Soluciones Parcial de Física 3

Instituto de Física, Facultad de Ingeniería

5 de julio de 2022

Ejercicio 1

a) La onda electromagnética viaja en la dirección de x positiva.

b) $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$

c) Dado que la dirección del campo magnético es $\widehat{\jmath}$ y la onda viaja en la dirección de $\widehat{\imath}$ el campo eléctrico debe ser en la dirección de $-\widehat{k}$ de forma tal que el vector de pointing apunte en la dirección en la que viaja la onda ($\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}$)
El campo eléctrico será de la forma

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -E_0 \sin(wt - kx)\widehat{k}$$

d) La intensidad de la onda viene dada por

$$I = \frac{1}{2\mu_0 c} E_0^2 = 1W/m^2$$

siendo $E = cB$ por ser una onda plana. $B_0 = 9{,}2 \times 10^{-8}$ T y $E_0 = 27$ V/m.

e) La onda reflejada viaja en la direccion de x negativas y tiene una diferencia de fase de π respecto de la onda incidente. Si llamamos E_r a la amplitud del campo reflejado

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -E_r \sin(wt + kx + \pi)\widehat{k} = E_r \sin(wt + kx)\widehat{k}$$

siendo $E_r = \sqrt{\frac{1}{4}}E_0 = \frac{E_0}{2}$ para que la onda reflejada tenga 1/4 de la intensidad de la onda incidente.

Ejercicio 2

a) Cuando recién se abre la llave el capacitor está descargado por lo que la diferencia de potencial entre sus placas es nula (actúa como un corto-circuito). En consecuencia la corriente $I(0) = V/R$.

b) Mucho después de cerrada la llave la corriente es estacionaria por lo que la caida de potencial en el inductor es nula (actúa como un corto-circuito). En consecuencia la corriente $I(\infty) = V/R$.

c) La diferencia de potencial en el capacitor y el inductor son iguales. Como mucho después de cerrada la llave la caida de potencial en el inductor es nula el capacitor está descargado $Q(\infty) = 0$.

d) En el momento en que se vuelve a abrir la llave hay corriente circulando por el inductor (ver b)) y el capacitor está descargdo (ver c)). Existe energía almacenada en el circuito LC que oscila entre el inductor y el capacitor con período $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Al cabo de un cuarto de período la energía inicialmente almacenada en el inductor pasa integralmente al capacitor y su carga es máxima.

e) La energía almacenada en el capacitor cuando su carga es máxima es toda la energía inicial: $E = \frac{1}{2}L\left(\frac{V}{R}\right)^2$.

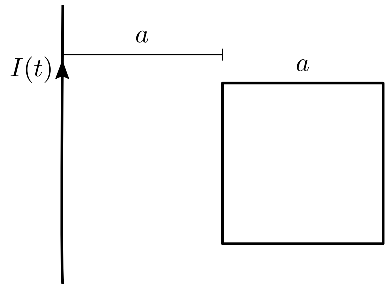

Figura 1. Diagrama del ejercicio.

Ejercicio 3

Tomaremos un sistema de coordenadas tal que $\vec{z} = z\hat{k}$ apunte saliente a la hoja. Y la coordenada x va de izquierda a derecha, y la coordenada $\vec{y} = y\hat{j}$ va de abajo hacia arriba, siguiendo el dibujo.

a) Por Ampère tenemos: $\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$
El campo magnético será entrante a la hoja a la derecha del cable. Tomaremos un anillo Amperiano centrado en el cable (de forma tal que el área menor, A, que tiene por bordes a este anillo, circunferencia, tenga dirección igual que la corriente. Es decir, $\vec{A} = A\hat{j}$). De esta forma, el campo magnético será colineal con el diferencial de curva $\mathrm{d}\vec{l} = -\mathrm{d}l\hat{k}$ y su producto escalar será $B\mathrm{d}l$.
Finalmente, tendremos que $\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{k}$.
Aplicando Faraday, $\varepsilon = RI_{ind} = -\frac{\mathrm{d}\phi_M}{\mathrm{d}t}$.
Si tomamos la superficie de la espira saliente a la hoja, $\vec{S} = S\hat{k}$ entonces obtendremos que $\phi_M = \int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(-\hat{k}) \cdot \hat{k}\mathrm{d}S = -\int_a^{2a}\int_0^a \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y = -\frac{\mu_0 a I}{2\pi}\int_a^{2a}\frac{\mathrm{d}x}{x} = -\frac{\mu_0 a \mathrm{Ln}(2) I}{2\pi}$.
Obteniendo así la fem inducida, $\varepsilon = \frac{\mu_0 a \mathrm{Ln}(2)}{2\pi}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$
Por lo tanto,

$$I_{ind}(t) = \frac{\mu_0 a \mathrm{Ln}(2)}{R 2\pi}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$

b) La ley de Lenz indica que la fem inducida se opondrá al cambio del flujo magnético. Debido a que éste aumenta en sentido entrante a la hoja, sobre la espira se inducirá un fem tal genere una corriente que a su vez generare un campo magnético saliente a la hoja, oponiéndose al cambio. Para que este $\vec{B}_{ind} = B_{ind}\hat{k}$ se oponga al aumento de campo entrante, por la espira deberá circular una corriente en sentido antihorario (regla de la mano derecha).

c) $P(t) = RI(t)^2 = \dfrac{1}{R}\left(\dfrac{\mu_0 a \mathrm{Ln}(2)}{2\pi}\right)^2\left(\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}\right)^2 = \dfrac{1}{R}\left(\dfrac{\mu_0 a \mathrm{Ln}(2)}{2\pi}\right)^2 (I_0\omega \mathrm{sen}(\omega t))^2$
El valor medio de la función seno cuadrado es $1/2$, ya que el valor medio de $\cos^2(\omega t) + \mathrm{sen}^2(\omega t)$ es 1. Por lo tanto,

$$\overline{P} = \frac{1}{2R}\left(\frac{\mu_0 a \mathrm{Ln}(2) I_0 \omega}{2\pi}\right)^2 \tag{2}$$

d) Los valores de t tal que la potencia instantánea sea cero serán aquellos tales que $\mathrm{sen}(\omega t) = 0$. Por lo tanto, $t_n = \dfrac{\pi n}{\omega}$