

Ejemplo Pórtico

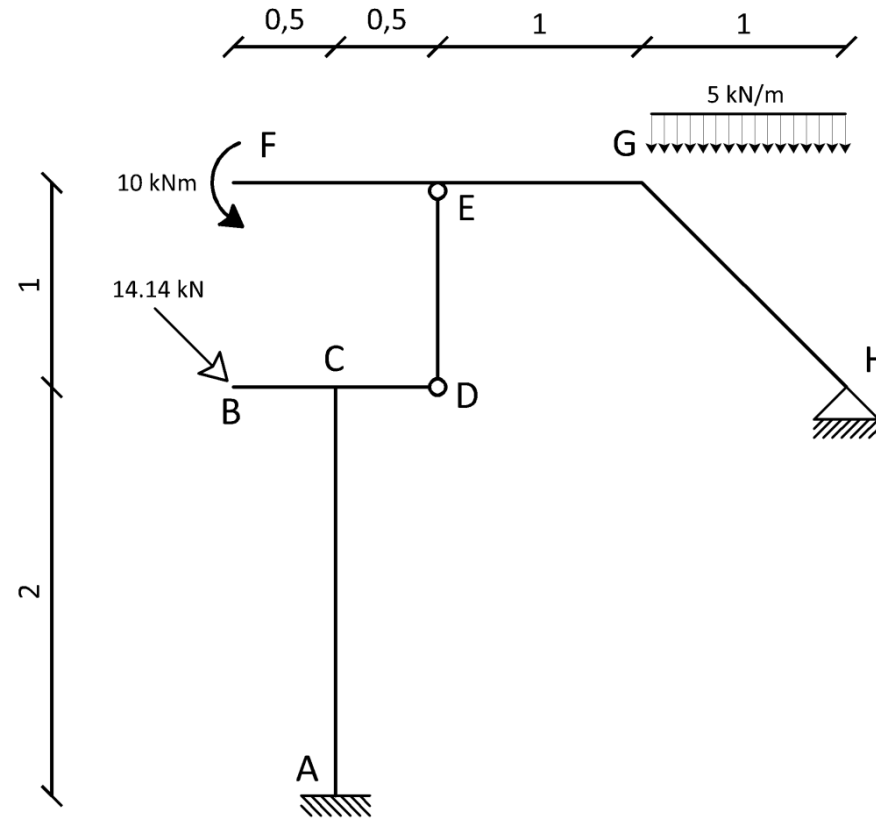


INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE
Prof. Julio Ricaldoni



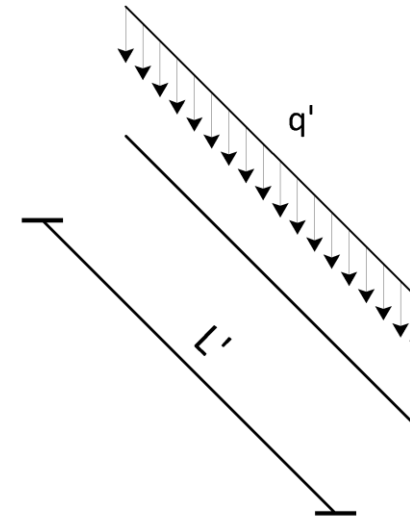
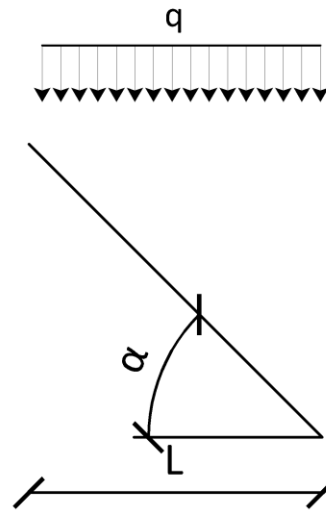
Ejercicio

- ▶ Encontrar las reacciones del pórtico
- ▶ Realizar diagramas de solicitaciones
- ▶ Dimensionar con una sección de ancho a y altura $2a$ ($\sigma_{adm} = 30 \text{ MPa}$)
 a debe ser entero en cm
- ▶ Hallar el desplazamiento del punto B
 $E = 25 \text{ GPa}$, se desprecia la deformación por directa



Carga distribuida sobre barras inclinadas

- ▶ En ocasiones podemos encontrar cargas distribuidas sobre barras inclinadas, por lo tanto podemos:
 - ▶ Trabajarla como carga proyectada
 - ▶ Proyectar la carga
 - ▶ Descomponer la carga en los ejes locales de la barra

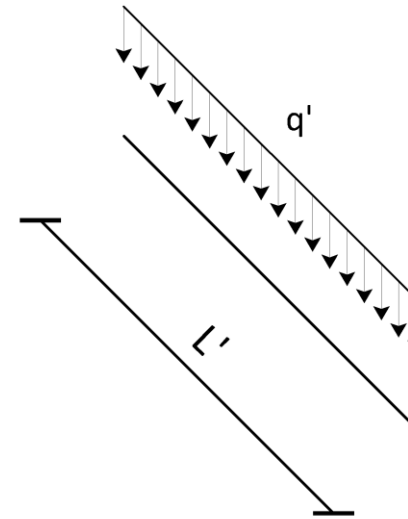
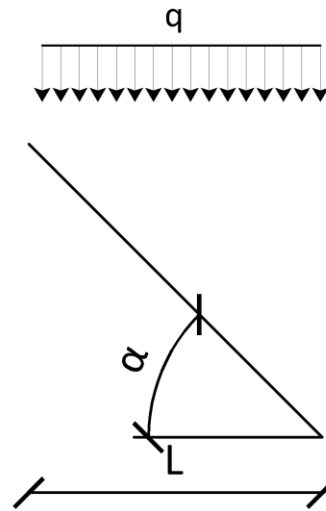


Carga distribuida sobre barras inclinadas

- ▶ Los sistemas mostrados son equivalentes, queremos entonces encontrar la relación entre las cargas q y q'

$$qL = q'L'$$
$$\frac{L}{L'} = \cos\alpha$$

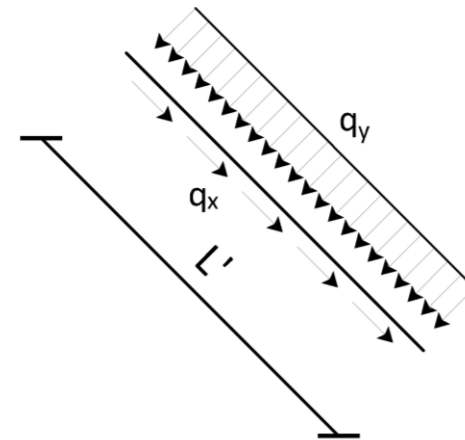
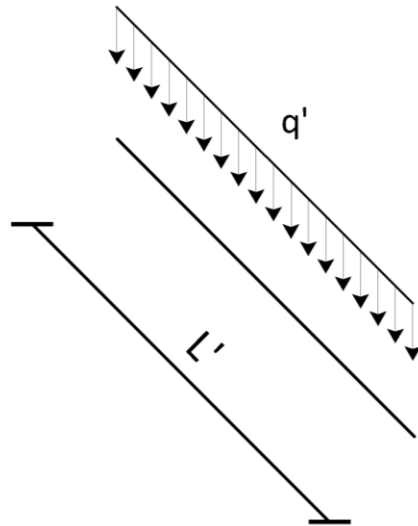
$$q' = q \cos\alpha$$



Carga distribuida sobre barras inclinadas

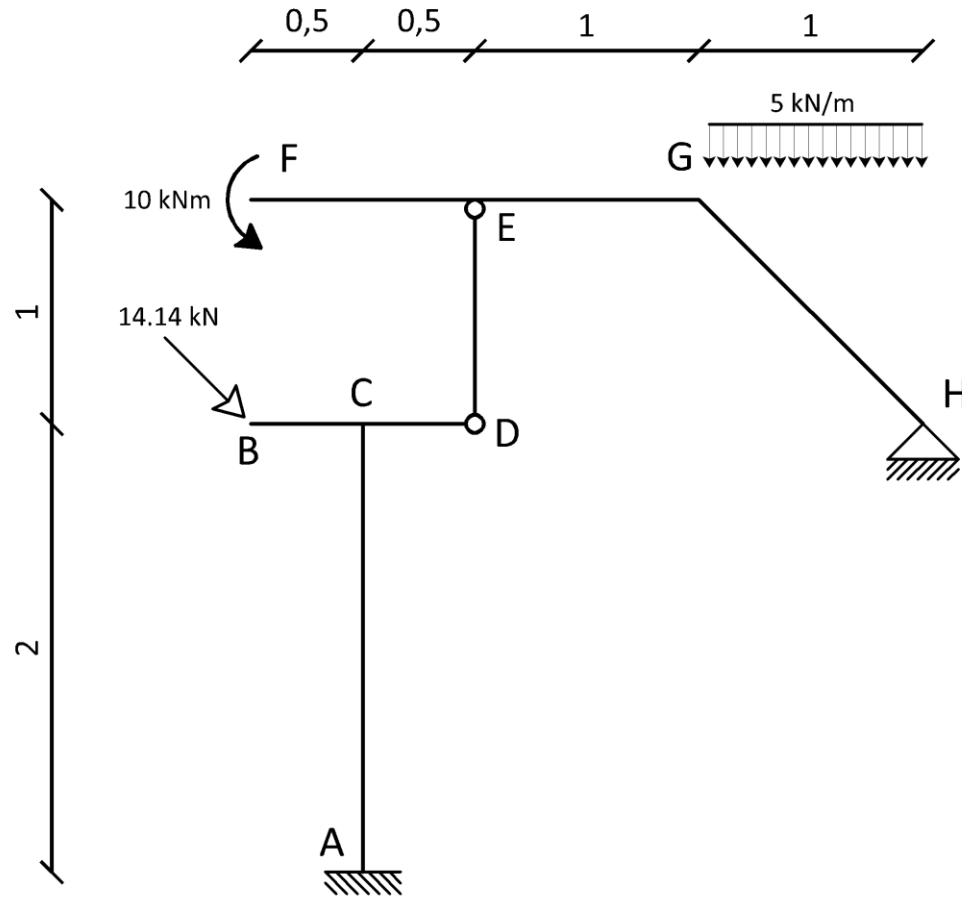
- Puede resultar útil trabajar con la carga en los ejes locales de la barra, por lo que descomponemos en cargas q_x y q_y

$$q_y = q' \cos \alpha = q \cos^2 \alpha$$
$$q_x = q' \operatorname{sen} \alpha = q \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha$$



Análisis Estructural

- ▶ FEGH es una viga simplemente apoyada con un voladizo
- ▶ ED es una biela (barra bi articulada sin cargas en el tramo), solo podrá ejercer una fuerza en su dirección
- ▶ ABCD es una ménsula



Reacciones

- Comenzamos calculando las reacciones de la viga simplemente apoyada

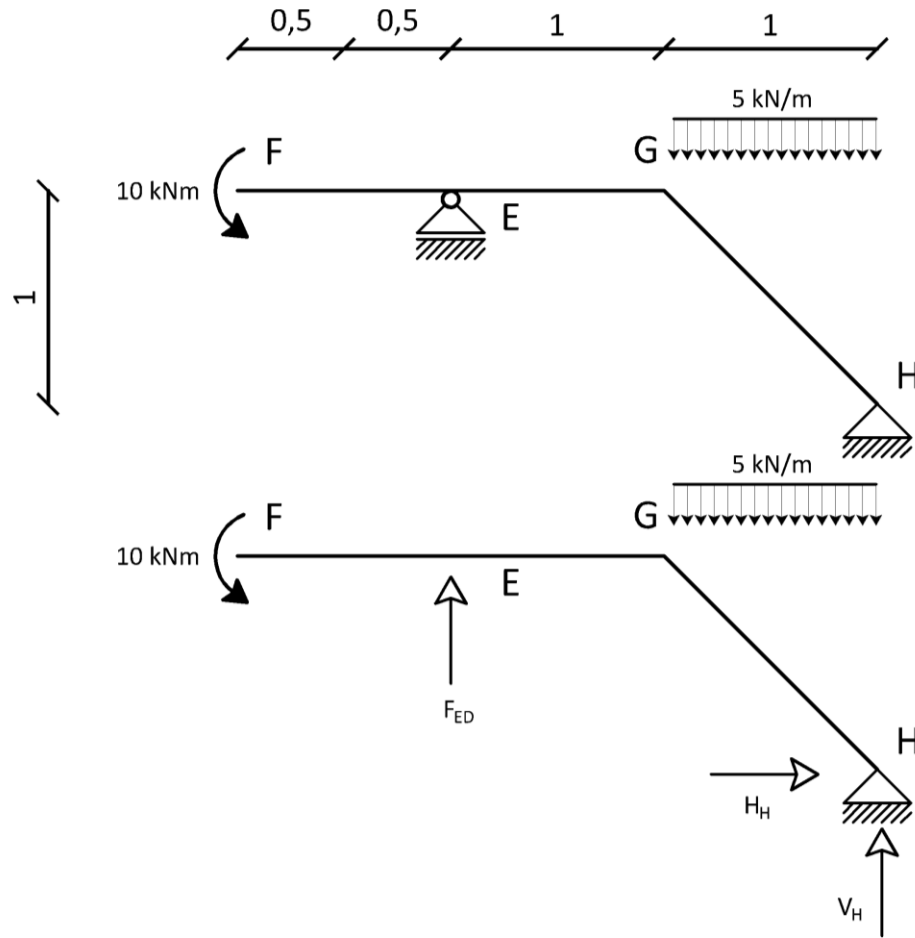
$$M_H = 0 = 5 \frac{kN}{m} 1m \frac{1}{2} 1m + 10 kNm - F_{ED} 2m$$

$$F_{ED} = 6.25 kN$$

$$\sum F_V = 0 = -5 \frac{kN}{m} + 6.25 kN + V_H$$

$$V_H = -1.25 kN$$

$$\sum F_H = 0 \rightarrow H_H = 0$$

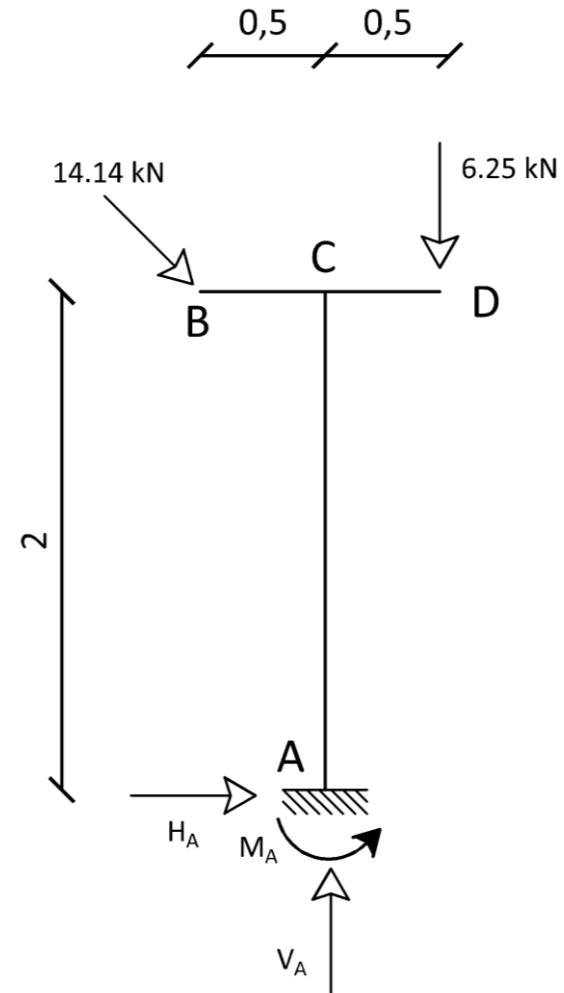


Reacciones

$$M_A - 6.25kN \cdot 0.5m - 10kN \cdot 2m + 10kN \cdot 0.5m = 0$$
$$M_A = 18.125 \text{ kNm}$$

$$V_A - 6.25 \text{ kN} - 10 \text{ kN} = 0$$
$$V_A = 16.25 \text{ kN}$$

$$H_A = -10 \text{ kN}$$



Solicitaciones: Tramo AC

$$M_{CA} + 18.125 \text{ kNm} - 10 \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = 0 \rightarrow M_{CA} = 1.875 \text{ kNm}$$

$$V_{CA} - 10 \text{ kN} = 0 \rightarrow V_{CA} = 10 \text{ kN}$$

$$N_{CA} + 16.25 \text{ kN} = 0 \rightarrow N_{CA} = -16.25 \text{ kN}$$

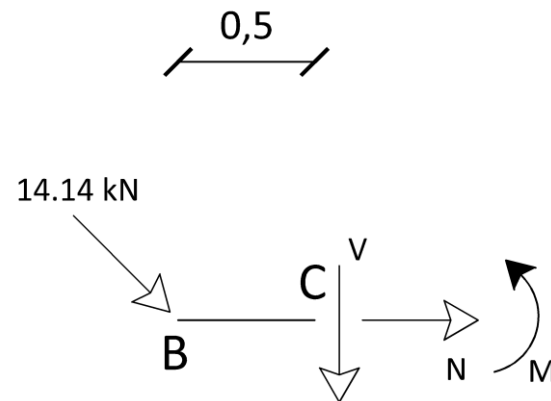


Solicitaciones: Tramo BC

$$M_{CB} + 10kN \cdot 0.5m = 0 \rightarrow M_{CB} = -5 \text{ kNm}$$

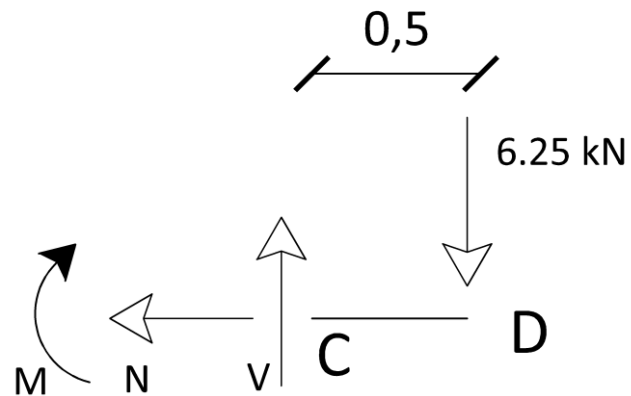
$$V_{CB} + 10 \text{ kN} = 0 \rightarrow V_{CB} = -10 \text{ kN}$$

$$N_{CB} + 10 \text{ kN} = 0 \rightarrow N_{CB} = -10 \text{ kN}$$



Solicitaciones: Tramo CD

$$M_{CD} + 6.25 \text{ kN} \cdot 0.5 \text{ m} = 0 \rightarrow M_{CD} = -3.125 \text{ kNm}$$
$$V_{CD} - 6.25 \text{ kN} = 0 \rightarrow V_{CD} = 6.25 \text{ kN}$$
$$N_{CD} = 0$$



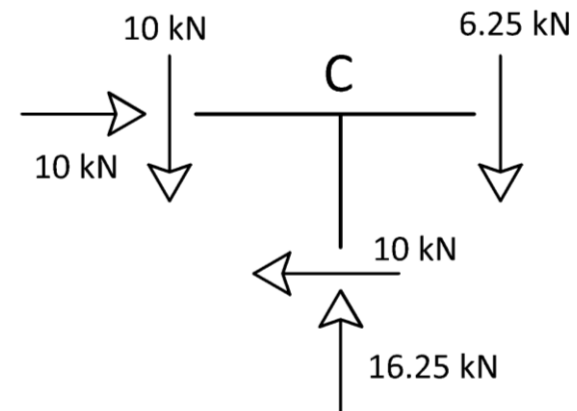
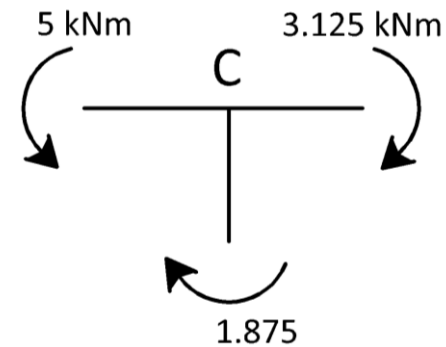
Equilibrio en C

- ▶ Vamos a verificar el equilibrio del nudo C

$$5 \text{ kNm} - 1.875 \text{ kNm} - 3.125 \text{ kNm} = 0$$

$$16.25 \text{ kN} - 10 \text{ kN} - 6.25 \text{ kN} = 0$$

$$10 \text{ kN} - 10 \text{ kN} = 0$$

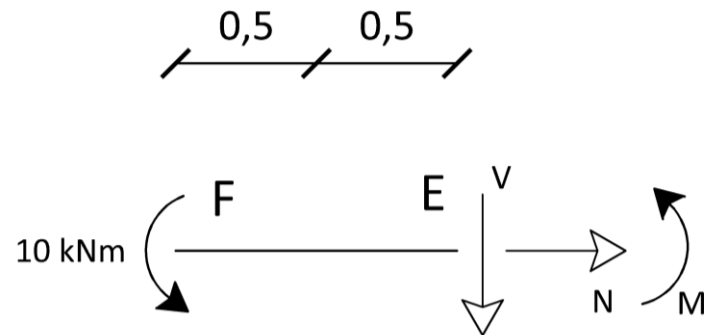


Solicitaciones: Tramo EF

$$M_{EF} + 10 \text{ kNm} = 0 \rightarrow M_{EF} = -10 \text{ kNm}$$

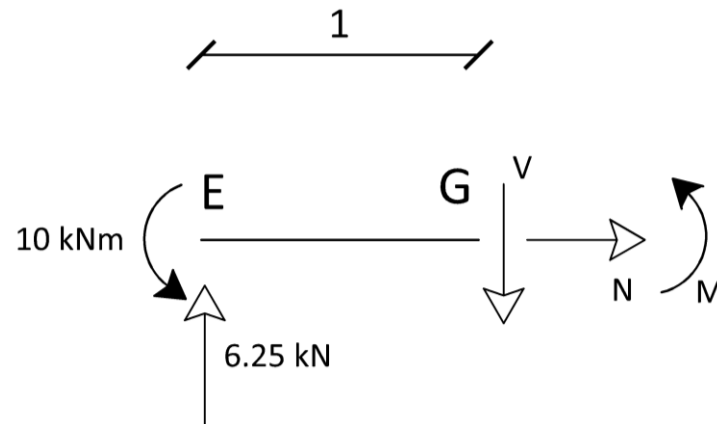
$$V_{EF} = 0$$

$$N_{EF} = 0$$



Solicitaciones: Tramo EG

$$M_{GE} + 10 \text{ kNm} - 6.25 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} = 0 \rightarrow M_{GE} = 3.75 \text{ kNm}$$
$$V_{GE} - 6.25 \text{ kN} = 0 \rightarrow V_{GE} = 6.25 \text{ kN}$$
$$N_{GE} = 0$$

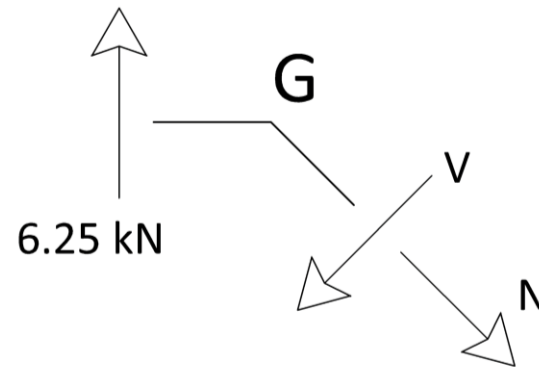


Nudo G

- ▶ En G hay un cambio de dirección en las solicitaciones, por lo que tenemos que calcular como se distribuyen nuevamente.

$$N_{GH} \operatorname{sen} 45 + V_{GH} \operatorname{cos} 45 - 6.25 \text{ kN} = 0$$
$$N_{GH} \operatorname{cos} 45 - V_{GH} \operatorname{sen} 45 = 0$$

$$N_{GH} = V_{GH} = \frac{6.25 \text{ kN}}{\sqrt{2}} \approx 4.419 \text{ kN}$$



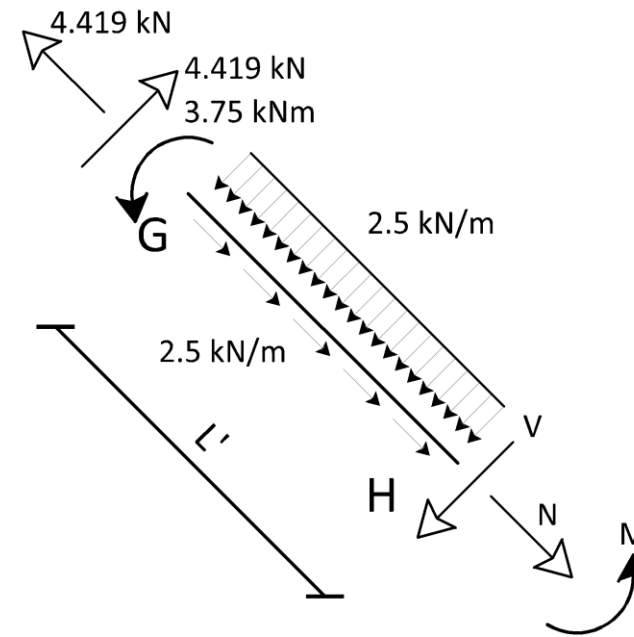
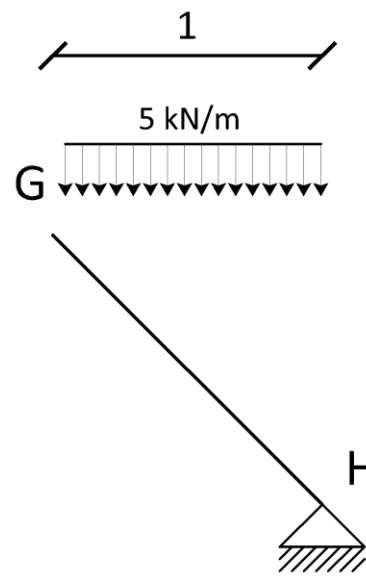
Solicitaciones: Tramo GH

- ▶ Vamos a llevar la carga distribuida a los ejes locales de la barra.

$$q_y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 q = 2.5 \frac{kN}{m}$$

$$q_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} q = 2.5 \frac{kN}{m}$$

$$L' = \sqrt{2} \cdot 1 \text{ m}$$



Solicitaciones: Tramo GH

$$M_{HG} + 3.75 \text{ kNm} - \frac{6.25 \text{ kN}}{\sqrt{2}} \sqrt{2} \text{ m} + 2.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} (\sqrt{2} \text{ m})^2 \frac{1}{2} = 0$$

$M_{HG} = 0$ (Es un apoyo fijo)

$$V_{HG} - \frac{6.25 \text{ kN}}{\sqrt{2}} + 2.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \sqrt{2} \text{ m} = 0$$
$$V_{HG} = 0.625 \sqrt{2} \text{ kN} \approx 0.883 \text{ kN}$$

$$N_{HG} - \frac{6.25 \text{ kN}}{\sqrt{2}} + 2.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \sqrt{2} \text{ m} = 0$$
$$N_{HG} = 0.625 \sqrt{2} \text{ kN} \approx 0.883 \text{ kN}$$

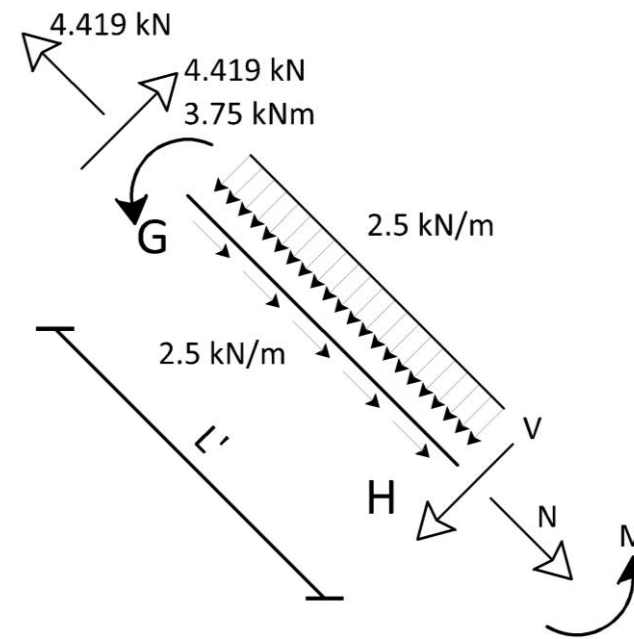


Diagrama de Directa

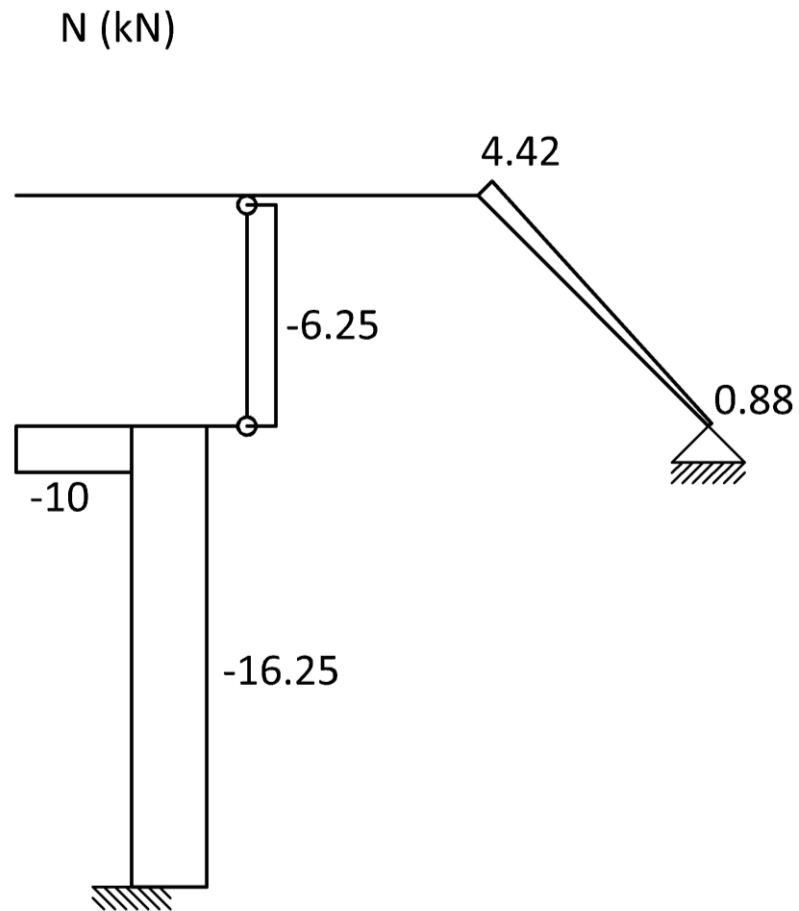


Diagrama de Cortante

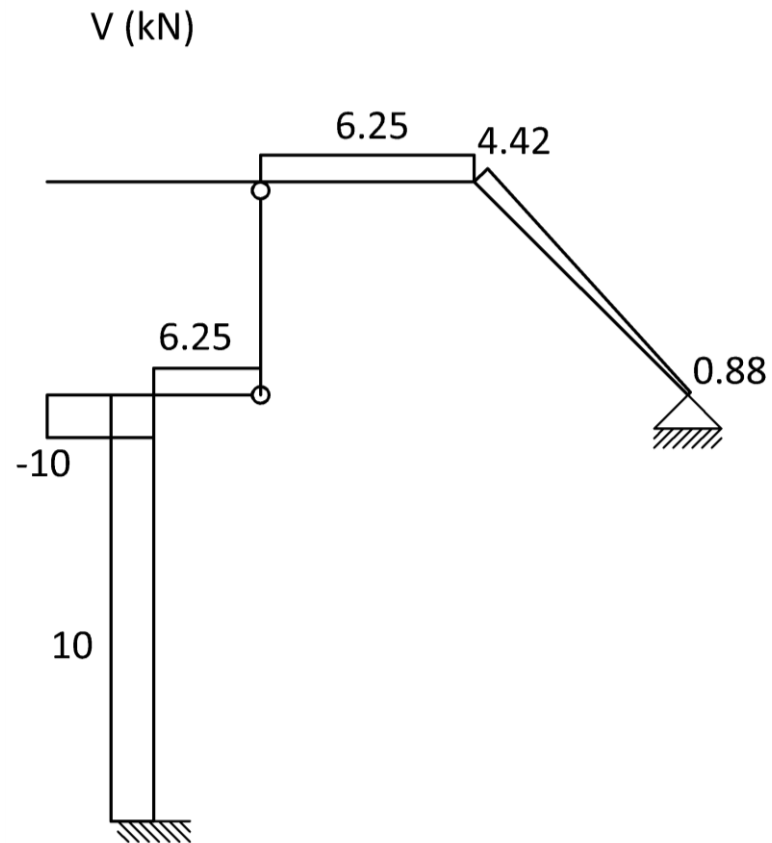
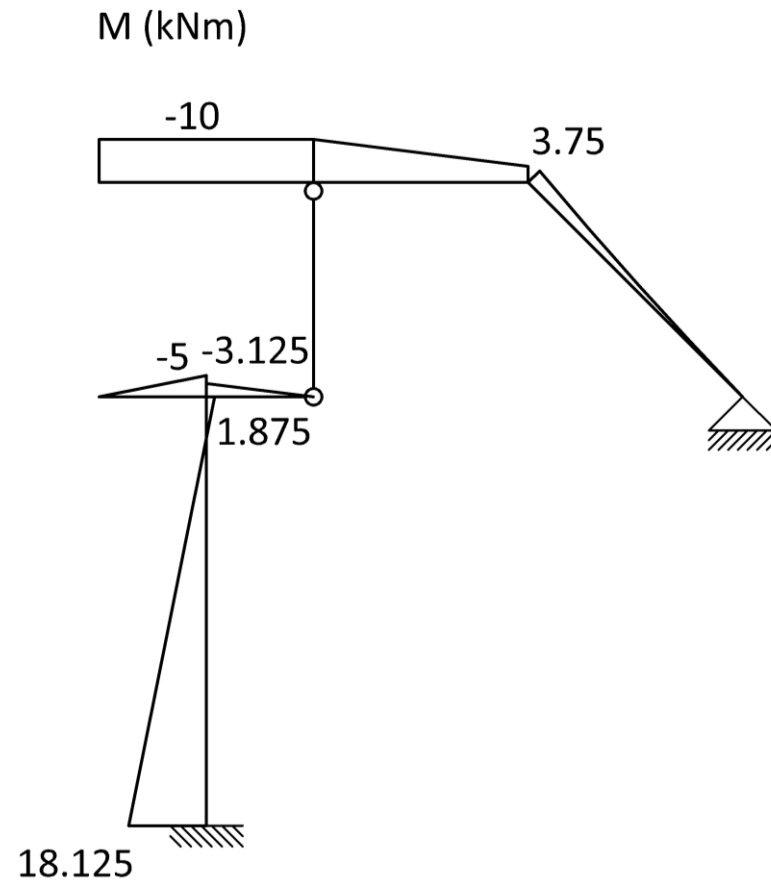


Diagrama de Momento



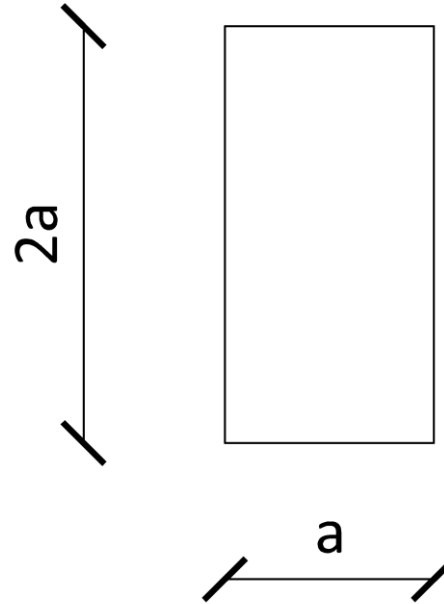
Dimensionado

- ▶ Para el dimensionado tenemos en cuenta la directa y el momento.
- ▶ Convenientemente los máximos se dan en la misma sección.

$$I = \frac{(2a)^3 a}{12} = \frac{8a^4}{12} = \frac{2}{3}a^4 \rightarrow W = \frac{2}{3}a^3$$
$$A = (2a)a = 2a^2$$

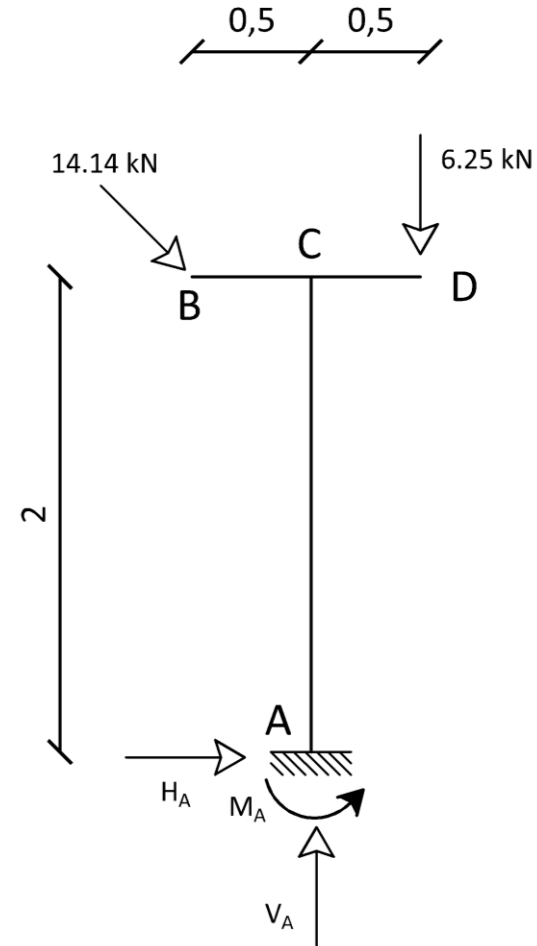
$$\frac{18.125 \text{ kNm}}{\frac{2}{3}a^3} + \frac{16.25 \text{ kN}}{2a^2} = 30 \text{ MPa}$$

$$a_{\min} = 9.4 \text{ cm} \rightarrow a = 10 \text{ cm}$$



Desplazamiento de B

- ▶ Con $a = 10 \text{ cm}$ hallamos la inercia $I = 7.5 \times 10^{-5} \text{ m}^4$
- ▶ $EI = 1.875 \text{ MPa}$
- ▶ El desplazamiento en B resulta en el estudio de una ménsula BC soportada por una ménsula AC

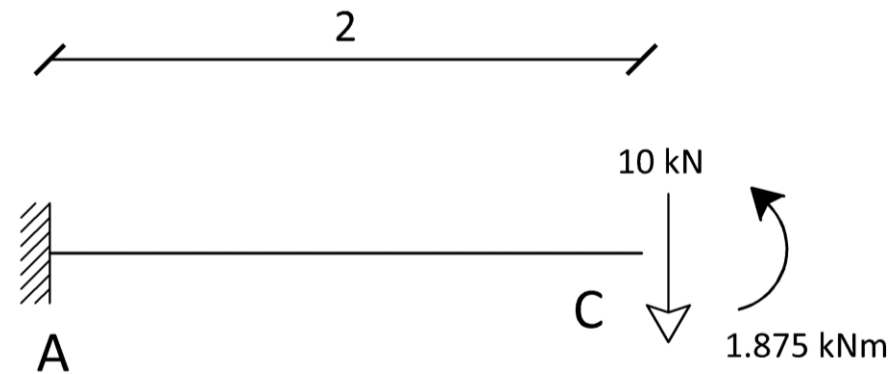


Giro en C

- ▶ Nos interesa determinar el desplazamiento y el giro en C

$$\theta_C^1 = \frac{10kN(2m)^2}{2EI} = 1.067 \times 10^{-2} \text{ rad } \curvearrowright$$
$$\theta_C^2 = \frac{1.875kNm \cdot 2m}{EI} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ rad } \curvearrowleft$$

$$\theta_C = \theta_C^1 - \theta_C^2 = 8.667 \times 10^{-3} \text{ rad } \curvearrowright$$



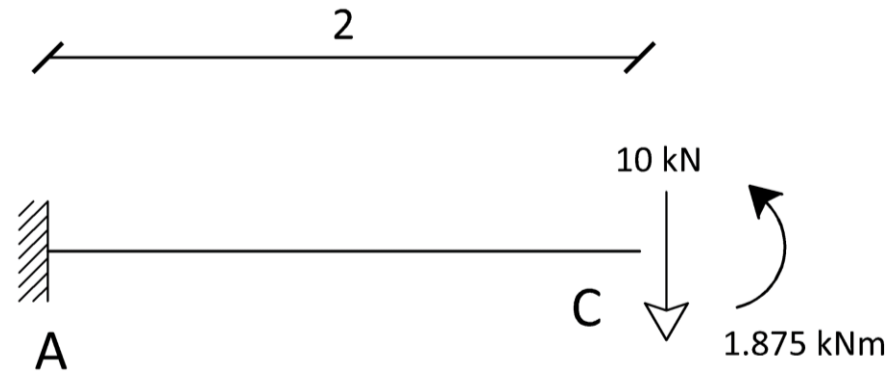
Desplazamiento en C

- Nos interesa determinar el desplazamiento y el giro en C

$$\delta_C^1 = \frac{10kN(2m)^3}{3EI} = 1.422 \times 10^{-2} m \downarrow$$

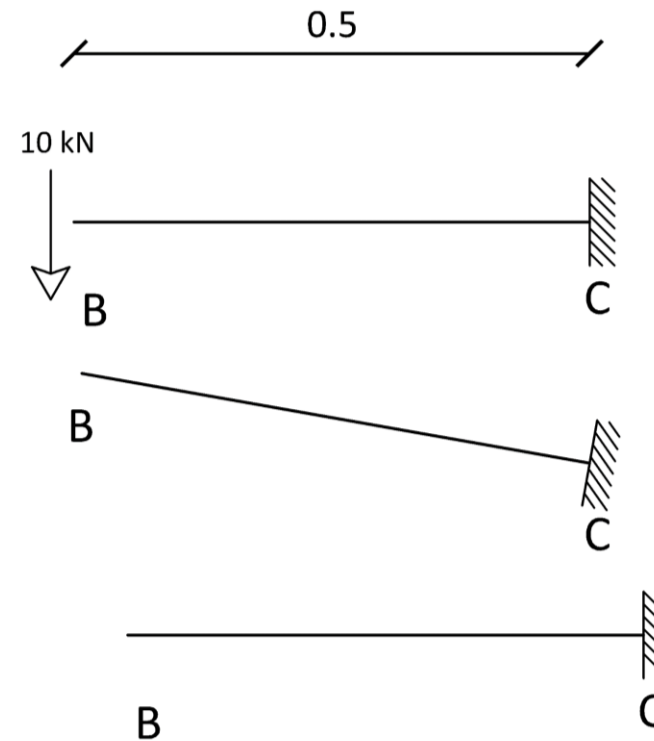
$$\delta_C^2 = \frac{1.875kNm (2m)^2}{2EI} = 2.0 \times 10^{-3} m \uparrow$$

$$\delta_C = \delta_C^1 - \delta_C^2 = 1.222 \times 10^{-2} m \downarrow$$



Desplazamiento en B

- ▶ Para encontrar el desplazamiento en B debemos considerar:
 - ▶ Efecto de la carga aplicada en B
 - ▶ Giro en C
 - ▶ Desplazamiento en C



Desplazamiento en B

$$\delta_B^x = \delta_C = 1.222 \times 10^{-2} \text{ m} \rightarrow$$

$$\delta_B^{y,1} = \theta_C \cdot 0.5 \text{ m} = 4.33 \times 10^{-3} \text{ m} \uparrow$$

$$\delta_B^{y,2} = \frac{10 \text{ kN} (0.5 \text{ m})^3}{3EI} = 2.222 \times 10^{-4} \text{ m} \downarrow$$

$$\delta_B^y = \delta_B^{y,1} - \delta_B^{y,2} = 4.11 \times 10^{-3} \text{ m} \uparrow$$

