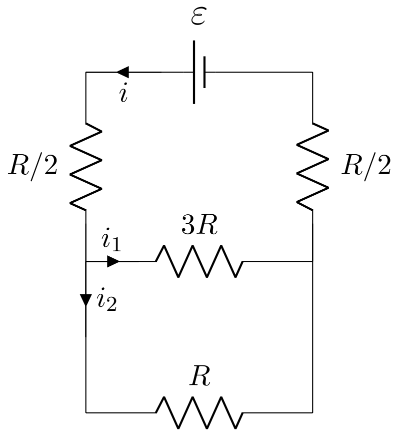
Examen Física 3: Solución

Instituto de Física, Facultad de Ingeniería

24 de julio de 2018

Problema 1



a) La resistencia equivalente del circuito vale:

$$R = R + \frac{3RR}{3R+R} = \frac{7R}{4} \Longrightarrow \boxed{i = \frac{4\varepsilon}{7R}}$$

Por otro lado:

$$i = i_1 + i_2$$
$$3Ri_1 = Ri_2$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$\boxed{i_1 = \frac{\varepsilon}{7R}} \qquad \boxed{i_2 = \frac{3\varepsilon}{7R}}$$

b) A partir de la Ley de Biot-Savart:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o i}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \Longrightarrow \vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi \frac{D^2}{4}} \pi \frac{D}{2} \left(i + i_2\right) \hat{k} \Longrightarrow$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_o \varepsilon}{2DR} \hat{k}}$$

Siendo $\hat{k}$ un versor saliente a la hoja.

Problema 2

a) Los capacitores de $6\mu F$ y $3\mu F$ están en serie, y son equivalentes a un capacitor de $\frac{6.3}{6+3}\mu F = 2\mu F$. El paralelo de éste con el capacitor de $1\mu F$ resulta en $\boxed{C = 3\mu F}$

Los dos inductores en paralelo equivalen a uno de $\frac{3.2}{3+2}H = 1.2H$, sumado (en serie) con el de $0.8H$ resulta $\boxed{L = 2.0H}$

b) $\boxed{Z = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = jX = -j1.27k\Omega}$

Observar que la impedancia tiene argumento $-\pi/2$.

c) Pedir que el defasaje entre voltaje y corriente sea de 30^o equivale a pedir que el ángulo de la nueva impedancia del circuito sea $\mathrm{Arg}(Z') = -30^o \simeq -\pi/6$.

La nueva impedancia equivalente del circuito vale $Z' = \frac{jXR}{jX+R}$. Al ser un cociente entre dos números complejos, su argumento verifica:

$$\mathrm{Arg}(Z') = \mathrm{Arg}(jXR) - \mathrm{Arg}(jX + R) = -\pi/2 - \tan^{-1}(X/R) = -\pi/6 \Longrightarrow$$

$$X/R = \tan(\pi/6 - \pi/2) \Longrightarrow \boxed{R = \frac{X}{\tan(-\pi/3)} = 731\Omega}$$

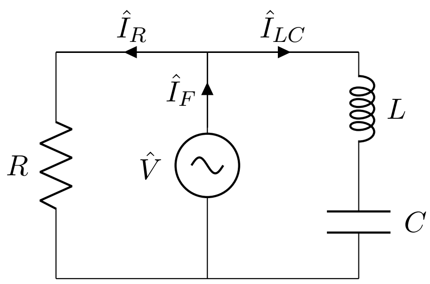
d) $\hat{V} = V_o$ es el fasor de la fuente.

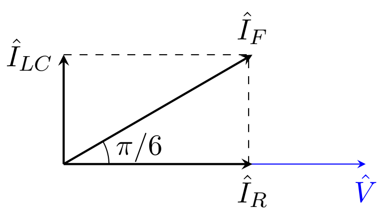
Para la resistencia: $\hat{V} = R\hat{I}_R \Longrightarrow \boxed{\hat{I}_R = 137mA}$ (fase nula).

Para la rama LC: $\hat{V} = jX\hat{I}_{LC} \Longrightarrow \boxed{\hat{I}_{LC} = j78mA}$ (fase $\pi/2$).

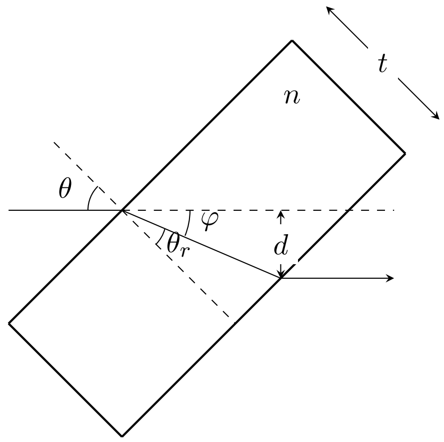
La corriente por la fuente verifica: $\hat{I}_F = \hat{I}_R + \hat{I}_{LC} \Longrightarrow \boxed{\hat{I}_F = 137 + j78\,(mA)}$

Posee módulo $I_F = \sqrt{(137)^2 + (78)^2} = 158mA$ y fase $\pi/6$ (opuesta a la de Z').





Problema 3



a) A partir de la Ley de Snell:

$$\text{sen}(\theta) = n.\text{sen}(\theta_r) \Longrightarrow \theta_r = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\text{sen}(\theta)}{n}\right)$$

El trayecto que recorre el haz en el medio (L) admite las siguientes expresiones:

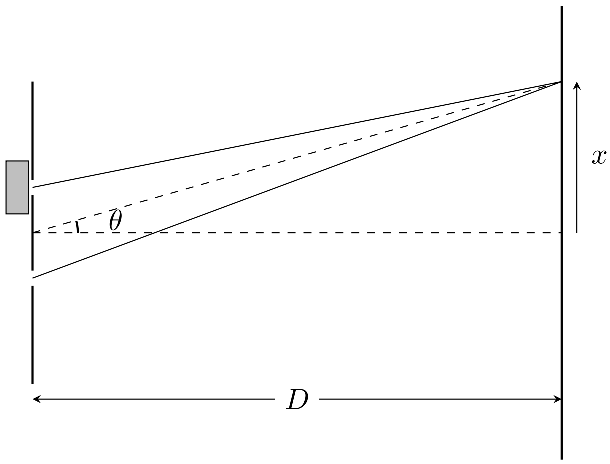
$$L = \frac{d}{\text{sen}(\varphi)} = \frac{t}{\cos(\theta_r)}$$

Observar que, al ser ángulos opuestos por el vértice:

$$\theta = \theta_r + \varphi$$

Luego:

$$\boxed{t = \frac{d.\cos(\theta_r)}{\text{sen}(\theta - \theta_r)} = 20.2\mu m}$$



b) Llamando ϕ_1 y ϕ_2 a la fase del haz inferior y superior respectivamente:

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\left(a.\sin(\theta) + t - nt\right) \simeq \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D} - (n-1)t\right)$$

Donde en el último paso se asume que θ es pequeño, con lo cual $\sin(\theta) \simeq \tan(\theta)$. Los máximos ocurren para $\Delta\phi = 2m\pi$ con m entero. Por lo tanto:

$$2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D} - (n-1)t\right) \Longrightarrow \boxed{x = \frac{D}{a}\left(m\lambda + (n-1)t\right)}$$

c) El máximo central del experimento original ocurre para $m = 0$:

$$\boxed{x(m=0) = \Delta x = \frac{D}{a}(n-1)t = 35mm}$$

Notar que este desplazamiento está asociado a un ángulo $\theta = 4.0^o$, que verifica la hipótesis de ángulo pequeño.