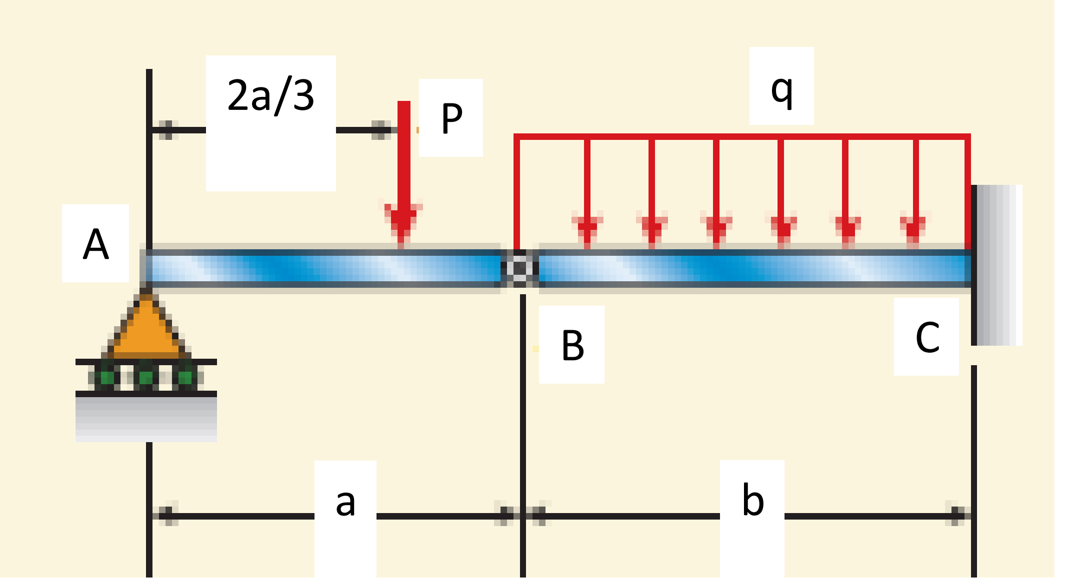
Teoría de Vigas 4ta parte

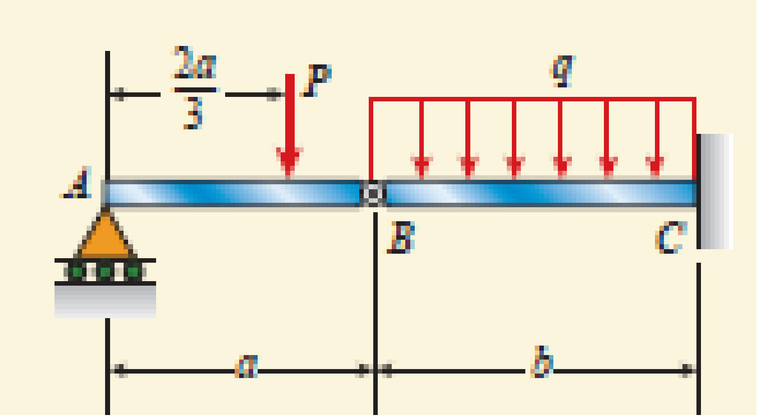
Ejemplo de giros y deflexiones

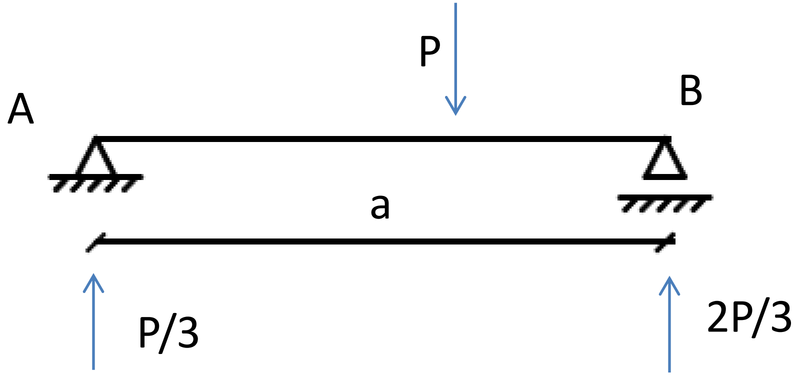


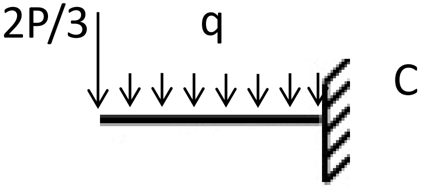
- Deflexión o flecha en B

- Giro en A

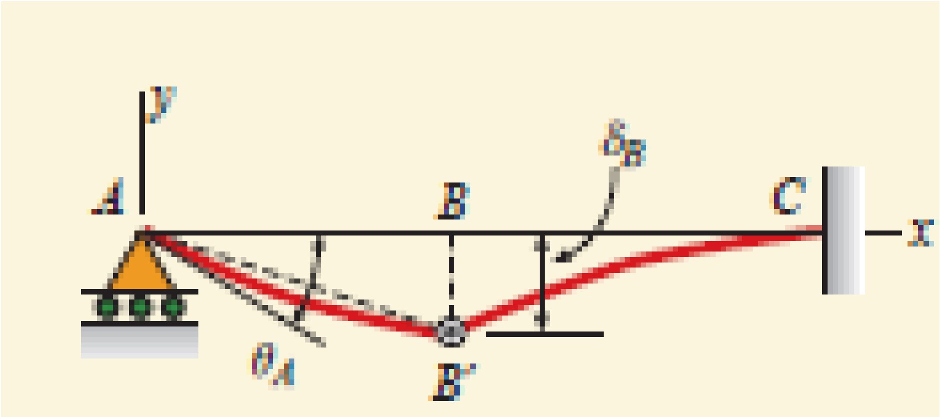
Ejemplo de giros y deflexiones



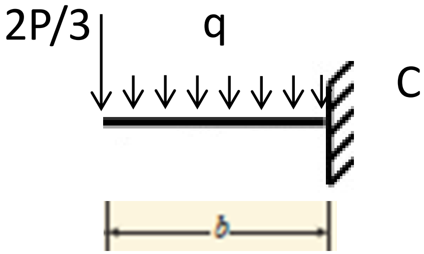




Ejemplo de giros y deflexiones

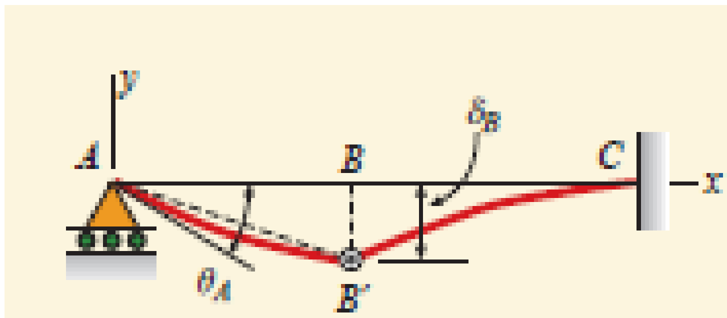


- Flecha en B



$$\delta_B = \frac{qb^4}{8EI} + \frac{2Pb^3}{9EI}$$

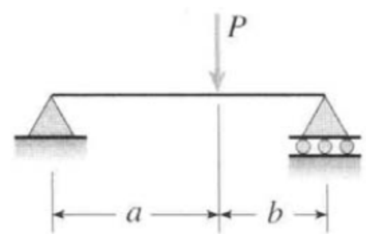
Ejemplo de giros y deflexiones



$$\delta_B = \frac{qb^4}{8EI} + \frac{2Pb^3}{9EI}$$

$$(\theta_A)_1 = \frac{qb^4}{8aEI} + \frac{2Pb^3}{9aEI}$$

$$(\theta_A)_2 = \frac{P\left(\frac{2a}{3}\right)\left(\frac{a}{3}\right)\left(a + \frac{a}{3}\right)}{6aEI} = \frac{4Pa^2}{81EI}$$



$$\theta_A = \frac{Pab(L + b)}{6LEI}$$

$$\theta_A = (\theta_A)_1 + (\theta_A)_2 = \frac{qb^4}{8aEI} + \frac{2Pb^3}{9aEI} + \frac{4Pa^2}{81EI}$$

Viga análoga

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \qquad \frac{dv}{dx} = \frac{\theta(x)}{EI}$$

$$\frac{d^4v}{dx^4} = \frac{-q}{EI} \qquad \frac{d^3v}{dx^3} = \frac{V(x)}{EI}$$

Viga análoga (Analogía de Mohr)

Teorema Fundamental de Vigas: $-q = \frac{dV}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2}$ $\Longleftrightarrow$ **Ecuación de la elástica**: $\frac{M}{EI} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2\upsilon}{dx^2}$

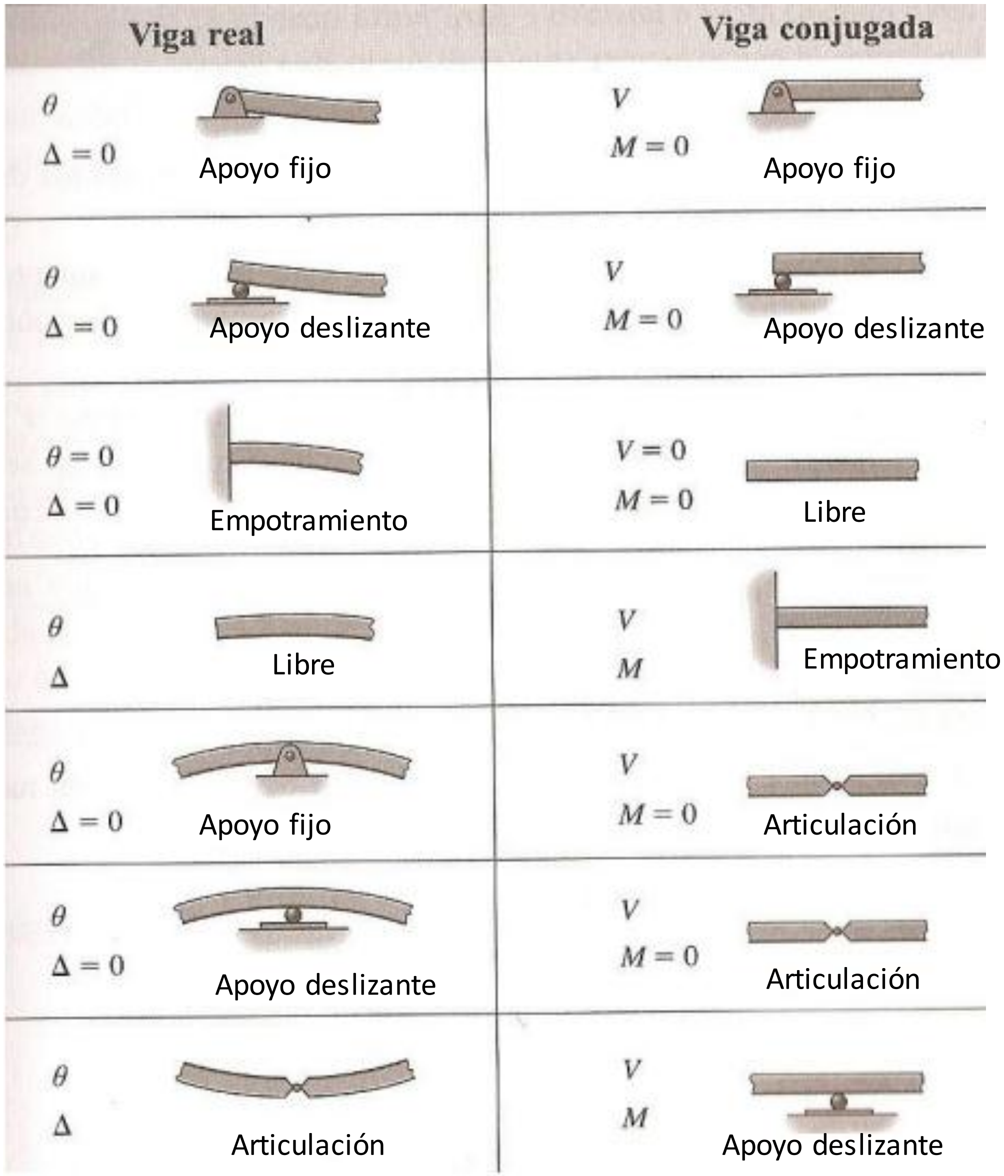
Las ecuaciones diferenciales de la curva de deflexión son análogas a las ecuaciones fundamentales de la viga, en el sentido en que en ambas aparecen tres términos, (**M/EI, θ, v**) y (**q, V, M**) respectivamente, relacionados mediante la primera y segunda derivada.

"**<u>viga análoga</u>**"

$$\frac{M}{EI} \leftrightarrow -\overline{q} \qquad \theta \leftrightarrow \overline{V} \qquad y \leftrightarrow \overline{M}$$

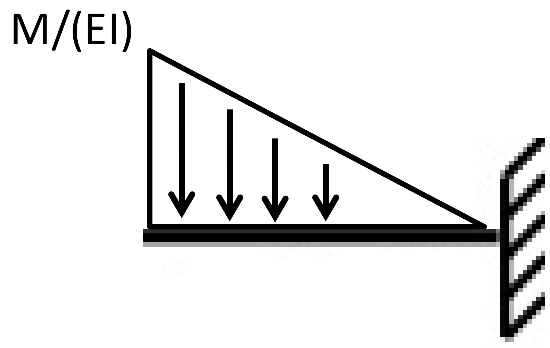
El método consiste en crear una viga que es cargada con una carga análoga **q**, equivalente a los valores de **M/EI** de nuestra viga real, y con condiciones de borde en **V** y **M**, que reflejen las condiciones de borde de **θ** y **v** de la viga real.

$$\frac{M}{EI} \leftrightarrow -\bar{q} \qquad \theta \leftrightarrow \overline{V} \qquad v \leftrightarrow \overline{M}$$

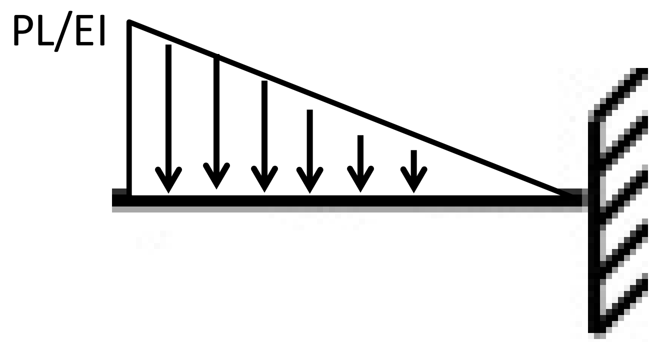


Viga real		Viga conjugada	
θ, $\Delta = 0$	Apoyo fijo	V, $M = 0$	Apoyo fijo
θ, $\Delta = 0$	Apoyo deslizante	V, $M = 0$	Apoyo deslizante
$\theta = 0$, $\Delta = 0$	Empotramiento	$V = 0$, $M = 0$	Libre
θ, Δ	Libre	V, M	Empotramiento
θ, $\Delta = 0$	Apoyo fijo	V, $M = 0$	Articulación
θ, $\Delta = 0$	Apoyo deslizante	V, $M = 0$	Articulación
θ, Δ	Articulación	V, M	Apoyo deslizante

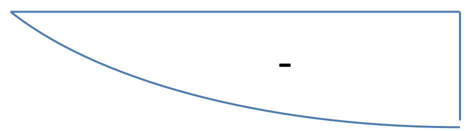
Ejemplo



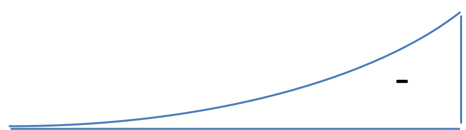
Viga Análoga



θ=V*



v=M*



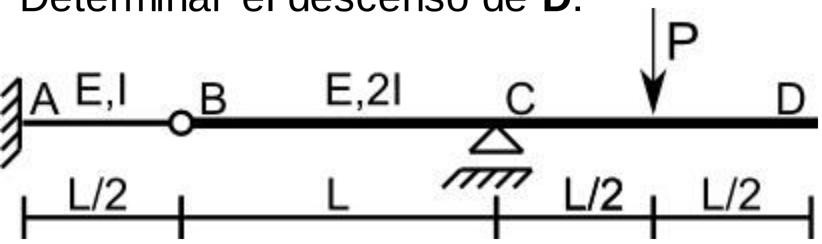
Viga Original

Viga análoga (Analogía de Mohr)

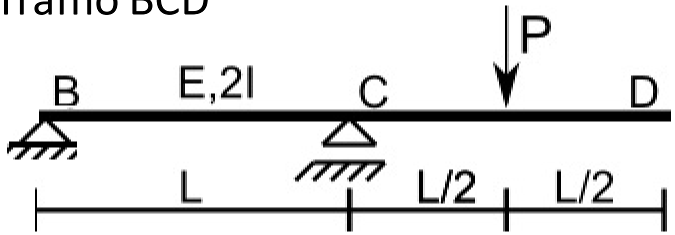
Ejemplo con otras
condiciones de borde.

$$\frac{M}{EI} \leftrightarrow -\bar{q}; \quad \theta \leftrightarrow \bar{V}; \quad v \leftrightarrow \bar{M}$$

Determinar el descenso de **D**.



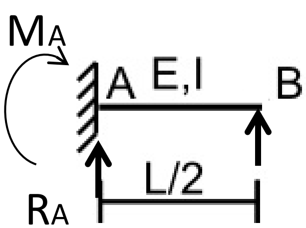
Tramo BCD



Tramo BCD Suma (F)= 0 → $R_B + R_C = P$

Suma(M_B)=0 → $L.R_C - 3/2L.P = 0$ → $R_C = 3/2.P$ →
$R_B = -1/2.P$

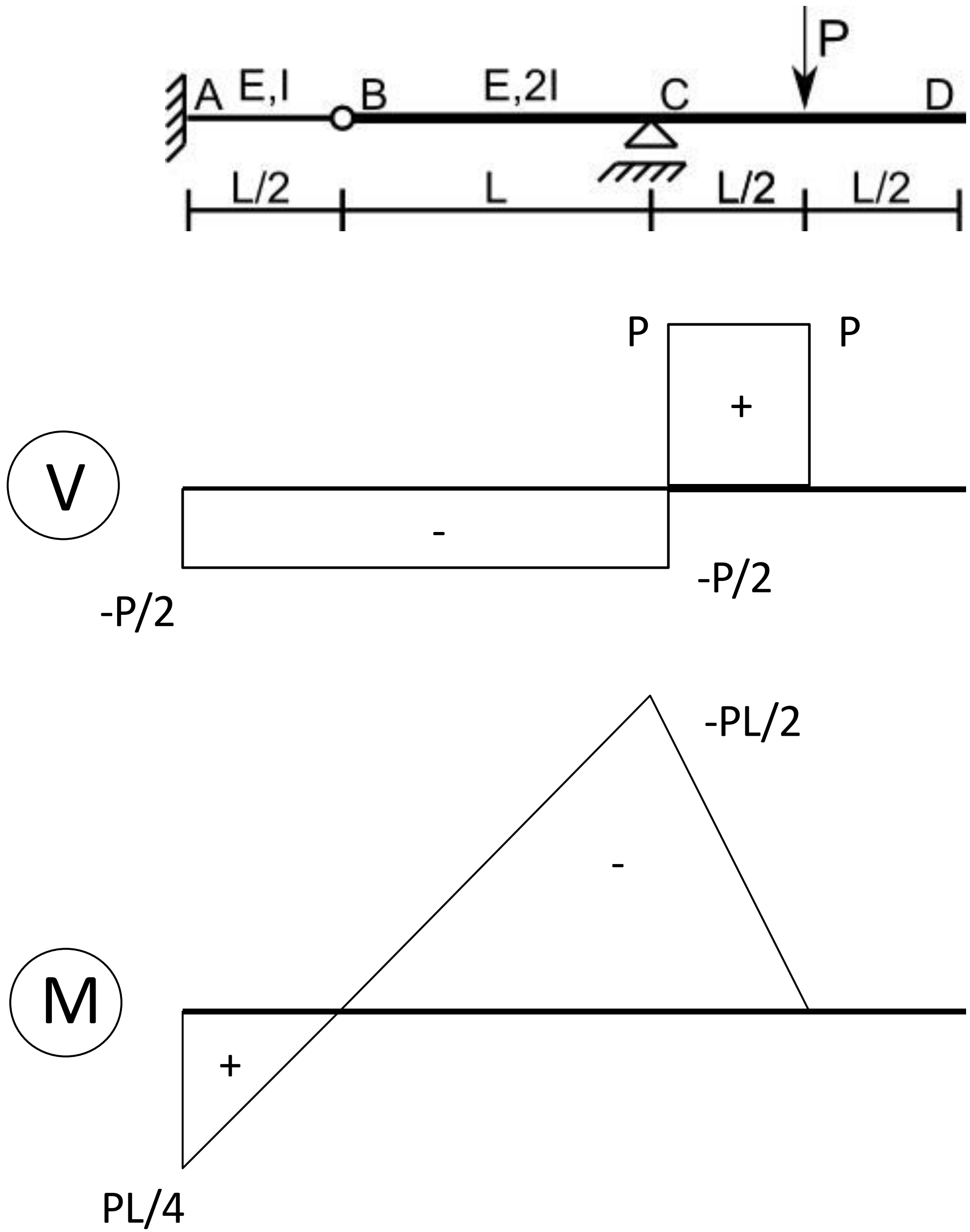
Tramo AB



$R_B = 1/2.P$

Tramo AB Suma (F)= 0 → $1/2.P + R_A = 0$ → $R_A = -1/2.P$

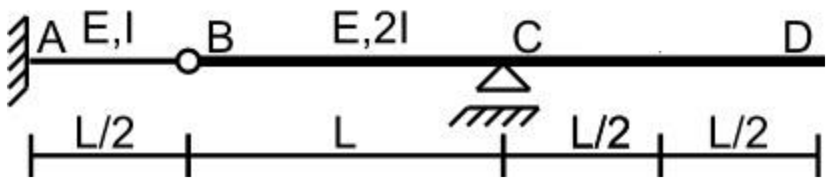
Suma(M_A)=0 → $M_A - L/2.P/2 = 0$ → $M_A = P*L/4$



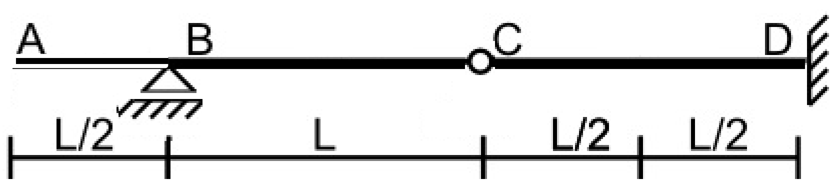
P
A
E,I
B
E,2I
C
D
L/2
L
L/2
L/2
P
P
+
V
-
-P/2
-P/2
-PL/2
-
M
+
PL/4

Viga análoga: vínculos

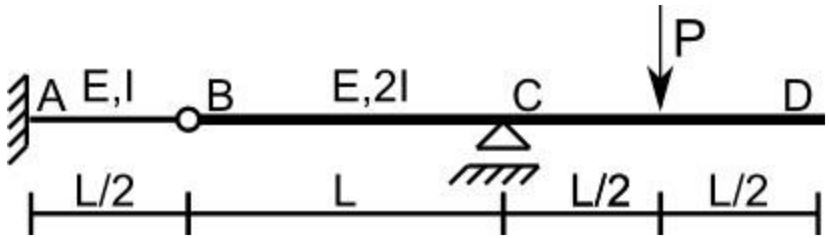
Viga original

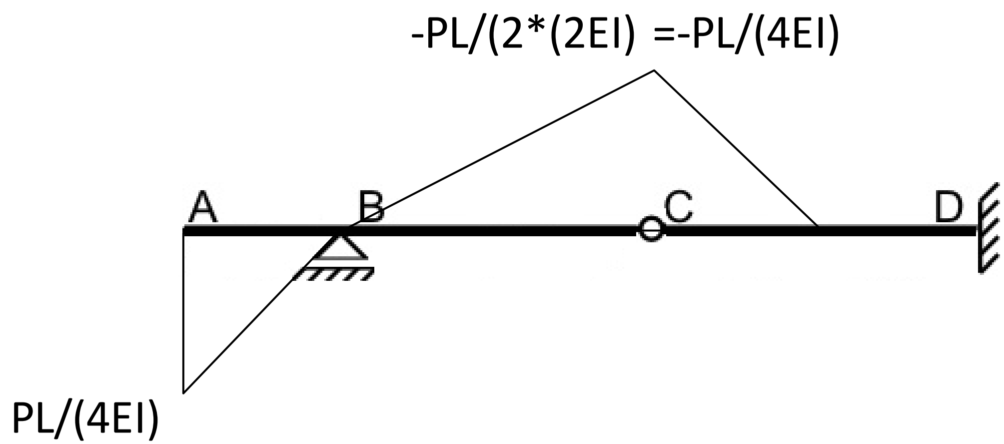


Viga análoga



Carga





$$\frac{M}{EI} \leftrightarrow -\bar{q}; \quad \theta \leftrightarrow \bar{V}; \quad v \leftrightarrow \bar{M}$$

Ejercicio 3

La viga de la *figura 2* está formada por un *PNI* **22**.
Hallar el valor de la carga admisible **q**, suponiendo que la viga está construida con un metal de $\boldsymbol{\sigma}^{adm}$= 140 MPa

A la misma viga se le piensa aumentar su carga de servicio a 18 kN/m . Para ello se la reforzará soldando dos **placas metalicas** del mismo material de espesor **1,5 cm** como se muestra en la *figura 1*.
Hallar el ancho ***d*** necesario de las **placas** metálicas.
Con ese ***d*** hallar la máxima tensión rasante a la que se someterán las **placas**, indicando en que sección y en que fibras se dan dichas tensiones.

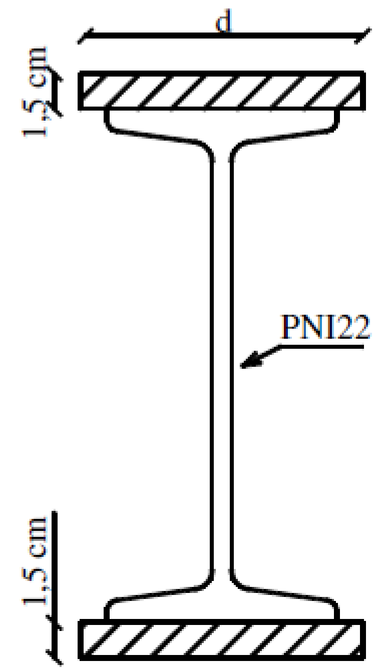


figura 1

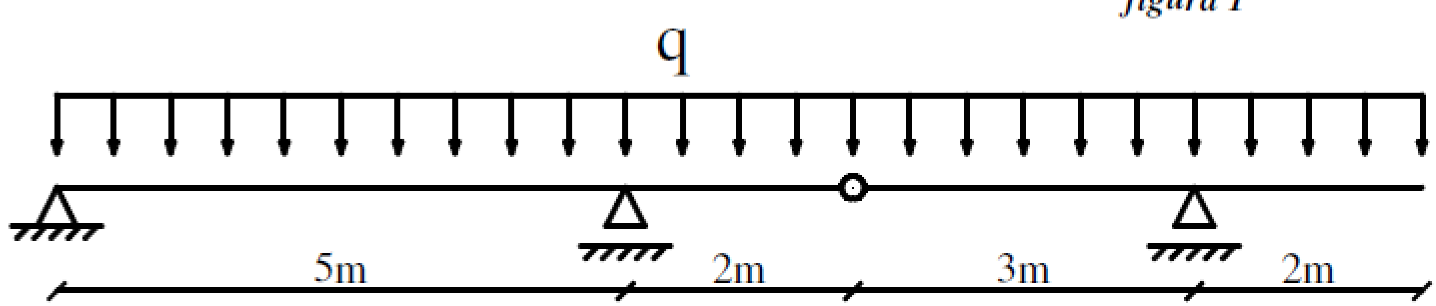
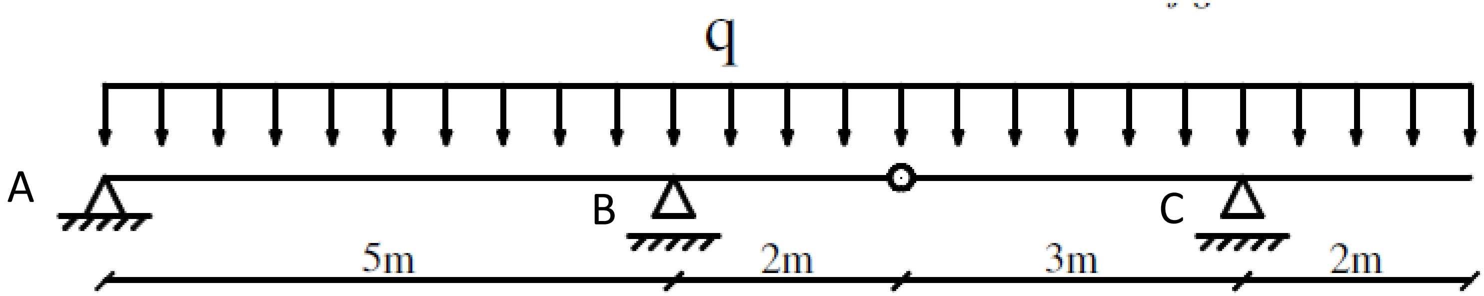


figura 2



Asumiendo q=1kN/m

$R_A+R_B+R_C= 12$

Suma Mder_art=0

$5*2.5-3*R_C=0$

$R_C=12.5/3$ kN

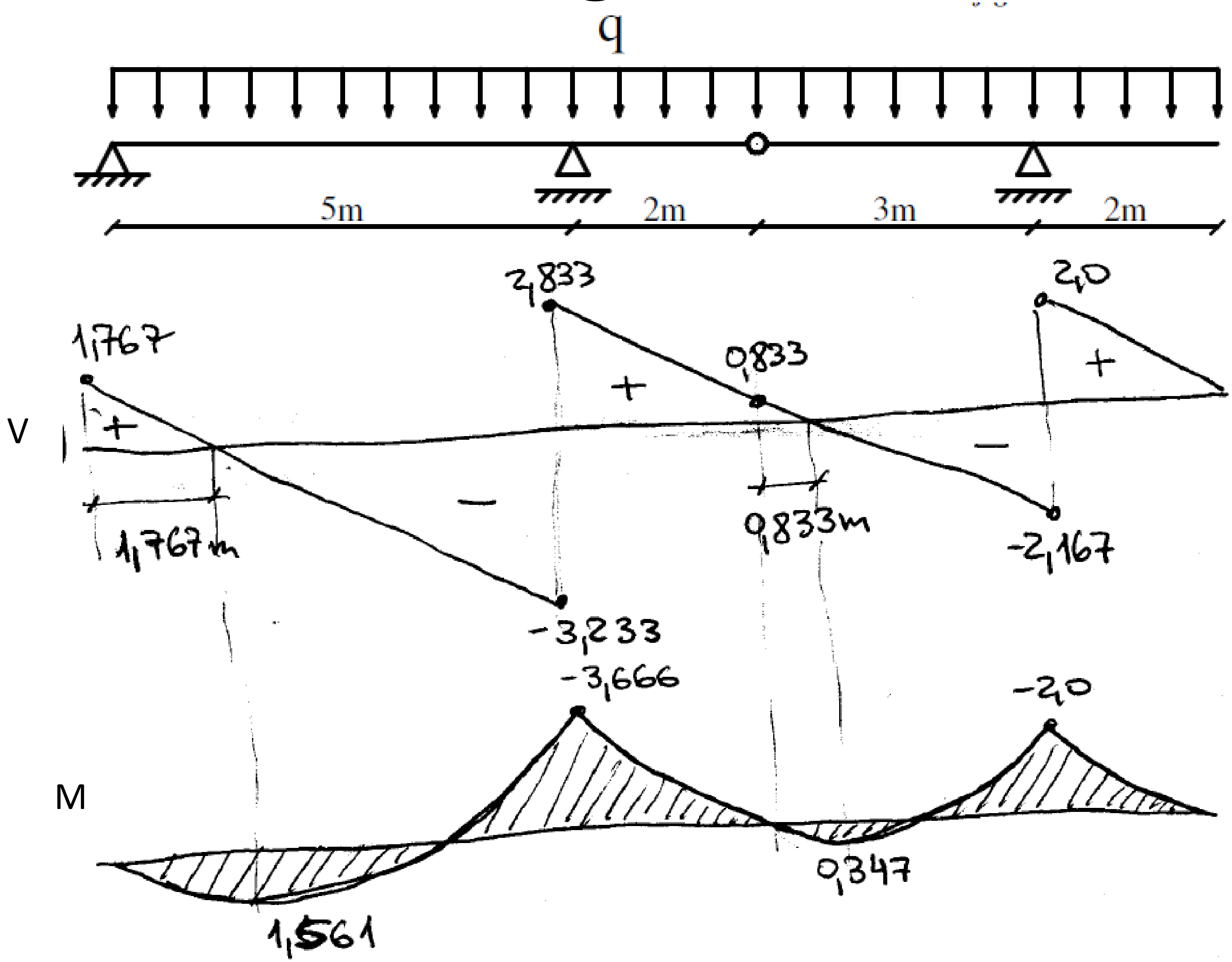
Suma Mizq_art=0

$2*R_B2+7*R_A- 7*3.5=0$

$R_A= 1.767$ kN

$R_B = 6.066$ kN

Diagramas


q
5m
2m
3m
2m
2,833
2,0
1,767
0,833
+
+
+
V
−
−
1,767m
0,833m
−2,167
−3,233
−3,666
−2,0
M
0,347
1,561

q admisible

$M_{max} = -3.666$

$\sigma > M_{max}/W_x$

$140 \text{ MPa} > 3.666 * q/278$

$q < 140 * 10^6 * 278/10^6/3.666$

$q < 10.6 \text{ kN/m}$

Módulo Resistente

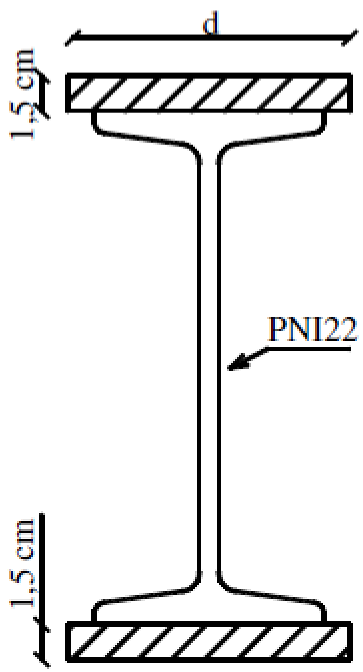


figura 1

PNI 22

I_{xPNI22}= 3060 cm^4

I_x= 3060 + 2*[(d*1.5^3)/12+d*1.5*(11+1.5/2)^2]

I_x= 3060+2*d*207.4 cm^3

W_x=I_x/y

W_x = (3060+2*d*207.4)/12.5

Espesor d

q= 18 kN/m

σ>Mmax/Wx

140 MPa> Mmax/(3060+2*d*207.4)/12.5

140,000 kPa > 3.7*18 kNm /[(3060 * 10^{-6} +2*d*207.4 * 10^{-4})/12.5]

140,000> 3.7*18/(244.8* 10^{-6}+33.2*d*10^{-4})

d$\geq$ 7 cm