Exámen de Física 3

Instituto de Física, Facultad de Ingeniería

7 de febrero de 2013

Se deberán describir y justificar debidamente todos los pasos y razonamientos empleados en la resolución de los problemas.

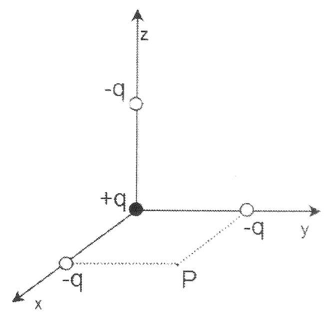
Ejercicio 1. Considere una carga $+q$ en el origen de coordenadas, (0,0,0) y cargas $-q$ en las posiciones (r,0,0), (0,r,0) y (0,0,r). Calcule:

a) el potencial eléctrico en el punto P de coordenadas (r,r,0).

b) la energía electrostática total del sistema.

c) la fuerza, en módulo, dirección y sentido, que sentirá la carga colocada en el punto (0,0,0).

d) el cambio en la energía electrostática del sistema si se traslada esta carga al punto P dejando las otras tres en sus posiciones iniciales.



a) $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}r} - \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{3}\,r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} - 2 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

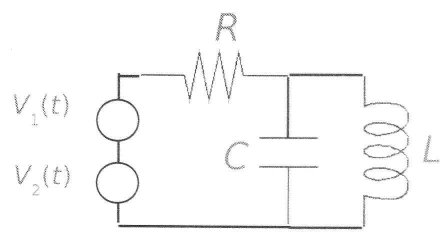
b) $\mathcal{E} = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \left(-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}r}\right) + \left(-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}r}\right) = -\frac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

c) $\vec{F} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{x} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{y} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{z} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(1,1,1) = \frac{q^2\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\hat{k}$, donde $\hat{k}$ es el versor que va del origen en la dirección (1,1,1).

d) $\mathcal{E}' - \mathcal{E}$ = Cambio en la interacción de $+q$ con la carga $-q$ en $(0,0,r)$ $= \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\frac{1}{\sqrt{3}} - 1\right] = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

Ejercicio 2. Considere el circuito de la figura, en el cual las fuentes $V_1(t)=V_0\cos(\omega t+\pi/4)$ y $V_2(t)=V_0\cos(\omega t-\pi/4)$, tienen amplitud V_0= 0.707 V, y frecuencia ω=707 krad/s.

Los valores de las demás componentes son: L=1mH, C=1nF, y R=1 kΩ.



a) Sustituya ambas fuentes por una equivalente, dando los valores de la amplitud, frecuencia y fase de la misma.

b) Determine el valor de la corriente que circula por R como función del tiempo, en mA.

c) Calcule la potencia media disipada en R, en mW.

a) $V(t) = V_1(t) + V_2(t) = V_0\left[\cos\omega t\cos\underbrace{\tfrac{\pi}{4}}_{\sqrt{2}/2} \cancel{- \operatorname{sen}\omega t\operatorname{sen}\tfrac{\pi}{4}} + \cos\omega t\cdot\cos\underbrace{\tfrac{\pi}{4}}_{\sqrt{2}/2} \cancel{+ \operatorname{sen}\omega t\cdot\operatorname{sen}\tfrac{\pi}{4}}\right] = 2\cos\frac{\pi}{4}\cdot V_0\cdot\cos\omega t$

$= \cos\omega t \Rightarrow$ amplitud = 1 V, frec. angular ω = 707 krad/s, fase = 0°.

b) $i(t) = \dfrac{V(t)}{R + \dfrac{j\omega L\cdot\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}} = \dfrac{V(t)}{R + \dfrac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}}$; $\omega L = \frac{1}{\sqrt{2}}\times 10^6\times 10^{-3} = \frac{1}{\sqrt{2}}\times 10^3$

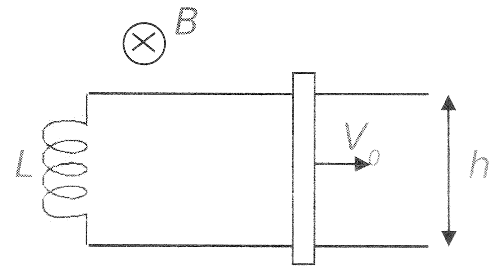
$\omega^2 LC = \frac{1}{2}\times 10^{12}\times 10^{-3}\times 10^{-9} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow i(t) = \dfrac{V(t)}{1000[1+\sqrt{2}j]} = \dfrac{V(t)(1-\sqrt{2}j)}{1000\times 3} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\dfrac{V(t)}{1000}e^{-j54{,}7^\circ} \Rightarrow i(t) = \frac{1}{\sqrt{3}}\cos(\omega t - 54{,}7^\circ)\text{ mA}$

$= 0{,}577\cos(\omega t - 54{,}7^\circ)\text{ mA}$

c) $\overline{W} = \frac{1}{2}R\,i_0^2 = \frac{1}{2}\times 10^3\times(0{,}577\times 10^{-3})^2 = 0{,}167\text{ mW}$

Ejercicio 3. Una inductancia L se conecta a dos rieles muy largos de resistencia despreciable y que están separados una distancia h. Encima de los rieles se coloca una barra conductora de masa m, también de resistencia despreciable, que puede moverse sobre ellos sin rozamiento. A la barra se le da una velocidad inicial v_0, como indica la figura, e inicialmente la corriente que circula por el circuito es nula. El sistema se encuentra en una región donde existe un campo magnético B entrante al plano de la hoja, como indica la figura.



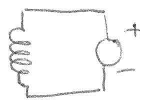
a) Calcule la fem inducida en el circuito en función de la velocidad de la barra, indicando su sentido.

b) Calcule la fuerza sobre la barra como función de la intensidad que circula por el circuito, indicando claramente el sentido de ambas.

c) Utilizando la ecuación de Newton para la barra, escriba la ecuación diferencial que debe verificar la corriente por el circuito.

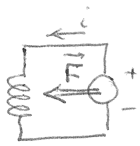
a) $\phi = Bhx$ (sentido $\hat{n}$ horario) $\quad \mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -Bh\cdot\frac{dx}{dt} = -Bhv$

$\Rightarrow$



$\mathcal{E} = Bhv$

b) $\vec{F} = i\vec{L}\wedge\vec{B} = ihB(-\hat{x})$



$\mathcal{E} = Bhv$

(se genera un campo que se opone al aplicado, verifica Lenz)

c) $\vec{F} = m\cdot\frac{d\vec{v}}{dt}$; $\quad \mathcal{E} - L\cdot\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow Bhv - L\frac{di}{dt} = 0$

$\downarrow$

$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{ihB}{m}\hat{x}$

$Bh\frac{dv}{dt} - L\cdot\frac{d^2 i}{dt^2} = 0$

$$-\frac{ihB}{m}\cdot Bh - L\cdot\frac{d^2 i}{dt^2} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{(hB)^2}{mL}i = 0}$$