Corrección Primer Ejercicio

a) Al estar la espira en un plano horizontal, y siendo la componente z del campo uniforme en cada plano horizontal, el flujo magnético a través de la espira es:

$$\Phi_B = \frac{B_0 L \pi a^2}{z}.$$

Aplicando Faraday deducimos que la f.e.m. inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{B_0 L \pi a^2}{z^2}\frac{dz}{dt}.$$

Ahora bien, al no producirse corriente, la espira cae en caída libre. Por lo tanto su acelaración es la de la gravedad, g hacia abajo. Es decir, la espira tiene un movimiento uniformemente acelarado partiendo del reponso a una altura L. En consecuencia:

$$\frac{dz}{dt} = -gt, \qquad z = -\frac{1}{2}gt^2 + L.$$

Sustituyendo

$$\mathcal{E} = -\frac{B_0 L \pi a^2 g t}{(L - \frac{1}{2}gt^2)^2}.$$

Nota: El signo depende de una convención de signos. Es irrelevante dado que sólo se pide el valor absoluto de la f.e.m.

b) Una vez que el circuito está cerrado, circula una corriente por la espira. Despreciando la auto-induccción, sigue siendo válido que

$$\mathcal{E} = \frac{B_0 L \pi a^2}{z^2}\frac{dz}{dt}.$$

Por lo tanto, se produce una corriente

$$i = \frac{B_0 L \pi a^2}{R z^2}\frac{dz}{dt}.$$

Ahora, si nos interesamos en los signos, consideremos el flujo magnético positivo hacia *arriba* y, de acuerdo con la regla de la mano derecha, tomemos la f.e.m. como positiva en la dirección anti-horaria (y orientemos de la misma forma la corriente). Como $\frac{dz}{dt} < 0$, la ley de Lenz determina que la corriente en el sentido anti-horario es *negativa*. Ahora bien, la componente del campo magnético según z no produce fuerza neta sobre la espira. En cambio, la componente radial del campo (que es uniforme en módulo cuando $r = a$), provoca la fuerza magnética vertical sobre la espira:

$$F_z^{(B)} = -i 2\pi a B_r = -\frac{B_0 L \pi a^2}{R z^2}\frac{dz}{dt} 2\pi a \frac{B_0 L a}{2z^2}$$

Es decir, $F_z^{(B)} > 0$. Por lo tanto, la Ley de Newton dice

$$m\frac{d^2 z}{dt^2} = -mg + F_z^{(B)} > -mg.$$

Dicho de otra forma, el valor absoluto de la aceleración es *menor* que en la parte (a) (dónde la espira sólo experimentaba la fuerza del peso). En consecuencia, la espira caerá *más lento*.

Solución ejercicio 2

a) Aplicando la ley de mallas para circuitos en alterna

$$\hat{V}_{in} = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\hat{I}$$

Luego, la corriente que entrega la fuente es

$$\hat{I} = \frac{\hat{V}_{in}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \tag{1}$$

Del circuito se puede ver que la tensión que se pide es entre bornes del condensador y del inductor, por lo que se cumple que

$$\hat{V}_{out} = \left(j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\hat{I} = \frac{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}\hat{V}_{in}$$

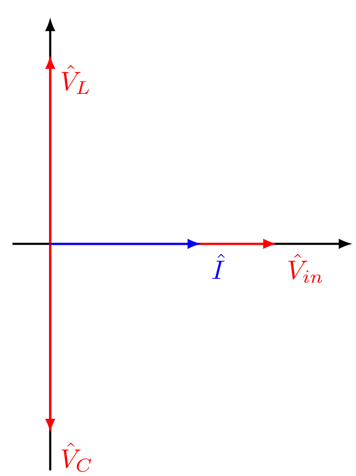
Para que $\hat{V}_{out} = 0$, se tiene que anular el numerador de la expresión anterior. Por lo tanto

$$j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = j\omega L - \frac{j}{\omega C} = 0$$

Finalmente

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 316\ rad/s$$

b) Para esta parte conviene observar primeramente que si $j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 0$, la corriente por el circuito queda $\hat{I} = \frac{\hat{V}_{in}}{R}$. Por lo tanto, la corriente está en fase con el voltaje de la fuente.
Luego, los voltajes en cada elemento vienen dados por las ecuaciones $\hat{V}_R = R\hat{I}$, $\hat{V}_L = j\omega L\hat{I}$ y $\hat{V}_C = \frac{\hat{I}}{j\omega C}$.

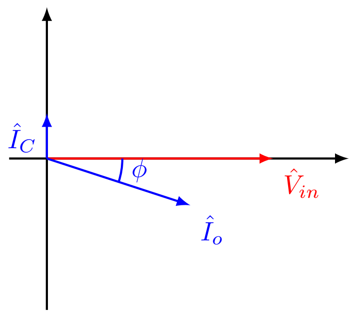


Nota: por claridad, los fasores no están a escala.

c) Usando la ecuación 1 pero con $\omega = 3160\ rad/s$, la corriente que circula por el RLC vale

$$\hat{I}_o = 0,954\ A\angle{-17,4°}$$

Luego planteamos un diagrama fasorial con el voltaje y corriente de la fuente y del condensador



Como la corriente que entrega la fuente es $\hat{I} = \hat{I}_0 + \hat{I}_C$, para minimizarla debemos minimizar el módulo de la suma. Esto se da cuando la parte imaginaria de $\hat{I}$ es nula, por lo que se debe cumplir que $|\hat{I}_C| = |\hat{I}_0|\sin(\phi)$.
Finalmente, como la corriente por el condensador es $|\hat{I}_C| = \omega C|\hat{V}_{in}|$, el condensador a agregar vale

$$C = 903\ nF$$

d) Agregar el condensador en paralelo no afecta a la corriente que pasa por la rama RLC. Por lo tanto, la potencia disipada en ambos casos vale lo mismo. De esta manera

$$P = R\left(I_{o_{rms}}\right)^2 = 100\Omega(0,95\ A)^2 = 90,2\ W$$

a) Como L >>d los dos rayos son casi paralelos por lo tanto la diferencia camino se puede aproximar por d sen(θ)

$$\mathrm{d}\,\mathrm{sen}(\theta) \approx \frac{\mathrm{d\ L}}{\sqrt{x^2 + \mathrm{L}^2}}$$

Donde θ es el Angulo formado por la pantalla y el haz de luz.

Igualando $\mathrm{d}\ \mathrm{sen}(\theta) = \mathrm{m}\lambda$

$$\frac{\mathrm{dL}}{\sqrt{x^2 + \mathrm{L}^2}} \approx \mathrm{m}\lambda$$

Despejando queda:

$$x = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{dL}}{\mathrm{m}\lambda}\right)^2 - \mathrm{L}^2} = L\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{m}\lambda}\right)^2 - 1}$$

b) Como $\mathrm{sen}(\theta) \leq 1$ y $\mathrm{sen}(\theta) = \frac{\mathrm{m}\lambda}{\mathrm{d}}$, entonces $\frac{\mathrm{m}\lambda}{\mathrm{d}} \leq 1$

De lo anterior podemos sacar que para que una onda tenga 20 o más máximos d> 20λ y para que tenga menos de 21 , 21λ >d, usando las dos desigualdades tenemos que:

$$\frac{\mathrm{d}}{21} < \lambda < \frac{\mathrm{d}}{20}$$

$$\lambda \in [476\mathrm{nm}, 500\mathrm{nm}]$$