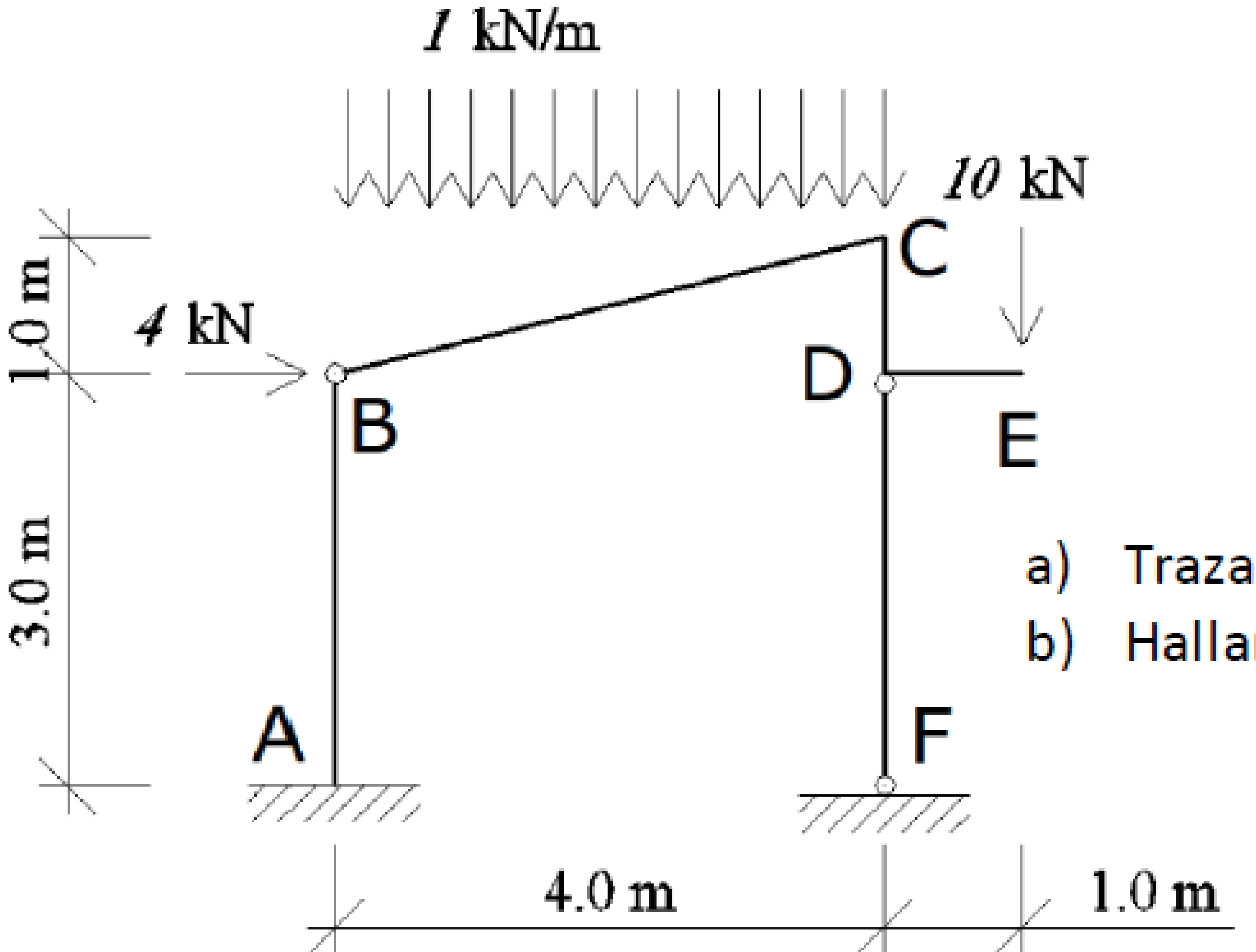
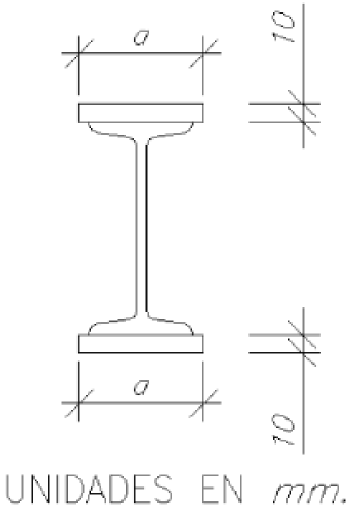
Ejemplos

La estructura de la figura 4, ABCDEF, se encuentra sometida a una carga uniformemente distribuida hacia abajo de 1 kN/m en el tramo BC, a una carga puntal de 10 kN hacia abajo aplicada en el punto E y a una carga puntual de 4 kN horizontal y hacia la derecha aplicada en el punto B. La estructura se materializa mediante una sección formada por un perfil PNI 120 y dos planchuelas metálicas de 10 mm de espesor cada una; siendo éstas del mismo material que el perfil. Se pide:





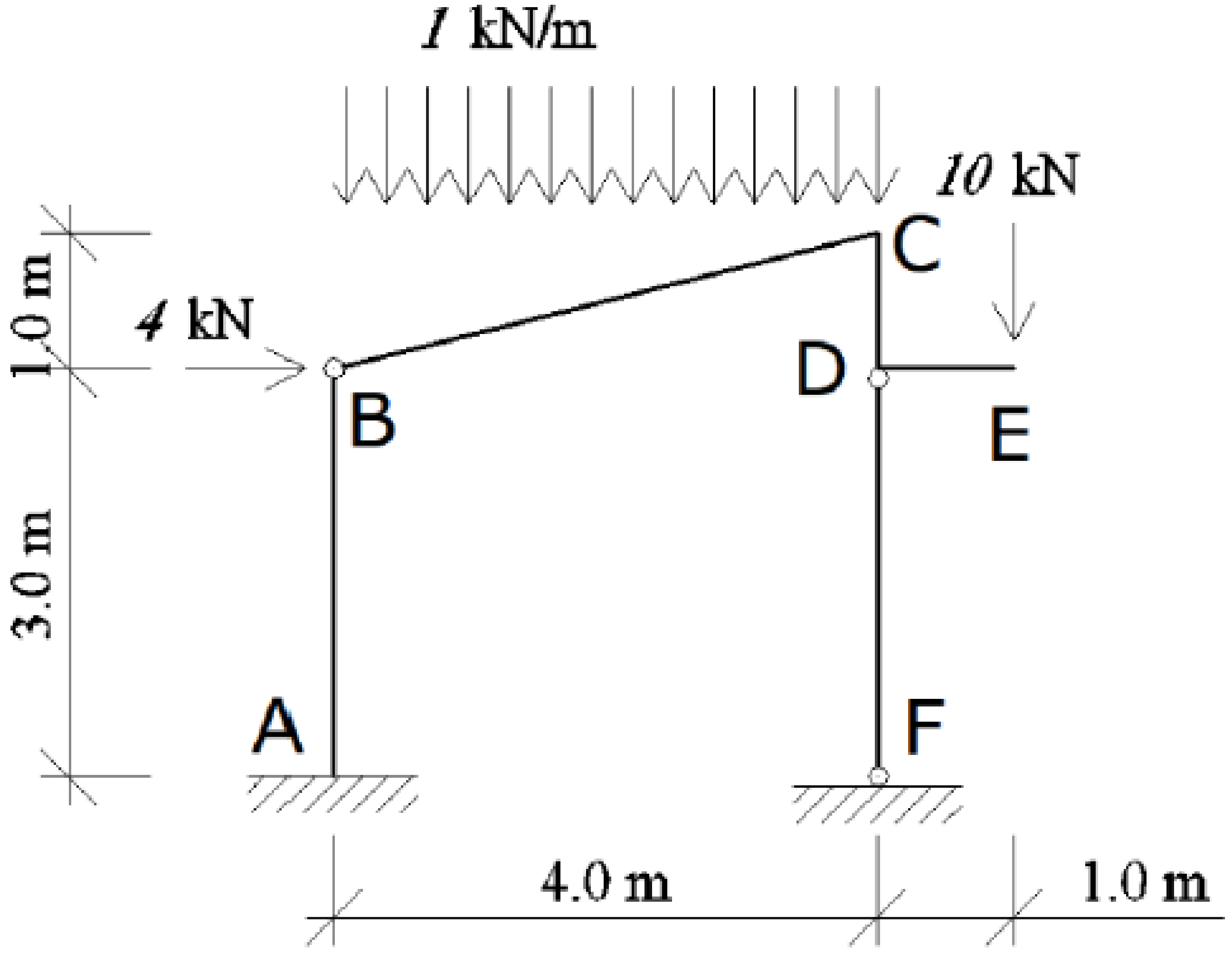
a) Trazar los diagramas de solicitaciones.

b) Hallar el valor del ancho a de las planchuelas,

tensión normal admisible de 140 MPa

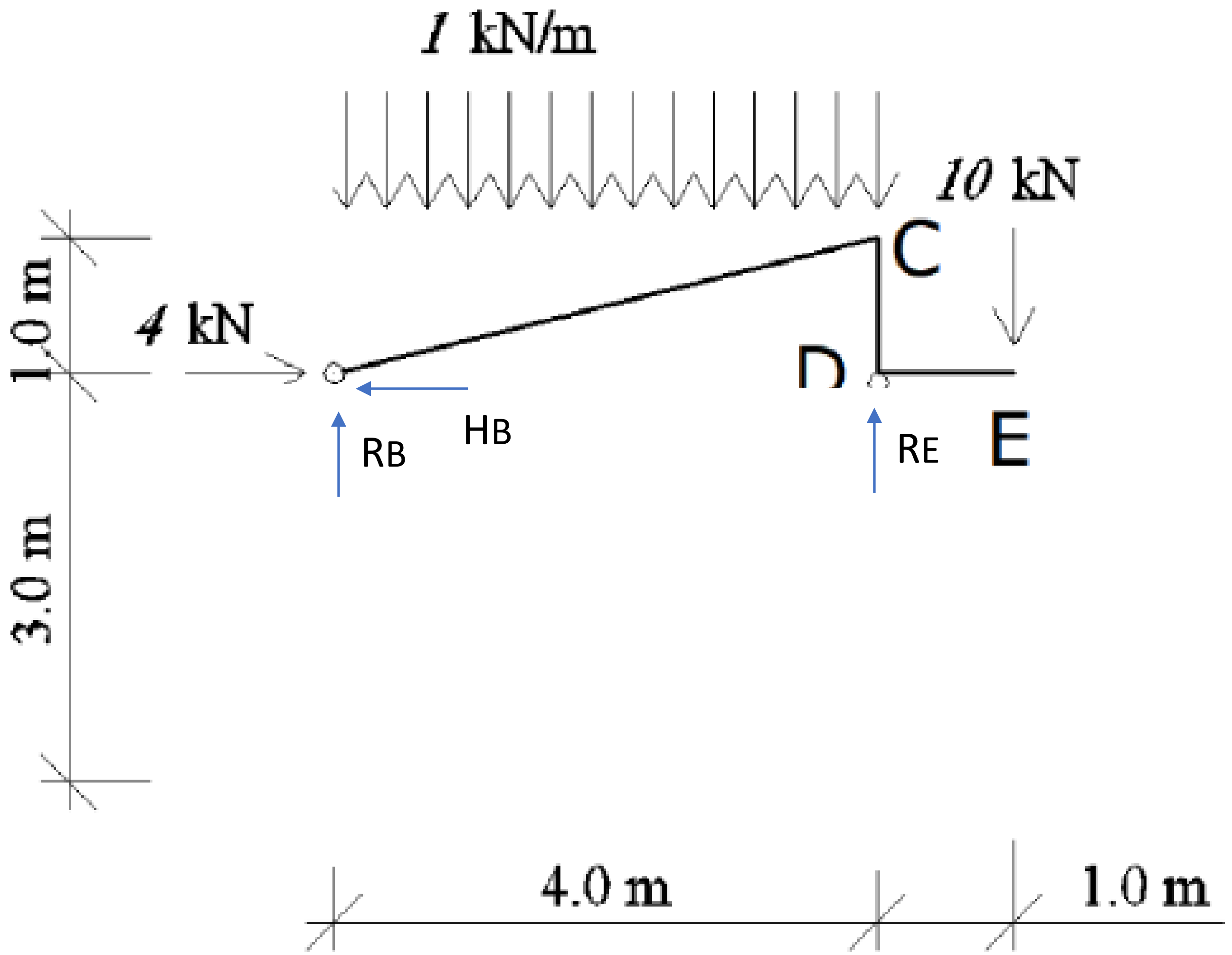
tensión rasante admisible de 90 MPa

Hallar reacciones



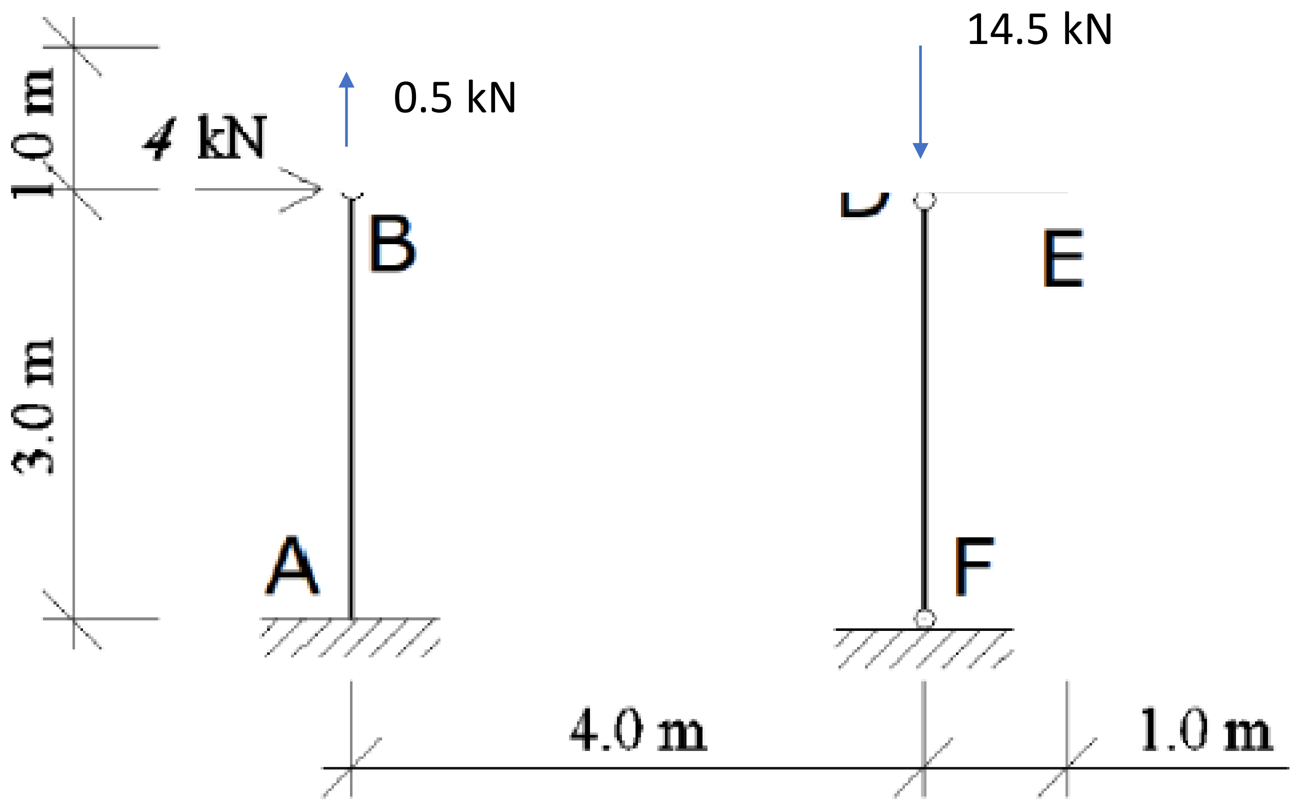
cos (alfa)=4/raiz(17)
cos (alfa)= 0.97

sen (alfa)=1/raiz(17)
sen (alfa)= 0.24



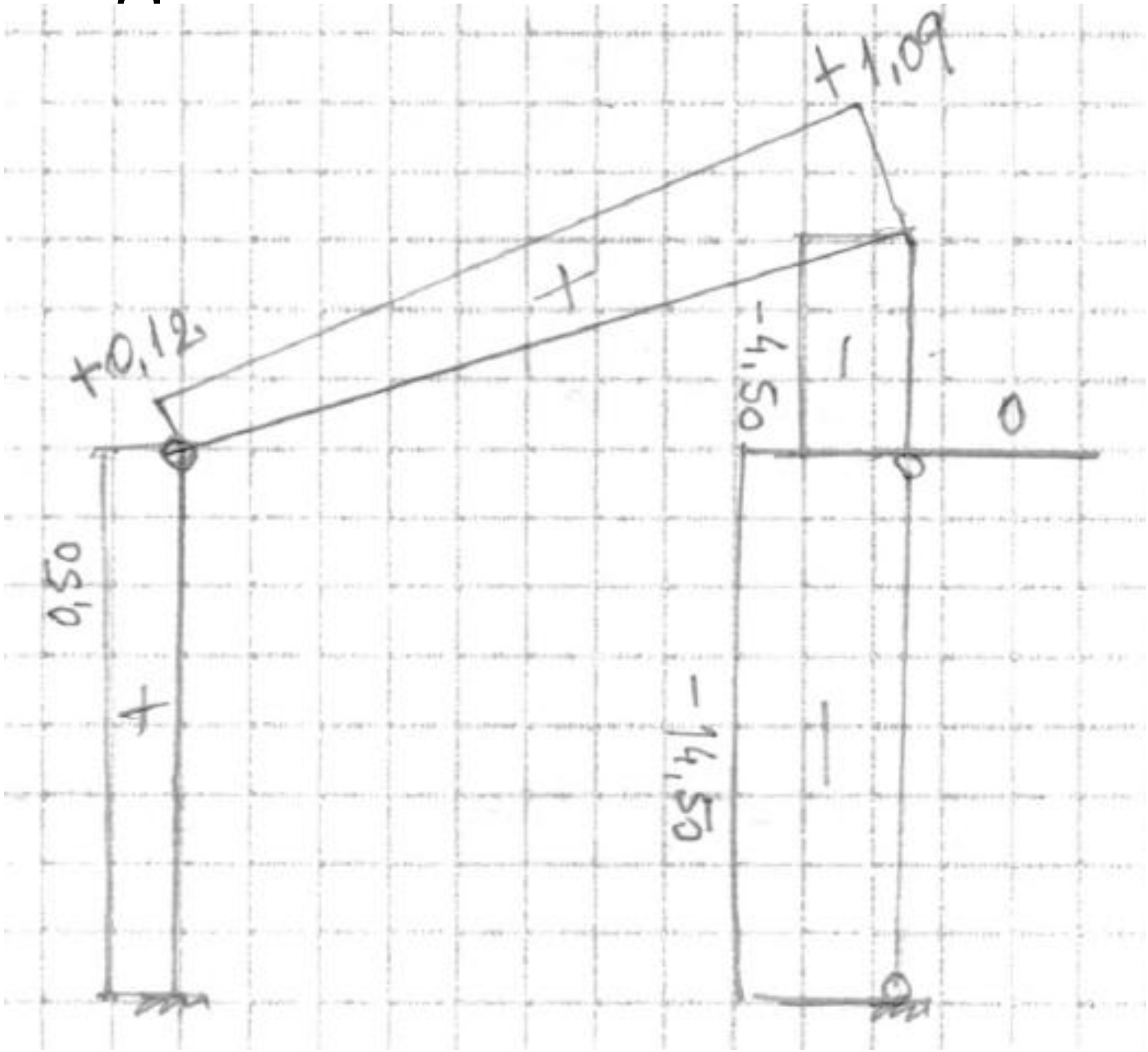
1 kN/m
10 kN
C
4 kN
D
RB
HB
RE
E
1.0 m
3.0 m
4.0 m
1.0 m

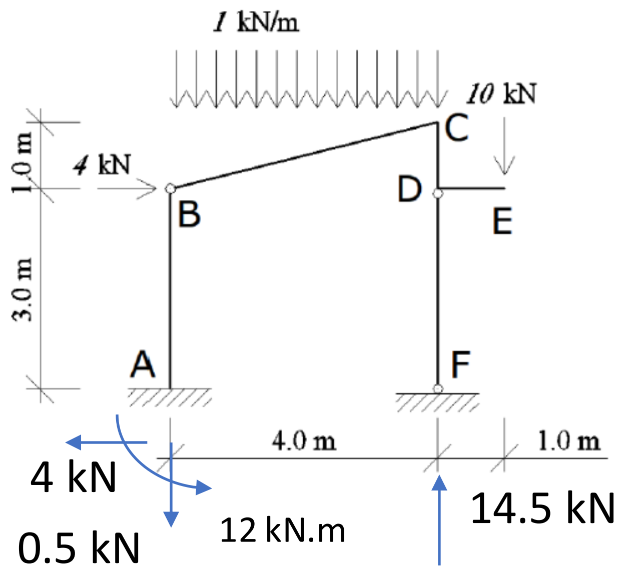
Hallar reacciones



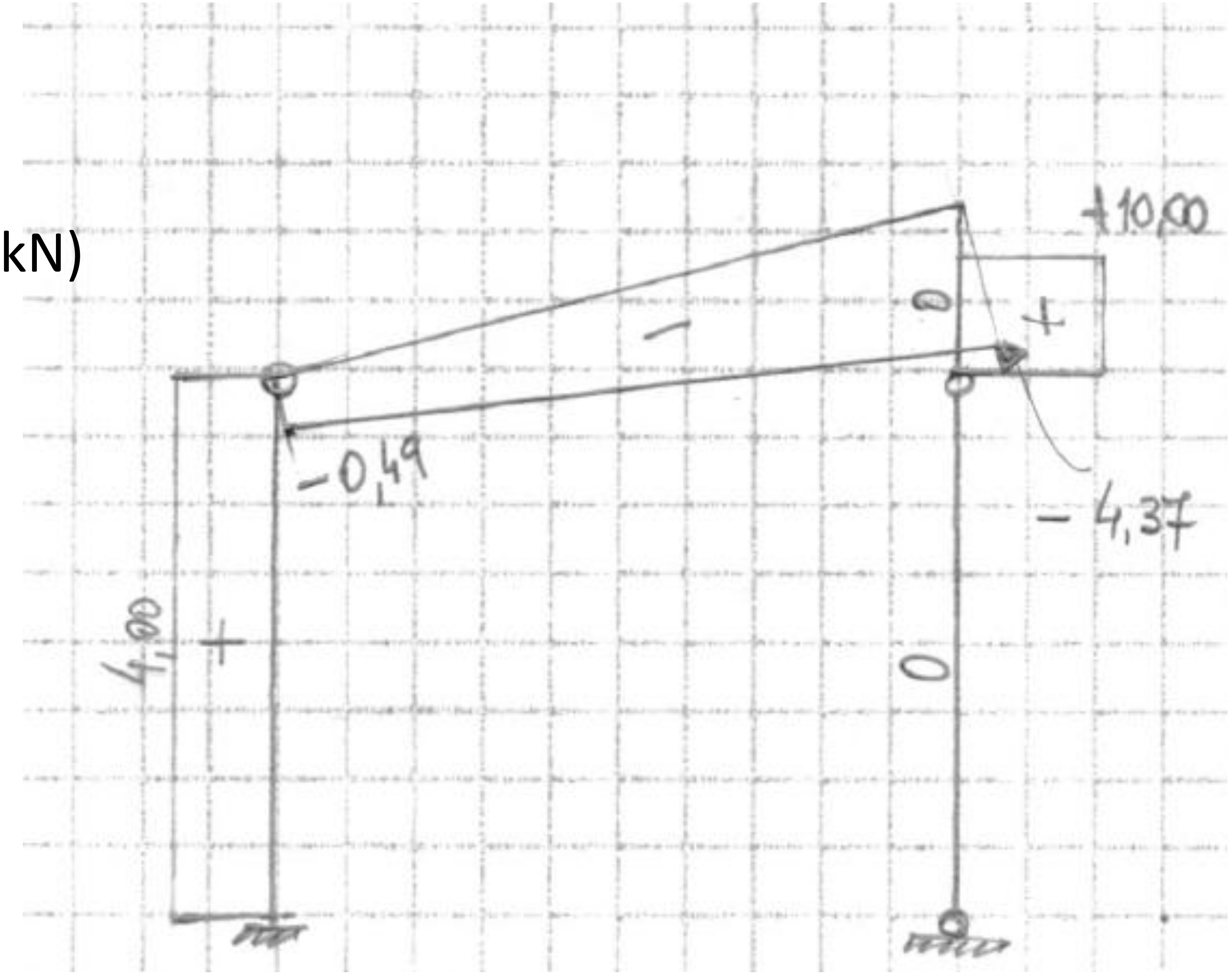
Trazar Diagramas

- N (kN)

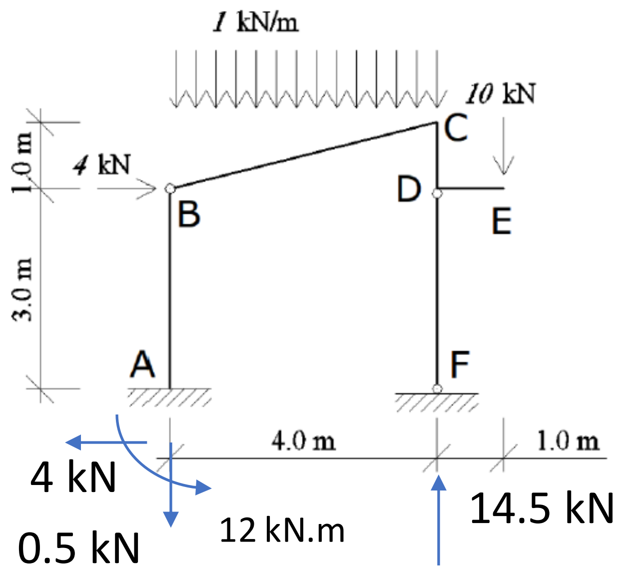




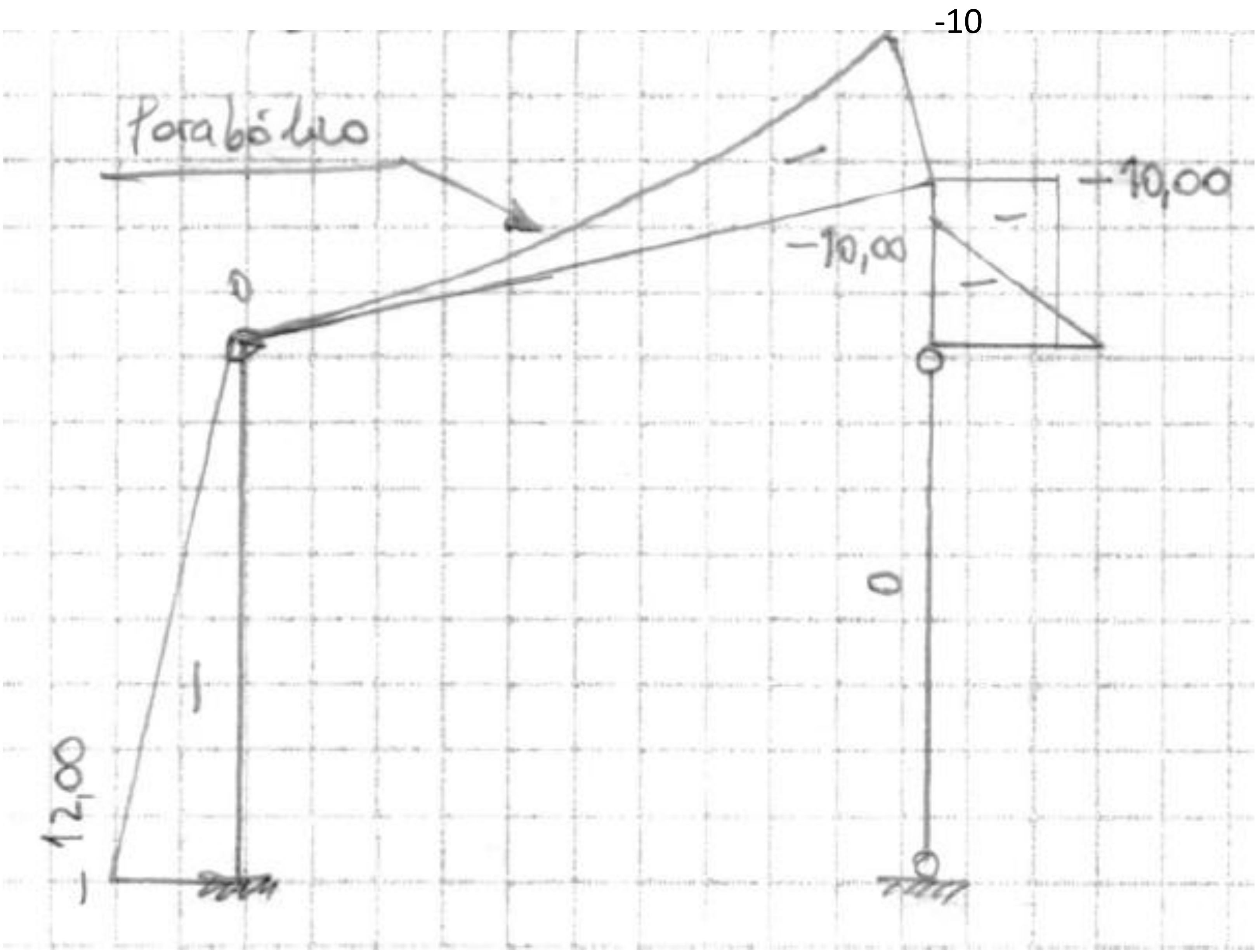
• V(kN)

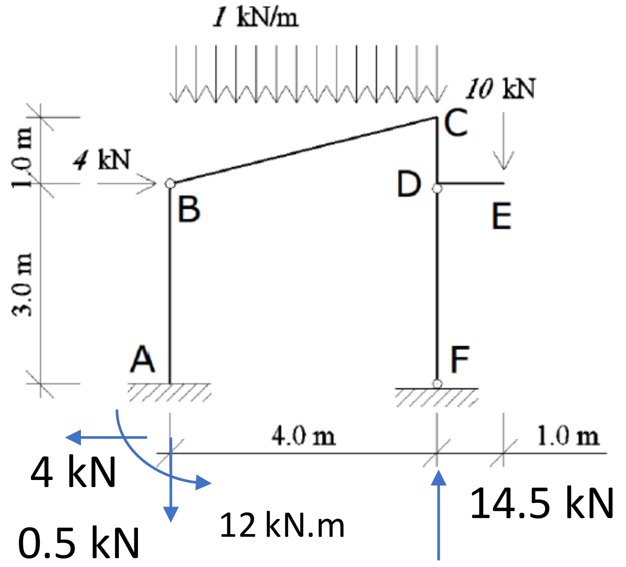


+10,00
0
+
−
−0,49
−4,37
4,00
+
0



1 kN/m
10 kN
C
4 kN
D
B
E
1.0 m
3.0 m
A
F
4.0 m
1.0 m
4 kN
0.5 kN
12 kN.m
14.5 kN


-10
Parabólico
-10,00
-10,00
0
0
12,00


1 kN/m
10 kN
4 kN
1.0 m
3.0 m
A
B
C
D
E
F
4.0 m
1.0 m
4 kN
0.5 kN
12 kN.m
14.5 kN

Dimensionado

- En barra AB: Mmax= 12 kNm y N= +0.5 kN
- En CD: M =10 kNm y N= -4.5 kN
- N= -14.5 kN
- V= -10 kN

PNI 12

$$I_x = 328 \times 10^4$$

$$I_{x_{\text{Placas}}} = 2 \cdot \left(\frac{a \cdot 10^3}{12} + 10 \cdot a \cdot 65^2 \right)$$

$$I_x = 328 \times 10^4 + 84{,}67 \times 10^3 \cdot a \quad [mm^4]$$

PNI 12

EN A: Mmax= 12 kNm y N= +0.5 kN

$$\sigma = \frac{500}{14,20 \times 10^2 + 20 \cdot a} + \frac{12 \times 10^6 \cdot 70}{328 \times 10^4 + 84,67 \times 10^3 a} \leq 140$$

$$237,076 \times 10^6 \cdot a^2 + 9,174 \times 10^9 a - 542,376 \times 10^9 \geq 0$$

$a \geq 32,25$ mm , luego $\underline{\underline{a = 33 \text{ mm}}}$

VERIFICO EN CD: M =10 kNm y N= -4.5 kN

$$A = 2{,}080 \times 10^3 \ mm^2$$

$$I_x = 6{,}074 \times 10^6 \ mm^4$$

$$|\sigma| = 117{,}4 \leq 140 \ MPa \quad (ok)$$

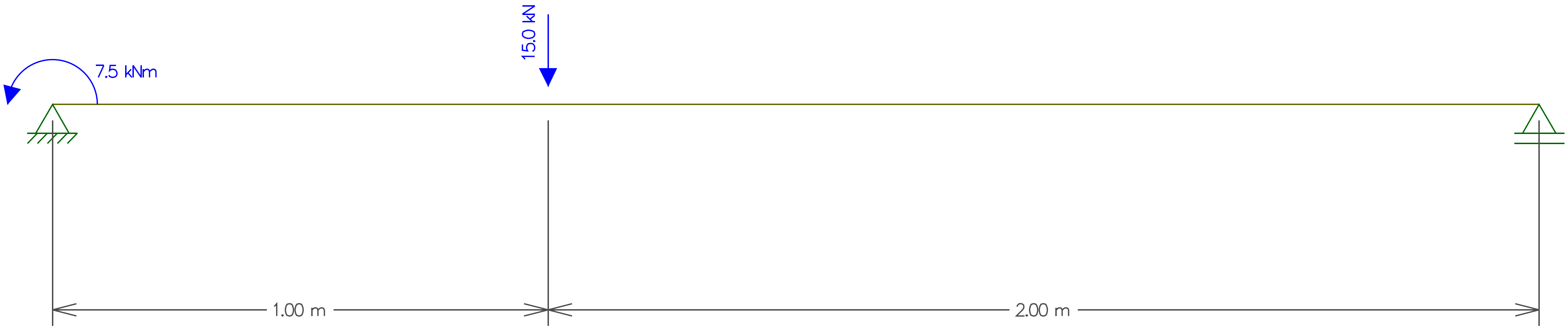
VERIFICO EL CORTANTE:

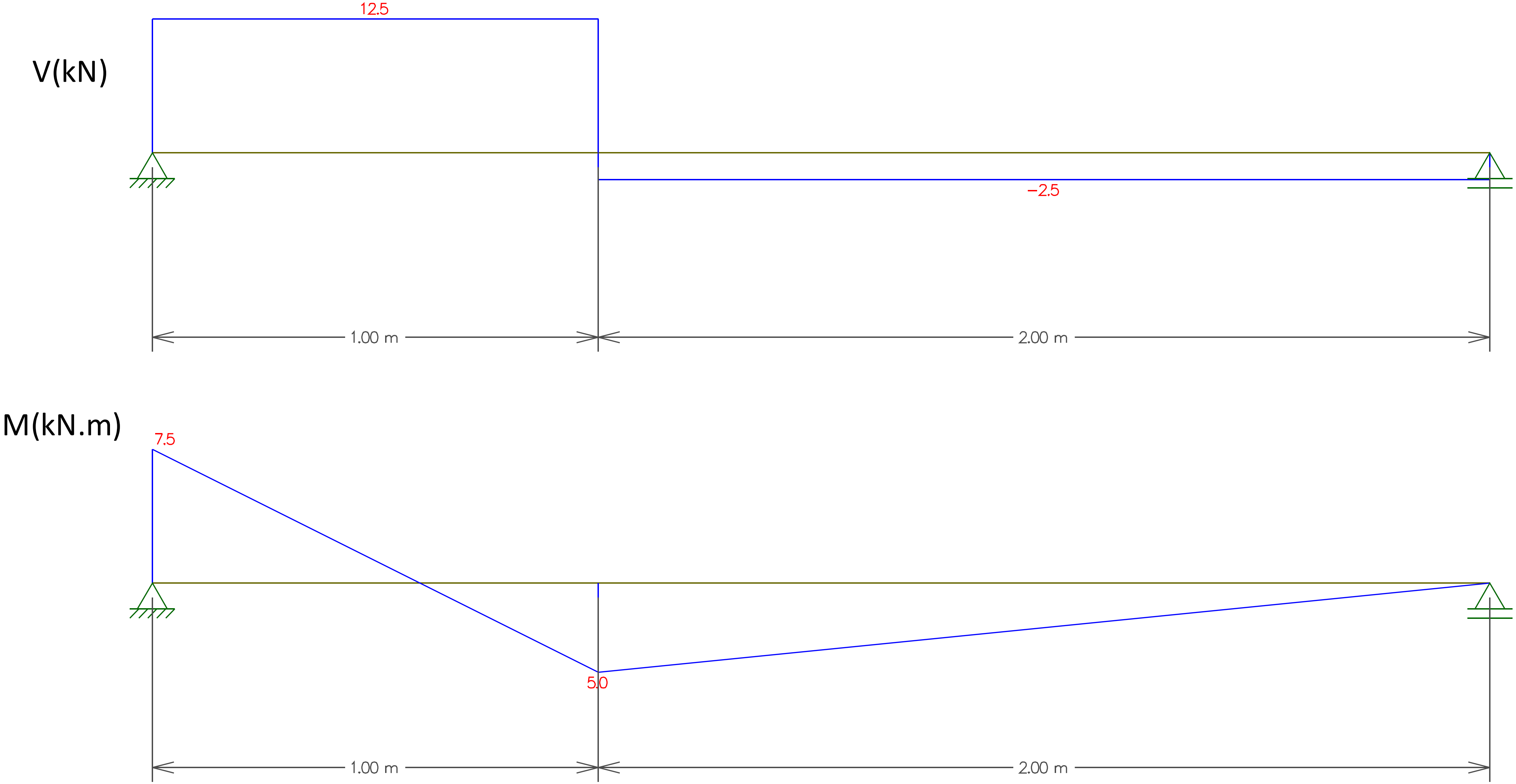
$$\mu_x = 31{,}8 \times 10^3 + 10 \cdot 33 \cdot 65 = 53{,}25 \times 10^3 \ mm^3$$

$$\tau = \frac{53{,}25 \times 10^3 \cdot 10000}{6{,}074 \times 10^6 \cdot 5{,}1} = 17{,}2 \ MPa \leq 90 \ MPa$$

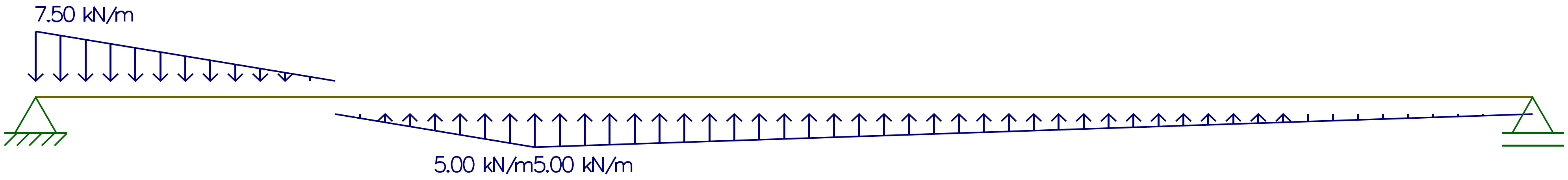
$\rightarrow$ ok ✓

Flecha máxima

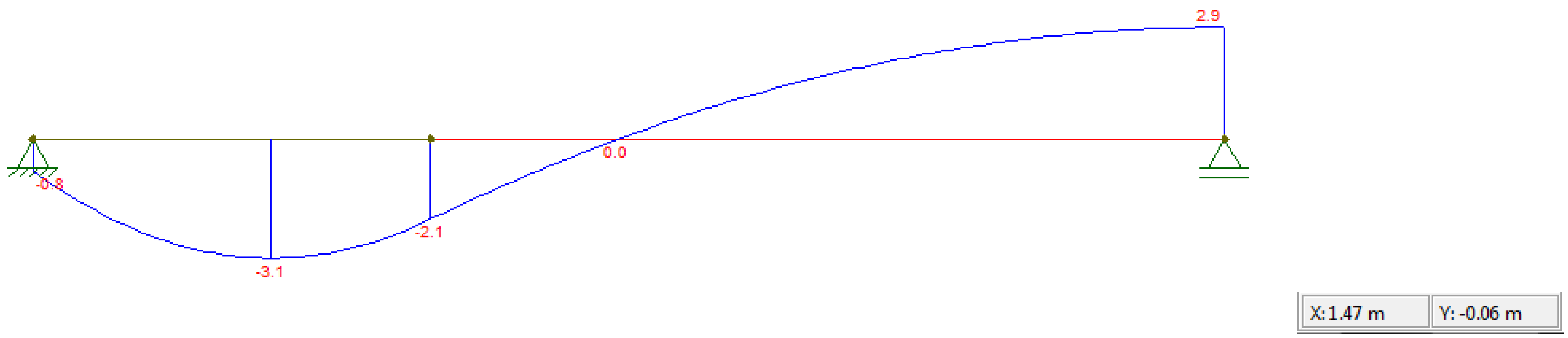



V(kN)
12.5
−2.5
1.00 m
2.00 m
M(kN.m)
7.5
5.0
1.00 m
2.00 m

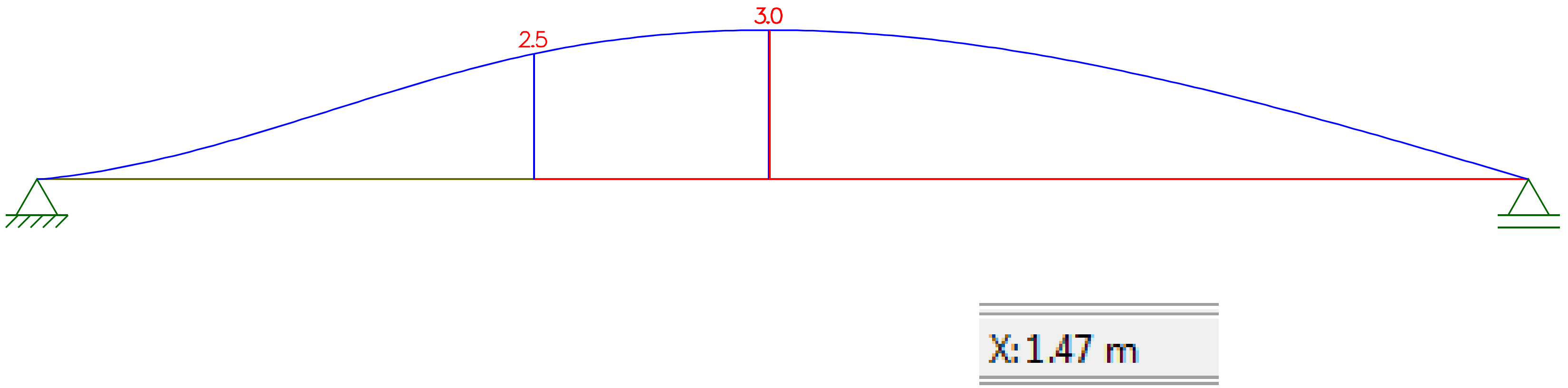
Cacular la flecha máxima en el tramo



Buscamos el punto donde se anula el cortante



El momento max de la viga análoga coincide con flecha máxima



La estructura de la figura está sometida a una carga vertical puntual de valor **2,5 kN** en el extremo libre A, a dos cargas puntuales horizontales de **30 kN** en los extremos A y C y a dos momentos de **1,5 kNm** en estos mismos puntos. La barra ABC está conformada por una sección rectangular (variable con $\boldsymbol{x}$) de ancho $\boldsymbol{b(x)}$ y alto $\boldsymbol{h(x)}$.

a) Hallar las reacciones y trazar los diagramas de solicitaciones de la estructura.

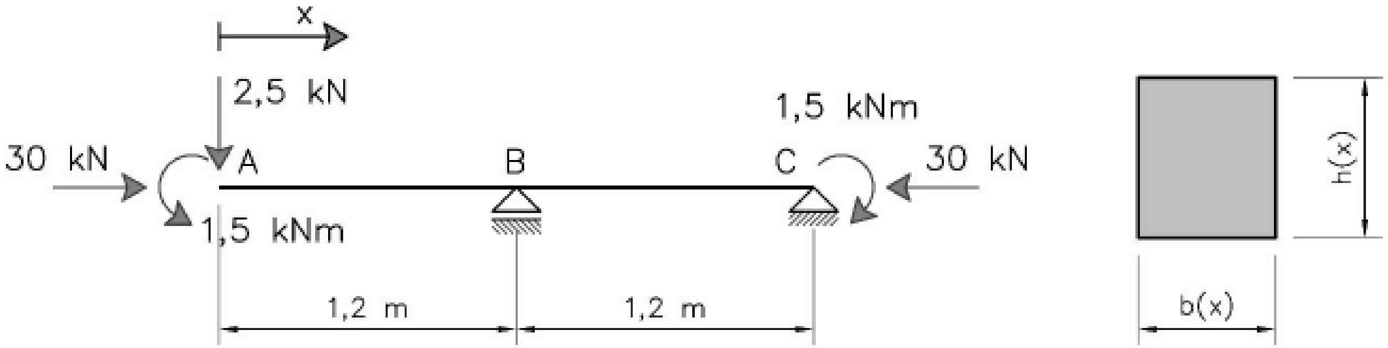
b) Hallar las expresiones (alcanza con presentar los diagramas y los valores característicos) de $\boldsymbol{b(x)}$ y $\boldsymbol{h(x)}$ de manera que se cumplan las siguientes dos condiciones para toda sección de ABC (para todo $\boldsymbol{x}$ tal que $\mathbf{0} \leq \boldsymbol{x} \leq \mathbf{2{,}4}$):

   i. $\tau_{\mathbf{max}}(x) = \tau_{\mathbf{adm}} = 0{,}25\ \mathrm{MPa}$

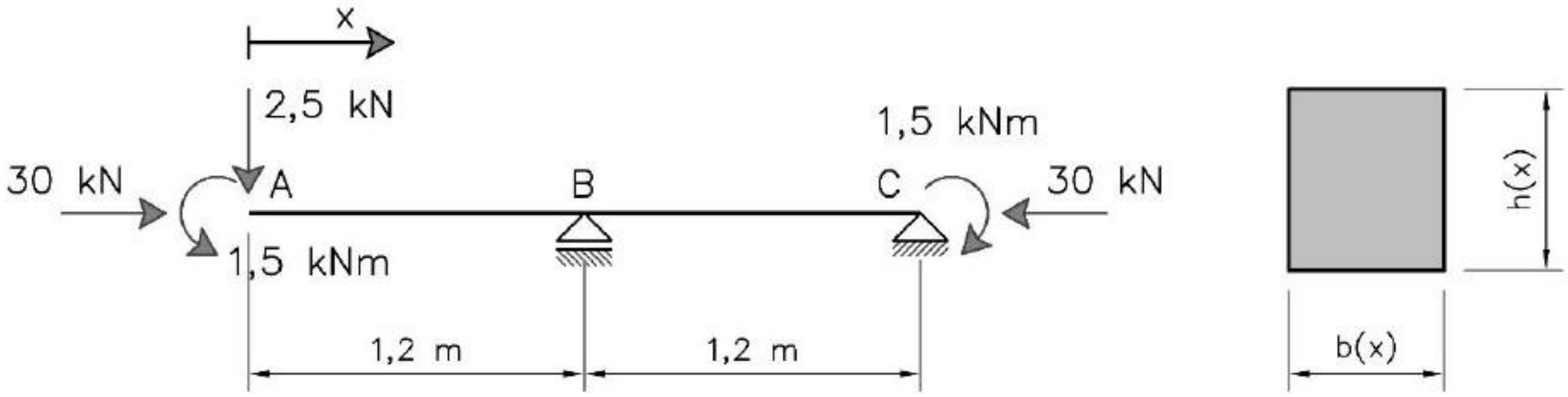
   ii. $|\sigma|_{\mathbf{max}}(x) = \sigma_{\mathbf{adm}} = 8{,}0\ \mathrm{MPa}$

c) Calcular el giro en C, $\boldsymbol{\theta_C}$, para la sección de la parte b) considerando $\boldsymbol{E} = \mathbf{10\ GPa}$.

Ayuda: $$\int \frac{x}{x+\alpha}\,dx = x - \alpha \ln(x+\alpha)$$

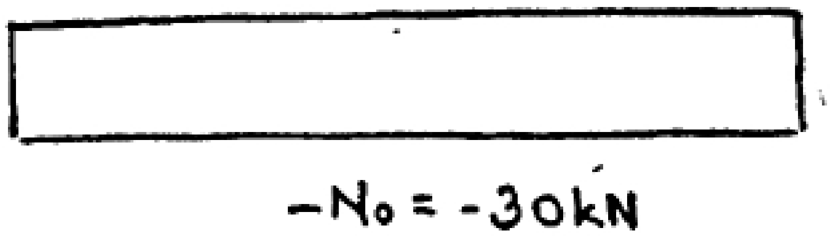


Examen Dic. 2017

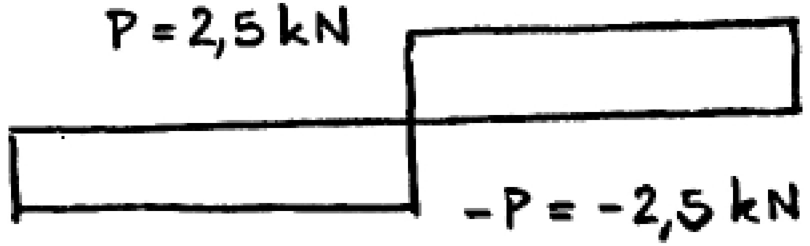


Hallar las reacciones y trazar los diagramas de solicitaciones de la estructura.

Trazar Diagramas

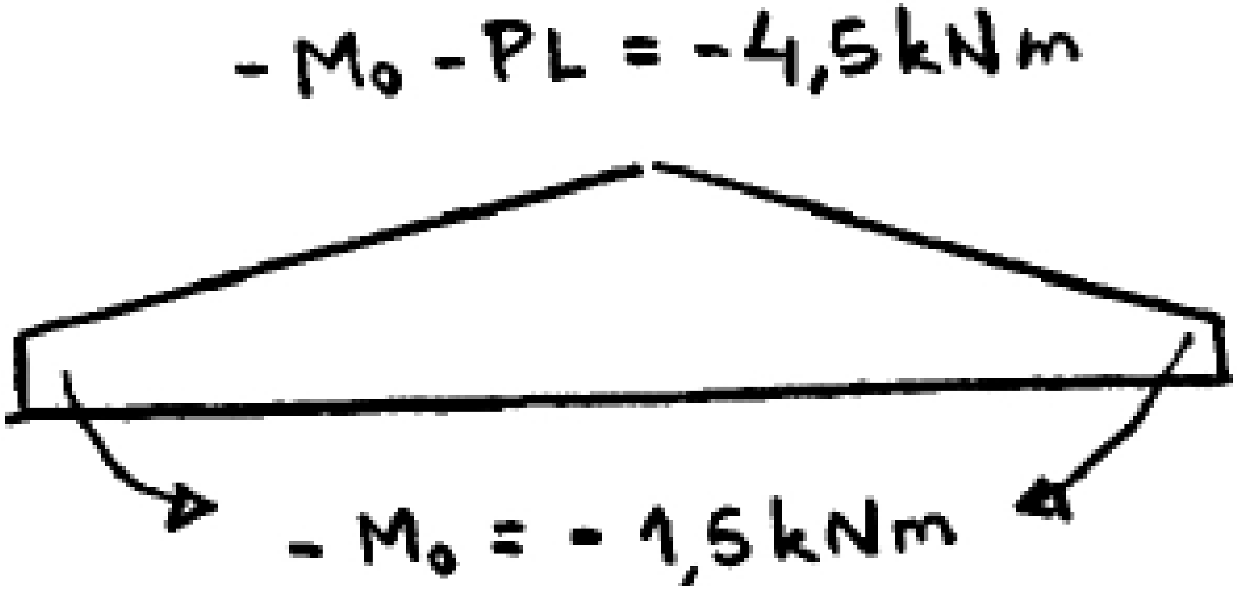


Directa (N)



Cortante (V)

Diagrama de Momentos



Hallar las expresiones (alcanza con presentar los diagramas y los valores característicos) de $b(x)$ y $h(x)$ de manera que se cumplan las siguientes dos condiciones para toda sección de ABC (para todo x tal que $0 \leq x \leq 2{,}4$):

i. $\tau_{\max}(x) = \tau_{\text{adm}} = 0{,}25\ \text{MPa}$

ii. $|\sigma|_{\max}(x) = \sigma_{\text{adm}} = 8{,}0\ \text{MPa}$

$$\tau_{max} = \frac{|V|\,\mu_{max}}{I \cdot b} = \frac{P \cdot bh^2/8}{bh^3/12 \cdot b} = \frac{3}{2}\,\frac{P}{bh} = \tau_{adm}$$

$$A = bh = \frac{3}{2}\,\frac{P}{\tau_{adm}} \quad (= cte)$$

$$|\sigma|_{max} = \frac{|M(x)|}{W} + \frac{N_0}{A} = \frac{6|M(x)|}{A\cdot h} + \frac{N_0}{A} = \sigma_{adm}$$

$$h = \frac{6|M(x)|}{\underbrace{A\cdot\sigma_{adm} - N_0}_{Q}}$$

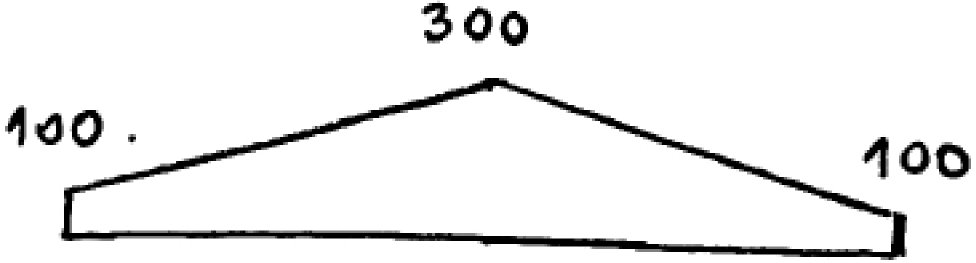
$Q = 90\,kN$

Sustituyendo: $A = 150\ 10^2\ mm^2$

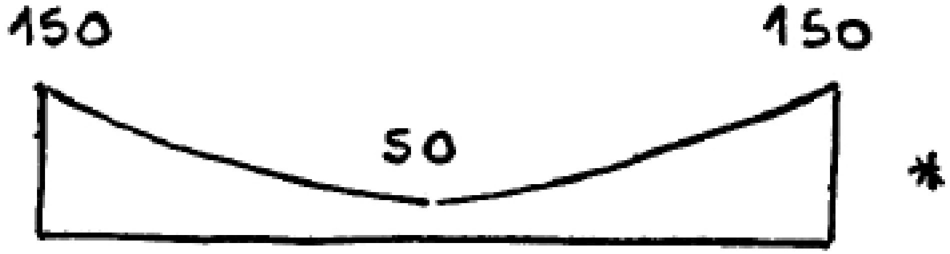
$h(0) = h(2400) = 100\,mm \longrightarrow b(0) = b(2400) = 150\,mm$

$h(1200) = 300\,mm \longrightarrow b(1200) = 50\,mm$

Variacion de h(x) y b(x)



h(x)[mm]



b(x) [mm]

* La curva es tal que $b(x) = \dfrac{15000\,mm^2}{h(x)}$ con h(x) variando linealmente

Calcular el giro en C

Calcular el giro en C, θ_C, para la sección de la parte b) considerando $E = 10$ GPa.

Analogía de Mohr

$$I(x) = \frac{bh^3}{12} = \frac{A \cdot h^2}{12} = \frac{3A|M(x)|^2}{Q^2}$$

$$q'(x) = \frac{|M(x)|}{E \cdot I(x)} = \frac{Q^2}{3EA|M(x)|}$$

Analogia de Mohr