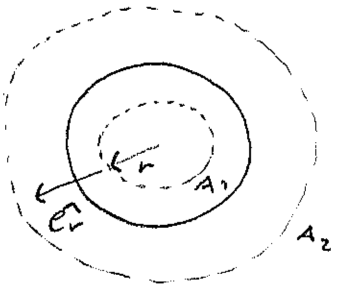
Ejercicio 7

1)

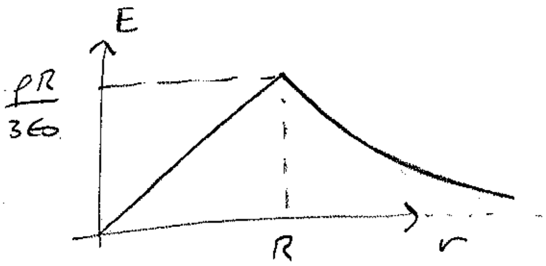


Dada la simetría esférica de la distribución: $\vec{E}(\vec{r}) = E(r)\hat{e_r}$

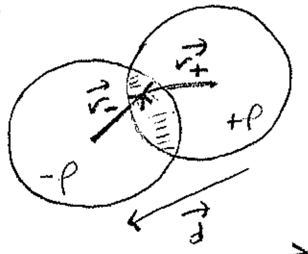
Ley de Gauss: $\oint_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \dfrac{q_{encerrada}}{\epsilon_0}$

$r \leq R$: $\underbrace{\oint_{A_1} \vec{E}\cdot d\vec{A}}_{4\pi r^2 E(r)} = \dfrac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\epsilon_0}$: $\boxed{E(r) = \dfrac{\rho r}{3\epsilon_0}}$

$r > R$: $\oint_{A_2} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \dfrac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{\epsilon_0}$: $\boxed{E(r) = \dfrac{\rho}{3\epsilon_0}\dfrac{R^3}{r^2}}$



2)



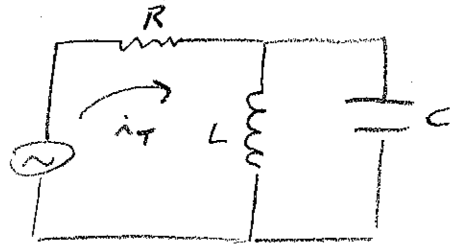
En la zona de solapamiento necesito el campo interior a cada esfera

$$\vec{E} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}\hat{e_r} = \frac{\rho\vec{r}}{3\epsilon_0}$$

$\Rightarrow$ La superposición del campo $\vec{E}^+$ debido a $+\rho$ y $\vec{E}^-$ debido a $-\rho$ es:

$$\vec{E} = \frac{\rho\vec{r_+}}{3\epsilon_0} + \left(-\frac{\rho\vec{r_-}}{3\epsilon_0}\right) = \frac{\rho}{3\epsilon_0}(\vec{r_+} - \vec{r_-}) = \boxed{\frac{\rho\vec{d}}{3\epsilon_0}}$$

Ejercicio 2

1) 

La corriente que atraviesa a R es la corriente total dada por:

$$i_T = \frac{V_0}{Z_{eq}} e^{j\omega t}$$

siendo $Z_{eq} = R + \left(\frac{1}{j\omega L} + j\omega C \right)^{-1}$

$Z_{eq} = R + \dfrac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}$; escribiendo $Z_{eq} = |Z_{eq}| e^{j\phi}$ con:

$$\boxed{|Z_{eq}| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{1-\omega^2 LC}\right)^2}} \quad ; \quad \boxed{tg\,\phi = \frac{\omega L}{R(1-\omega^2 LC)}} \; ,$$

$$i_T = \frac{V_0}{|Z_{eq}|} e^{j(\omega t - \phi)}$$

$$\Rightarrow \boxed{i_T(t) = \frac{V_0}{|Z_{eq}|} \cos(\omega t - \phi)}$$

2) 

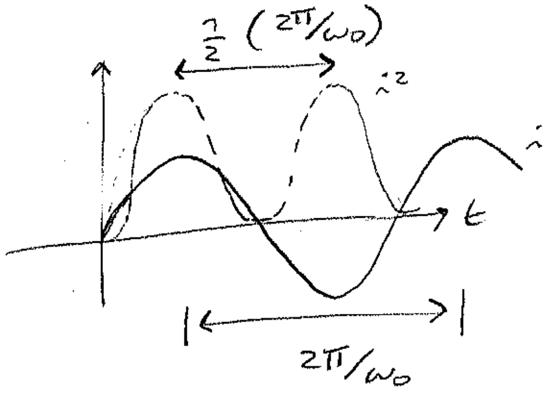
$L\dfrac{di}{dt} + \dfrac{q}{C} = 0$; $i = \dfrac{dq}{dt} \Rightarrow L\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{1}{C}q = 0$

$\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{1}{LC}q = 0$: tenemos un oscilador armónico con frecuencia ω_0:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

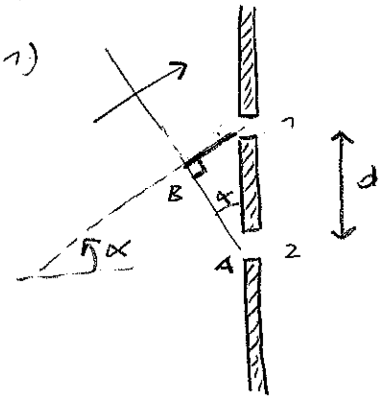
Como $i = \dfrac{dq}{dt}$, i oscila también con ω_0. La energía almacenada en L es:

$U_B = \dfrac{1}{2}Li^2$ que oscila con frecuencia $2\omega_0$



Ejercicio 3

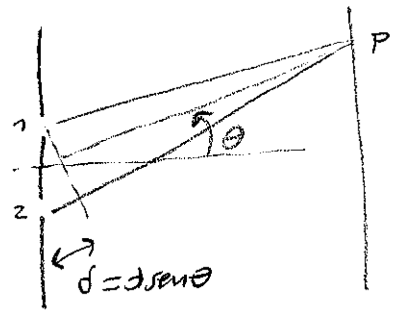
1)



Considerando 2 puntos (A y B) sobre un frente de onda, el retraso de B es debido al camino extra $d\,\text{sen}\,\alpha$ que debe recorrer para llegar a la rendija 2

$$\Rightarrow \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = -K\,d\,\text{sen}\,\alpha$$

2)



La diferencia de fase entre las ondas emitidas por 1 y 2 en el punto P es:

$$\Delta\phi = -K\,d\,\text{sen}\,\alpha + K\delta = K d\,(\text{sen}\,\theta - \text{sen}\,\alpha)$$

$$\boxed{\Delta\phi = 2\pi \frac{d}{\lambda}(\text{sen}\,\theta - \text{sen}\,\alpha)}$$

Para un máximo de interferencia $\Delta\phi = m\,2\pi$: $\boxed{\text{sen}\,\theta_{max} = m\frac{\lambda}{d} + \text{sen}\,\alpha}$

Para un mínimo de interferencia $\Delta\phi = \pi + m\,2\pi$: $\boxed{\text{sen}\,\theta_{min} = \left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{d} + \text{sen}\,\alpha}$