Física 3 - Segundo Parcial

Instituto de Física, Facultad de Ingeniería

Diciembre de 2020

Ejercicio 1

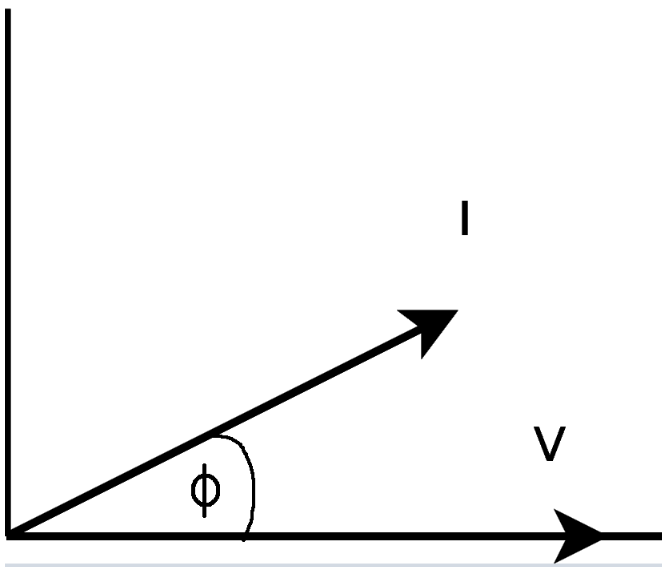
a) La impedancia equivalente del circuito es $R + 1/j\omega C$, entonces

$$I = \frac{V_P}{R + 1/j\omega C}.$$

Entonces la corriente $i(t)$ es

$$i(t) = \frac{V_P}{\sqrt{R^2 + 1/\omega^2 C^2}} \cos(\omega t + \phi)$$

con $\phi = \arctan\left(\frac{1}{\omega C R}\right)$.



b)

c) Para que el factor de potencia sea 1 la corriente por la fuente tiene que estar en fase con el voltaje. Entonces la corriente por la inductancia tiene que ser opuesta a la parte imaginaria de la corriente de la parte a.

$$\frac{V_P}{\omega L} = \frac{V_P}{\sqrt{R^2 + 1/\omega^2 C^2}} \sin(\phi).$$

Entonces

$$L = \frac{\sqrt{R^2 + 1/\omega^2 C^2}}{\omega \sin(\phi)}$$

d) La potencia media puede calcularse como $P = R\left|I\right|^2/2$, entonces

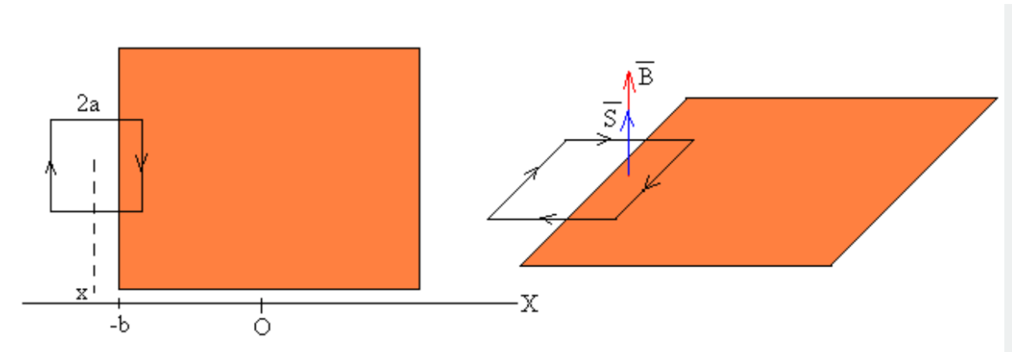
$$P = \frac{RV_P^2}{2(R^2 + 1/\omega^2C^2)}$$

Ejercicio 2

Para calcular el flujo a través de la espira debemos observar que el campo magnético $\vec{B}$ es constante y el área cambia, razón por la cual cambia el flujo.
1 y 2 a) Cuando la espira esta entrando a la región el flujo aumenta por que $\vec{B}$ se mantiene constante pero el área crece.
La coordenada x del centro de la espira varia en un rango $-b-a < x < b+a$, en particular se considera que está entrando en el rango $-b-a < x < -b+a$.
El flujo viene dado por

$$\Phi = \int \vec{B}\cdot d\vec{A}$$

siendo $\vec{B}$ y $d\vec{A}$ colineales como se muestra en la figura.



$$\Phi = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int B\ cos(0)\ dA = B\int dA = B\ 2a(a+x+b)$$

siendo $x < 0$.
La fem inducida viene dada por

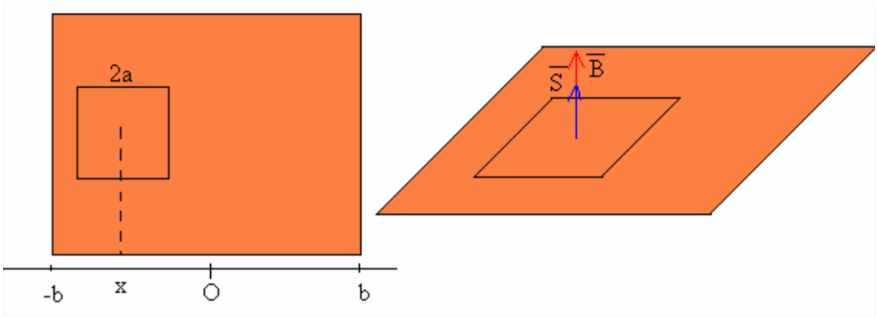
$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -2Ba\frac{dx}{dt} = -2Bav$$

Es decir, se genera una corriente en sentido HORARIO ya que la fem inducida lleva signo negativo por ende debe oponerse al sentido que propusimos al definir $d\vec{S}$. Otra forma de pensarlo es, ya que el flujo aumenta (va en la dirección de $\vec{B}$), la corriente inducida debe ser tal que se oponga al cambio en el flujo que la generó. Notar que las flechas sobre la espira indican el sentido de la corriente.

1 y 2 b) Cuando la espira esta inmersa por completo en el campo $-b+a < x < b-a$ el flujo no cambia, es constante:

$$\Phi = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int B\ cos(0)\ dA = B\int dA = 4Ba^2$$

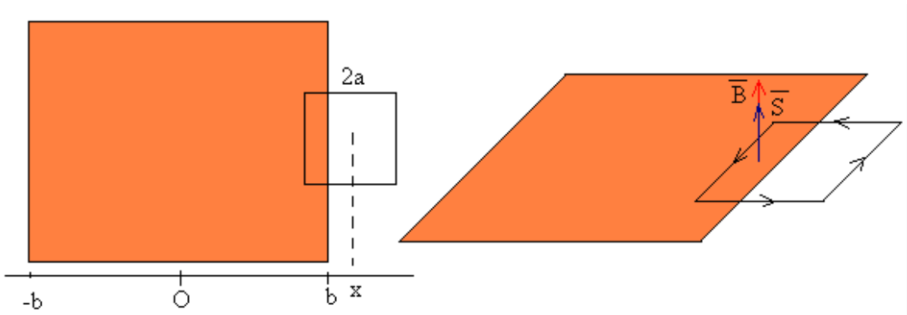
al ser el flujo constante la fem inducida es nula, y por ende la corriente es nula.



1 y 2 c)Cuando la espira esta saliendo $b-a<x<b+a$ el flujo disminuye.

$$\Phi = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int B\ cos(0)\ dA = B\int dA = B\ 2a(a-x+b)$$

La fem inducida viene dada por $V=-\frac{d\Phi}{dt}=2Ba\frac{dx}{dt}=2Bav$ Es decir, genera una corriente en sentido antihorario



3)Fuerza magnética

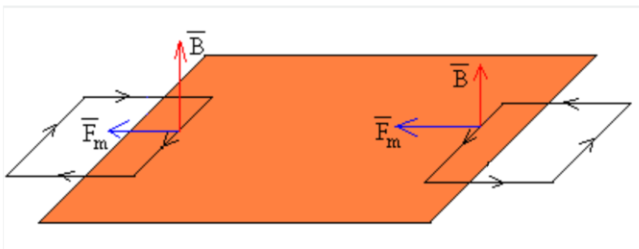
Fuerza que ejerce el campo magnético sobre una porción L de corriente rectilínea

$$F_m = |i\vec{L}\times\vec{B}|$$

en el lado superior de la espira la fuerza es hacia arriba, en el lado inferior de la espira la fuerza es en dirección contraria y se cancelan.
En los laterales para el caso a y c tendremos

$$F_m = i|\vec{L}\times\vec{B}| = \frac{2Bav}{R}\ B\ 2a = \frac{4a^2B^2v}{R}$$

siendo $\vec{B}$ y $\vec{L}$ perpendiculares , y la corriente $i=\frac{V}{R}$



en el caso b la corriente es 0 y por ende la fuerza es 0.
La fuerza magnética se opone al movimiento de la espira, cuando entra y cuando sale de la región que contiene el campo magnético. Tenemos que aplicar una fuerza de igual módulo y sentido contrario para que la espira se mueva con velocidad constante v.

4) a y c) La fuerza magnética se opone al movimiento de la espira, cuando entra y cuando

sale de la región con campo. Tenemos que aplicar una fuerza de igual módulo y de sentido contrario para mover la espira con velocidad constante v. La potencia mecánica tenemos que suministrar es

$$P = |\vec{F}||\vec{v}| = \frac{4a^2 B^2 v^2}{R}$$

La potencia disipada por la resistencia coincide y es

$$i^2 \ R = (\frac{2Bav}{R})^2 \ R = \frac{4B^2 a^2 v^2}{R}$$

en el caso b como la corriente es 0, no hay fuerza y no hay potencia disipada.