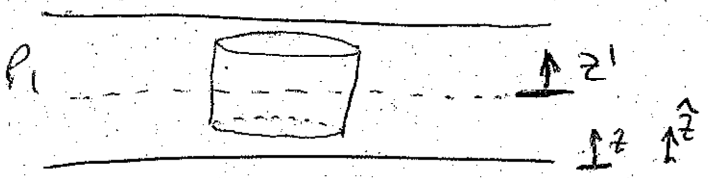
Ejercicio 1:

a)



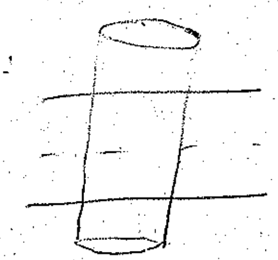
$$Z = z' + \frac{a}{2}$$

Definiendo un z' medido desde el centro del sistema de placas, y eligiendo una superficie Gaussiana simétrica centrada en la placa se tiene:

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{dA} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{por simetría} \\ \text{del problema}}}{=} E.A + E.A = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_1 . 2z' . A}{\varepsilon_0} \quad \left(\text{para } z' < \frac{a}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho_1 \vec{z}'}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_1}{\varepsilon_0}\left(z - \frac{a}{2}\right)\hat{z} \quad (\text{para } z < a)$$

Afuera de la placa se tiene:



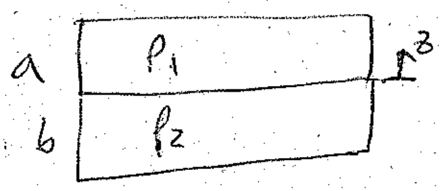
$$EA + EA = \frac{\rho_1 . a . A}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho_1 a}{2\varepsilon_0}\hat{z} . \operatorname{sign}(z)$$

(fuera de las placas)

conclusión:
$$\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{\rho_1 a}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z > a \\ \dfrac{\rho_1}{\varepsilon_0}\left(z - \dfrac{a}{2}\right)\hat{z} & a > z > 0 \\ -\dfrac{\rho_1 a}{2\varepsilon_0}\hat{z} & z < 0 \end{cases}$$

b)



Superponiendo los campos para $z > a$, se obtiene:

$$\vec{E} = \frac{\rho_1 a}{2\varepsilon_0}\hat{z} + \frac{\rho_2 b}{2\varepsilon_0}\hat{z} = 0\hat{z} \Leftrightarrow \rho_2 b = -\rho_1 a \quad (\mathrm{I})$$

c) Siendo que el campo es 0 fuera de las placas, resta expresar $\vec{E}$ en las regiones $a > z > 0$ y $0 > z > -b$

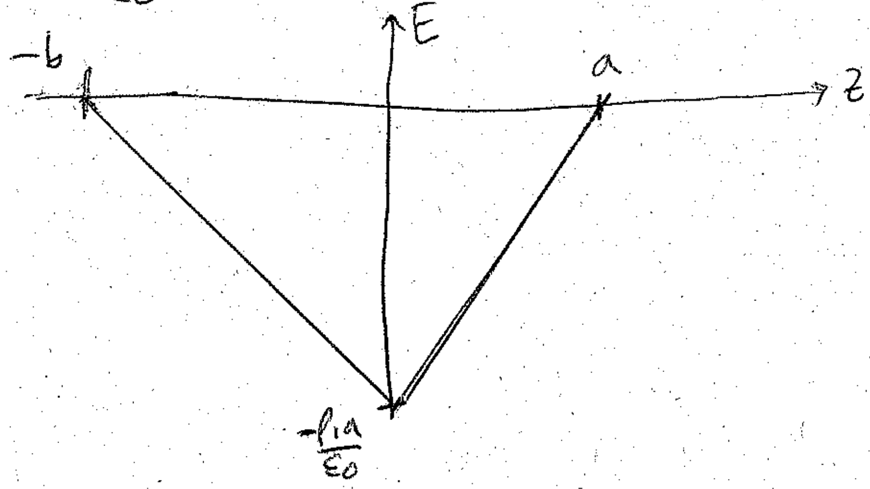
$a > z > 0$: $$\vec{E} = \frac{\rho_1}{\varepsilon_0}\left(z - \frac{a}{2}\right) + \frac{\rho_2 \overset{-\rho_1 a}{b}}{2\varepsilon_0}\hat{z}$$

$$\vec{E} \underset{\text{usando (I)}}{=} \frac{\rho_1}{\varepsilon_0}\left(z - \frac{a}{2} - \frac{a}{2}\right)\hat{z} = \frac{\rho_1}{\varepsilon_0}(z - a)\hat{z}$$

$0 > z > -\frac{b}{2}$: $$\vec{E} = \frac{\rho_2}{\varepsilon_0}\left(z + \frac{b}{2}\right) - \frac{\rho_1}{2\varepsilon_0} a \hat{z}$$

$$\vec{E} = -\frac{\rho_1}{\varepsilon_0}\left(\frac{a}{b}z + \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\right)\hat{z} = -\frac{\rho_1}{\varepsilon_0}\left(\frac{a}{b}z + a\right)\hat{z}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho_1}{\varepsilon_0}\left(-\frac{a}{b}z - a\right)$$



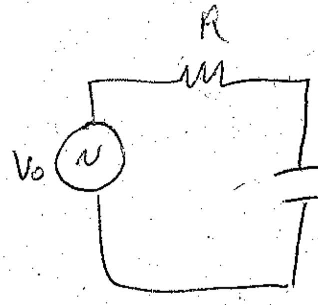
d) $\Delta V = -\int_{-b}^{a} E(z)\,dz$

Lo podemos hallar calculando el área bajo el gráfico de $E(z)$.

$$\Rightarrow \Delta V = -\left(-(a+b)\cdot\frac{\rho_1 a}{\epsilon_0}\cdot\frac{1}{2}\right) = \frac{\rho_1 a}{2\epsilon_0}(a+b)$$

Ejercicio 2:

a)



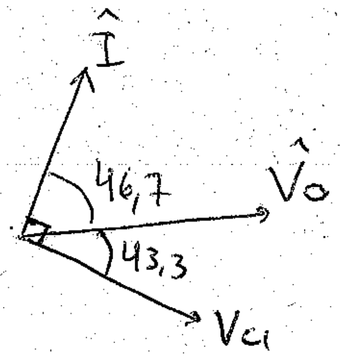
Planteando "Ley de Ohm" compleja a la impedancia equivalente,

$$\hat{I} = \frac{V_0}{R + 1/j\omega C_1} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C_1)^2}}\, e^{j \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{\omega R C_1}\right)}$$

$\Rightarrow |I| = 2{,}29\ mA$, $\phi_I = 46{,}69°$ (adelanto)

b) $\hat{V}_{C_1} = \hat{I} \cdot Z_C = \dfrac{\hat{I}}{j\omega C_1} = V_0 \cdot \dfrac{1/j\omega C_1}{R + 1/j\omega C_1}$

$$\hat{V}_{C_1} = \frac{V_0}{\sqrt{1 + (\omega R C_1)^2}}\, e^{-j \operatorname{Arctan}(\omega R C_1)}$$

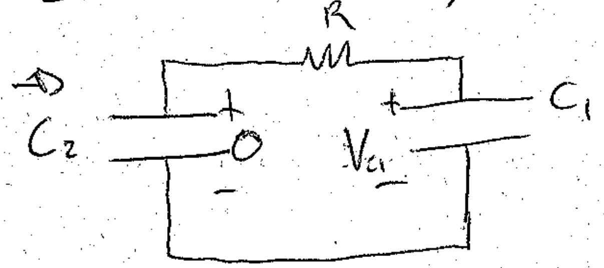


$\Rightarrow |V_{C_1}| = 7{,}27\ V$, $\phi_{V_{C_1}} = -43{,}3°$

c) $q_{C_1} = C_1 V_{C_1} \Rightarrow$ la carga es máxima cuando el voltaje es máximo e igual a $|V_{C_1}| = 7{,}27\ V$.

En ese instante, el voltaje en C_2 es 0

$\Rightarrow$



$\Rightarrow V_{C1} - RI = 0$

$\Rightarrow I = \dfrac{V_{C1}}{R} = 2{,}42\ mA$

d) Para que se conserve la carga, $q_f = q_i$. Además, luego de un tiempo muy largo, no circulará corriente por R, por lo que $V_1 = V_2 = V_f$

$$q_i = C_1 |V_{C_1}| = q_f = q_{1f} + q_{2f} = C_1 V_f + C_2 V_f \Rightarrow V_f = |V_{C_1}| \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

De donde $q_1 = V_f \cdot C_1 = 1{,}69\ \mu C$

$q_2 = V_f \cdot C_2 = 5{,}58\ \mu C$

Ejercicio 3:

a) $\eta = \frac{P_{ele}}{P_{luz}} \Rightarrow P_{luz} = \frac{P_{ele}}{\eta}$

Para el vector de Poynting $\vec{S}$ se cumple $\langle S \rangle = \frac{P_{luz}}{A} = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c}$

Despejando, $E_m = \sqrt{\frac{2\mu_0 c P_{ele}}{\eta A}} = 1063$ N/C

$$B_m = \frac{E_m}{c} = 3{,}54\ \mu T$$

b) Siendo que $\langle S \rangle$ y A se mantienen, la nueva potencia lumínica $P_{luz}' = \langle S \rangle . A . \cos\theta$

$$P_{ele}' = \eta \langle S \rangle A \cos\theta = P_{ele} \cdot \cos\theta$$

$$\Rightarrow P_{ele}' = 1{,}56\ kW$$