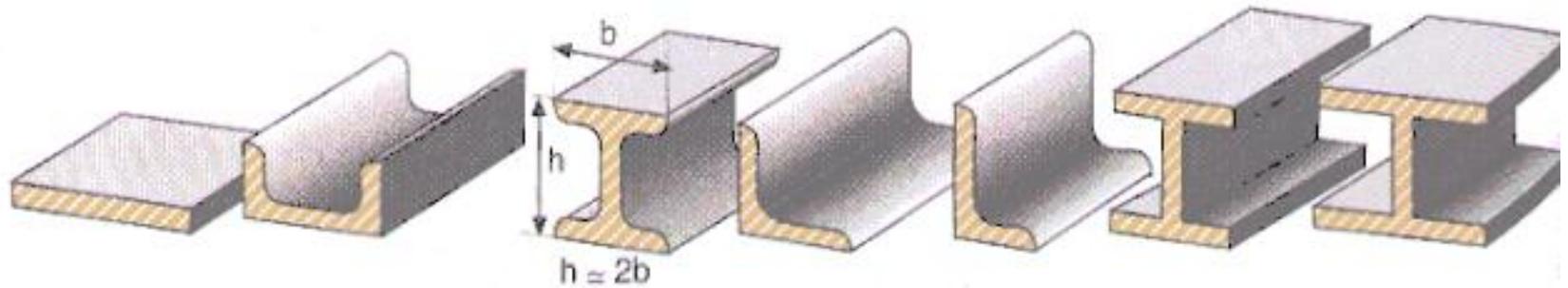


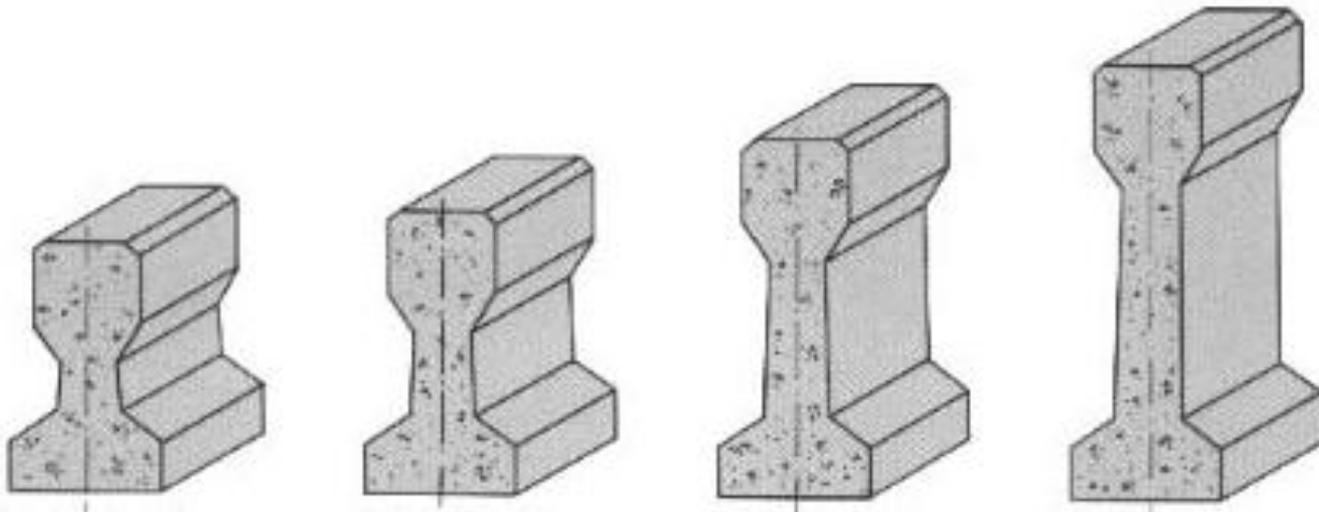
Características de las Secciones

- Introducción
- Características Geométricas
 - Momento de primer orden (o estático)
 - Baricentro
 - Momento de segundo orden (o de inercia)
- Traslación de ejes (Steiner)
- Rotación de ejes
 - Círculo de Mohr

Perfiles Normalizados



Perfiles de hormigón



Características Geométricas

- Momento de primer orden o Estático

$$A = \int_A dA$$

Área de la sección.

$$\mu_x = \int_A ydA$$

Momento de Primer orden de la sección con respecto a x.

$$\mu_y = \int_A xdA$$

Momento de Primer orden de la sección con respecto a y.

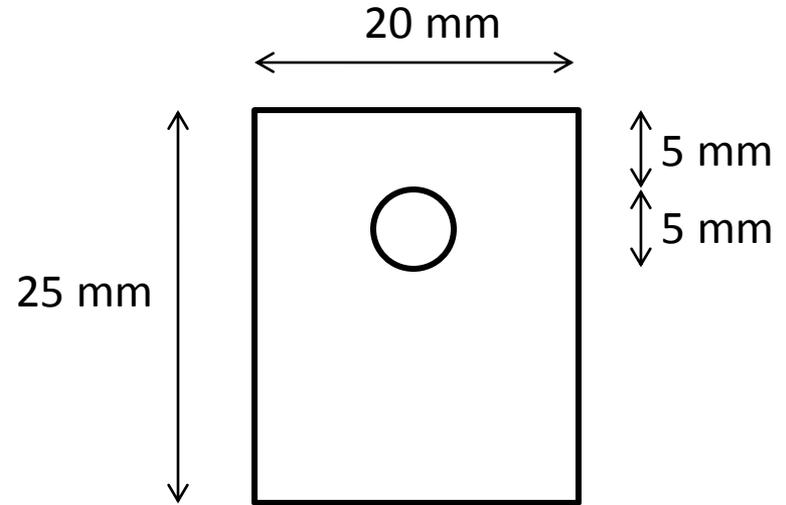
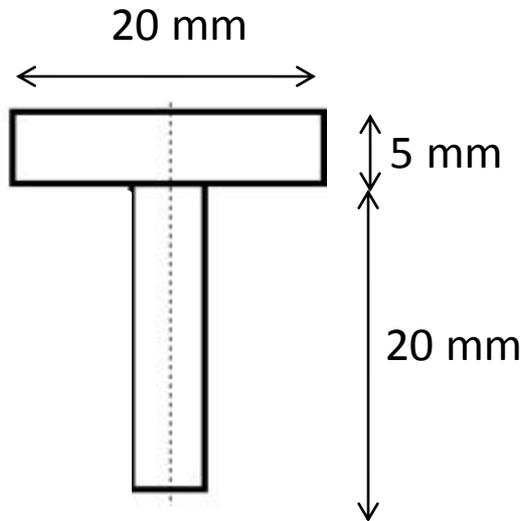
Baricentro

$$x_G = \mu_y / A = \int_A x dA / \int_A dA$$

$$y_G = \mu_x / A = \int_A y dA / \int_A dA$$

La posición del baricentro es independiente de los ejes que se elijan.
Por el baricentro pasan los ejes de simetría.

Ejemplo

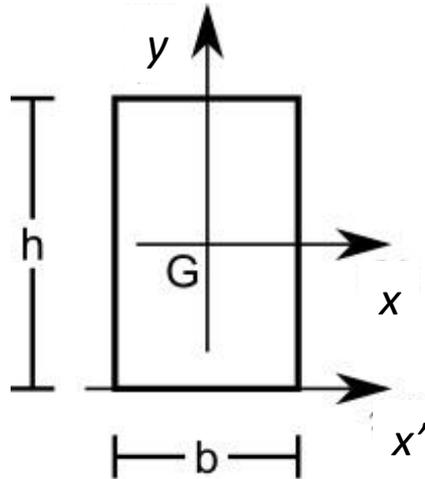


Momento de Inercia o de segundo orden

$$I_x = \int_A y^2 dA$$

$$I_y = \int_A x^2 dA$$

Ejemplo

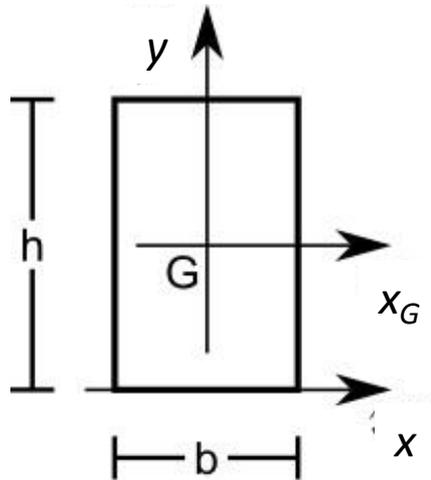


$$I_{x'} = \int_A y^2 dA = \int_{-b/2}^{b/2} \int_0^h y^2 dA = \frac{b \cdot h^3}{3}$$

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_{-b/2}^{b/2} dx \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dy = \frac{b \cdot \left(\frac{h^3}{8} + \frac{h^3}{8} \right)}{3} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

Teorema de Steiner

- Teorema de ejes paralelos, uno de los ejes tiene que ser un eje baricéntrico.

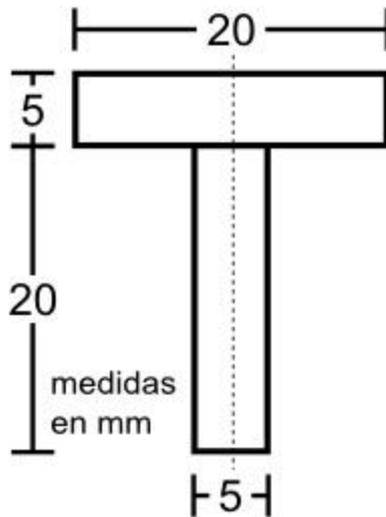


$$I_x = I_{x_G} + A.d_y^2$$

Ejemplo

- Momento de Inercia de un área compuesta

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_{A_1} y^2 dA + \int_{A_2} y^2 dA = I_{x,1} + I_{x,2}$$



$$I_x = \sum_i I_{x,i}$$

Hallar el momento de inercia con respecto a un eje centroidal y horizontal.

Bi-momento de Inercia

El **producto de inercia** (o **bi-momento de inercia**) se define respecto a un par de ejes ortogonales **x** e **y** como:

$$I_{xy} = \int_A xy dA$$

A diferencia del momento de inercia, que es un valor siempre positivo, el producto de inercia puede ser positivo, negativo, o nulo. Esto depende de la posición del área respecto a los ejes.

$$I_{xy} = I_{x_G y_G} + A \cdot d_x \cdot d_y$$

Giro de Ejes

Hallaremos las expresiones de las inercias (I_{x_1} , I_{y_1} , $I_{x_1y_1}$) para unos ejes (x_1 , y_1) con el mismo origen, pero girados un ángulo ϑ .

$$I_{x_1} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos(2\theta) - I_{xy} \operatorname{sen}(2\theta)$$

$$I_{y_1} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos(2\theta) + I_{xy} \operatorname{sen}(2\theta)$$

$$I_{x_1y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \operatorname{sen}(2\theta) + I_{xy} \cos(2\theta)$$

$$2\operatorname{sen}(\theta)\cos(\theta) = \operatorname{sen}(2\theta) \quad \operatorname{sen}^2(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2\theta)) \quad \cos^2(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\theta))$$

Momentos de Inercia principales

Definición: Los momentos de inercia principales serán los máximos y mínimos que se obtengan al variar el ángulo de rotación θ , siendo los ejes a los que se refieren, los ejes principales.

Ejes principales-centroidales: son ejes ppales que se encuentran en el baricentro

Resumen

$$x_G = \mu_y / A = \int_A x dA / \int_A dA$$

$$y_G = \mu_x / A = \int_A y dA / \int_A dA$$

$$I_x = I_{x_G} + A \cdot d_y^2$$

$$I_{xy} = \int_A xy dA$$

Círculo de Mohr

$$I_{x_1} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos(2\theta) - I_{xy} \operatorname{sen}(2\theta)$$

$$I_{y_1} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos(2\theta) + I_{xy} \operatorname{sen}(2\theta)$$



$$I_{x_1} + I_{y_1} = I_x + I_y$$

$$I_{x_1 y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \operatorname{sen}(2\theta) + I_{xy} \cos(2\theta)$$

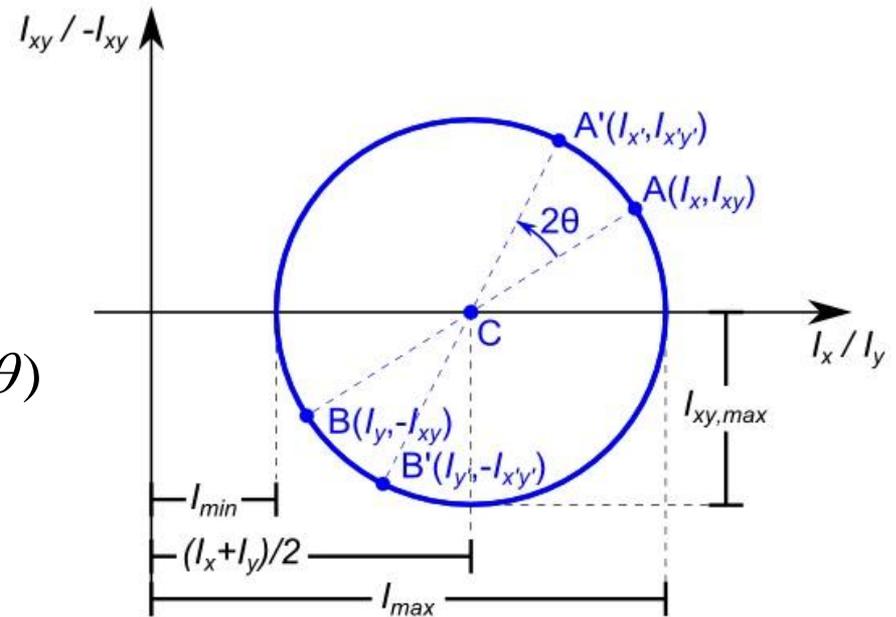
Círculo de Mohr

$$R^2 = \left(\frac{I_x - I_y}{2} \right)^2 + I_{xy}^2$$

$$I_{x_1} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos(2\theta) - I_{xy} \sin(2\theta)$$

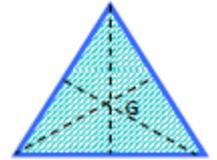
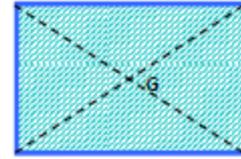
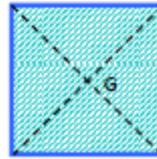
$$I_{y_1} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos(2\theta) + I_{xy} \sin(2\theta)$$

$$I_{x_1 y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin(2\theta) + I_{xy} \cos(2\theta)$$



Baricentro

$$A = \int_A dA$$



$$\mu_x = \int_A y dA$$

$$\mu_y = \int_A x dA$$

$$y_G = \mu_x / A = \int_A y dA / \int_A dA$$

$$y_G = \frac{\sum_i y_{Gi} A_i}{\sum_i A_i}$$

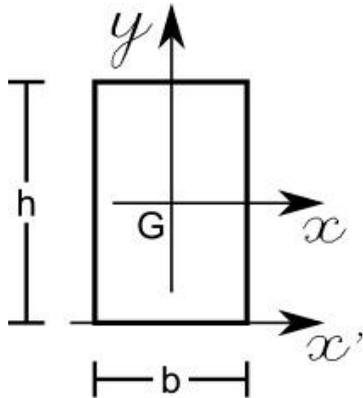
$$x_G = \mu_y / A = \int_A x dA / \int_A dA$$

$$x_G = \frac{\sum_i x_{Gi} A_i}{\sum_i A_i}$$

Inercia

$$I_x = \int_A y^2 dA$$

$$I_y = \int_A x^2 dA$$



$$I_x = bh^3/12$$

$$I_{x'} = bh^3/3$$

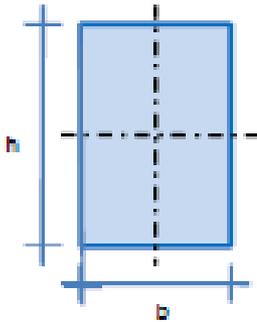
$$I_y = hb^3/12$$

$$I_{y'} = hb^3/3$$

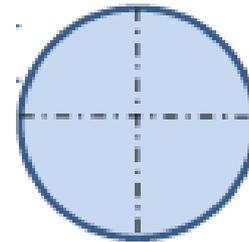
$$I_x = I_{xG} + d_y^2 * A$$

$$I_y = I_{yG} + d_x^2 * A$$

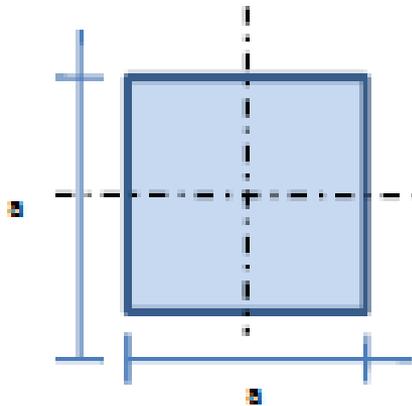
Inercia de secciones



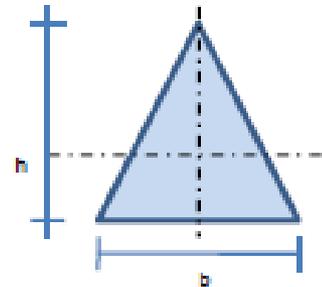
$$I_x = bh^3/12$$



$$I_x = \pi D^4/64$$

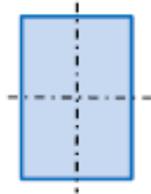


$$I_x = a^4/12$$



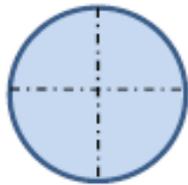
$$I_x = bh^3/36$$

Módulo Resistente

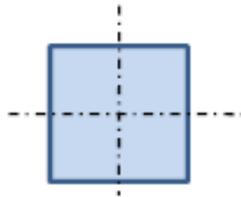


$$W_x = \frac{bxh^2}{6}$$

$$W_y = \frac{b^2xh}{6}$$



$$W_x = \frac{D^3}{32}$$



$$W_x = \frac{a^3}{6} = W_y$$