm\,2m}{EI} = 2.25x10^{-3}\,rad\ \circlearrowleft$$

$$\theta_C = \theta_C^1 - \theta_C^2 = 9.75x10^{-3}\,rad\ \circlearrowright$$

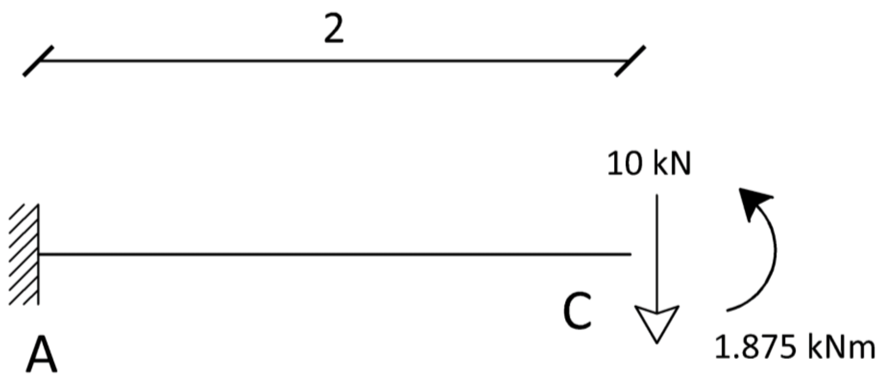
Desplazamiento en C

- Nos interesa determinar el desplazamiento y el giro en C

$$\delta_C^1 = \frac{10kN(2m)^3}{3EI} = 1.6x10^{-2}\ m\ \downarrow$$

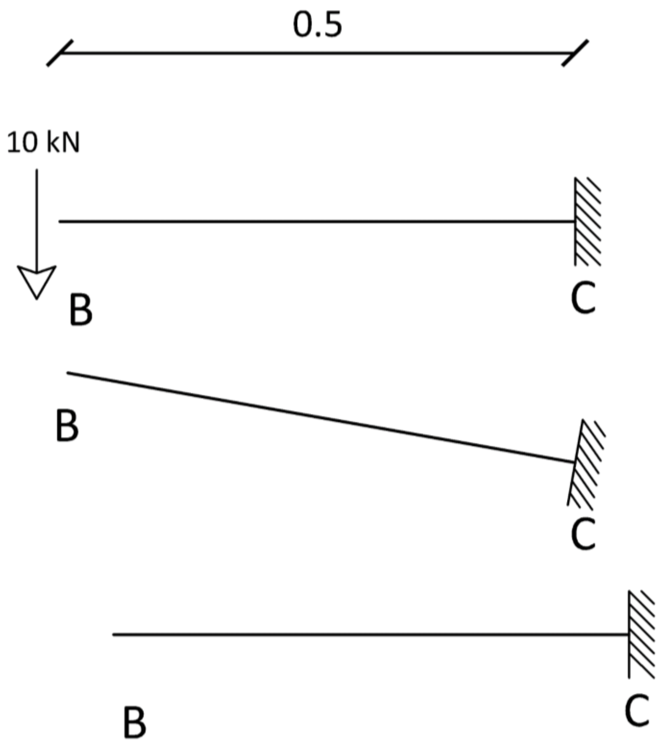
$$\delta_C^2 = \frac{1.875kNm\ (2m)^2}{2EI} = 2.25x10^{-3}\ m\ \uparrow$$

$$\delta_C = \delta_C^1 - \delta_C^2 = 1.375x10^{-2}\ m\ \downarrow$$



Desplazamiento en B

- Para encontrar el desplazamiento en B debemos considerar:
  - Efecto de la carga aplicada en B
  - Giro en C
  - Desplazamiento en C



INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

Desplazamiento en B

$$\delta_B^x = \delta_C = 1.375x10^{-2}\ m\ \rightarrow$$

$$\delta_B^{y,1} = \theta_C\ 0.5\ m = 4.88x10^{-3}m\ \uparrow$$

$$\delta_B^{y,2} = \frac{10kN(0.5m)^3}{3EI} = 2.50x10^{-4}\ m \downarrow$$

$$\delta_B^y = \delta_B^{y,1} - \delta_B^{y,2} = 4.625x10^{-3}\ m\ \uparrow$$