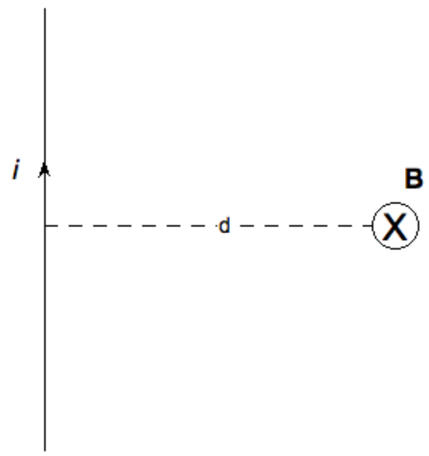
SOLUCIONES SEGUNDO PARCIAL F3 2016

Problema 1

a) Aplicamos la ley de Ampère sobre una curva cerrada circular, normal al alambre y centrada en éste:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{S} = \mu_0 i \quad \Rightarrow \quad B2\pi d = \mu_0 i \quad \Rightarrow \quad \boxed{B(d) = \frac{\mu_0}{2\pi d} i}$$

La orientación del vector ***B*** se ilustra en la figura ("mano derecha"):



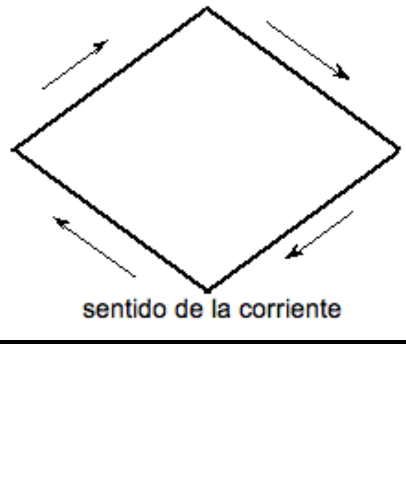
b) Calculamos la fuerza electromotriz inducida:

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} \quad ; \quad \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R} = i_{esp} = \frac{dQ}{dt} \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{R} d\phi = dQ \quad \Rightarrow \quad \Delta Q = -\frac{1}{R}\Delta\phi$$

$$A = l^2 \quad ; \quad A' = l^2 \sin(\theta) \quad \Rightarrow \quad \Delta A = A' - A = l^2(\sin(\theta) - 1) = -l^2(1 - \sin(\theta))$$

$$\Delta\phi = B\Delta A = -Bl^2(1 - \sin(\theta)) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta Q = \frac{\mu_0 i\, l^2}{2\pi R d}(1 - \sin(\theta))}$$

c) El flujo "entrante" disminuye al disminuir el área de la espira. Según la ley de Lenz, la corriente inducida debe producir un campo que se oponga a esa disminución, o sea que la circulación de las cargas se hará en sentido horario para reforzar el campo entrante:



sentido de la corriente

Problema 2

a)

La impedancia compleja equivalente de la lámpara se escribe:

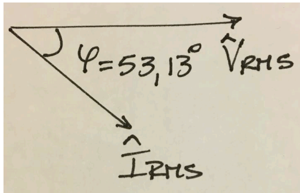
$$Z = R_{INT} + R + j\omega L = \sqrt{(R_{INT}+R)^2 + \omega^2 L^2}\; e^{j\phi} \quad \text{con} \quad \tan(\phi) = \frac{\omega L}{R_{INT}+R}$$

$$\Rightarrow \quad L = \frac{(R_{INT}+R)\tan(\phi)}{\omega} = \frac{(R_{INT}+R)}{\omega}\sqrt{\frac{1}{\cos^2(\phi)} - 1} = \frac{2}{5\pi} = \boxed{127.3\ mH}$$

b)

$$Z = \sqrt{(R_{INT}+R)^2 + \omega^2 L^2}\; e^{j\phi} = 50\Omega\, e^{j\phi} \quad ; \quad I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{|Z|} e^{-j\phi} = 4.6\text{A} \quad e^{-j\phi}$$

$\cos(\phi) = 0.6 \Rightarrow \phi = 53.13^o$ vemos que la corriente está atrasada con respecto a la fuente.



c)

$$\boxed{P_R = RI^2 = 211.6\ \text{W}} \quad ; \quad P_{Total} = RI^2 + R_{INT} I^2$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\eta = \frac{P_R}{P_{Total}} = \frac{R}{R+R_{INT}} = \frac{1}{3} \approx 33\%}$$

d) La intensidad luminosa es un flujo de energía:

$$I = \frac{\text{energía}}{(\text{unidad de área})(\text{unidad de tiempo})} = \frac{\text{Potencia}}{\text{unidad de área}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{I = \frac{P_{ÚTIL}}{4\pi r^2} = 4.21\ \text{W m}^{-2}}$$

e)

La nueva impedancia compleja equivalente será:

$$Z' = \left(\frac{1}{Z} + j\omega C\right)^{-1} = \frac{Z}{1 + jZ\omega C} = \frac{|Z|}{1 + |Z|^2(\omega C)^2}\left(e^{j\phi} - jZ\omega C\right)$$

$$= \frac{|Z|}{1 + |Z|^2(\omega C)^2}\left(\cos(\phi) + j\left(\sin(\phi) - Z\omega C\right)\right)$$

Entonces: $\tan(\phi') = \dfrac{\sin(\phi) - Z\omega C}{\cos(\phi)}$. Como queremos que el factor de potencia valga 1,

Exigimos que el numerador de la expresión anterior se anule: $\sin(\phi) - Z\omega C = 0$ lo que implica para :

$$\boxed{C = \frac{\sin(\phi)}{Z\omega} = 50.93\ \mu\text{F}}$$

Problema 3

a)

Diferencia de camino óptico entre el rayo inferior y el superior:

$$\delta = d\sin(\theta) \text{ con } \sin(\theta) \approx \frac{y}{D}$$

Para obtener interferencia constructiva (máximo) necesitamos:

$$\delta = N\lambda \Rightarrow d\frac{y}{D} = N\lambda \Rightarrow y = \frac{N\lambda D}{d}$$

La coincidencia entonces se da si: $\frac{N_1\lambda_1 D}{d} = \frac{N_2\lambda_2 D}{d} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{7}{5}$

La primer coincidencia será entonces para: $N_1 = 7$ y $N_2 = 5$.

La distancia en la pantalla es entonces:

$$y = \frac{N_1\lambda_1 D}{d}\left(= \frac{N_2\lambda_2 D}{d}\right) = \frac{7 \times 5\ 10^{-7} \times 3}{6\ 10^{-4}} = 17.5\,\text{mm}$$

b)

Puesto que D>>d, estamos trabajando a ángulos pequeños con respecto a la normal a la pantalla. El trayecto por la mica, se puede aproximar a su espesor *e* para cualquier orientación cerca de ese eje.

La condición para un mínimo rojo, antes de colocar la lámina, era:

$$\delta = (2N+1)\frac{\lambda_2}{2}$$

Consideremos el desplazamiento del 1º mínimo rojo (N=0) provocado por la lámina de mica. El camino óptico en la mica de espesor *e* (rendija inferior) de índice *n* será entonces ne, y la diferencia de camino óptico con respecto al rayo superior será ahora:

$$\delta' = \frac{\lambda_2}{2} - \text{e} + \text{ne} = \frac{\lambda_2}{2} + e(n-1)$$

Si la posición correspondiente en la pantalla es la que antes tuviera el tercer máximo verde, podemos escribir $\delta' = 3\lambda_1$.

Entonces: $\frac{\lambda_2}{2} + e(n-1) = 3\lambda_1 \Rightarrow e = \frac{3\lambda_1 - \frac{\lambda_2}{2}}{n-1} = \frac{1500 - 350}{0.58} \approx 1983 \text{ nm } = \underline{\underline{1.98\ \mu\text{m}}}$