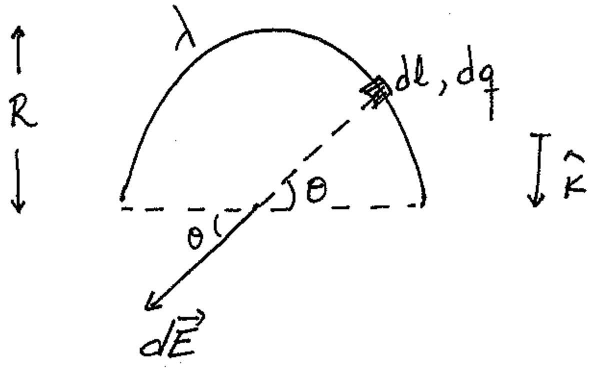
(1)



a) Por simetría $\vec{E} = E.\hat{k} \Rightarrow E = \int d\vec{E}.\hat{k}$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \Rightarrow d\vec{E}.\hat{k} = \frac{dq.\,\text{sen}\,\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$\Rightarrow$

$dq = \lambda dl = \lambda R d\theta$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\int_0^{\pi} \lambda R d\theta\, \text{sen}\,\theta \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\hat{k}}$$

b) $$dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi}\lambda R d\theta \Rightarrow \boxed{V = \frac{\lambda}{4\varepsilon_0}}$$

c) Por la simetría del problema la partícula será acelerada en la dirección de $\hat{k}$.

Planteando conservación de energía:

$$\Delta U + \Delta K = 0 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}m(v^2 - \underbrace{v_i^2}_{0}) = -\Delta U = -q\Delta V$$

$$= -q(\underbrace{V_\infty}_{0} - V)$$

$$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}} = \sqrt{\frac{q\lambda}{2m\varepsilon_0}}$$

A.C.

Problema 2

La velocidad con que las partículas entran a la región con campo magnético la calculamos haciendo conservación de energía:

Partícula 1: $\frac{m_1 v_1^2}{2} = q \cdot V \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2qV}{m_1}}$

Partícula 2: $\frac{m_2 v_2^2}{2} = q \cdot V \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2qV}{m_2}}$

Para calcular el radio de la trayectoria de cada partícula usamos que describen un MCU donde:

Partícula 1: $q \cdot \cancel{v_1} \cdot B = m_1 \cdot \frac{v_1^{\cancel{2}}}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{m_1 \cdot v_1}{q \cdot B}$

Partícula 2: $q \cdot \cancel{v_2} B = \frac{m_2 \cdot v_2^{\cancel{2}}}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{m_2 v_2}{qB}$

Así:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 v_1}{\cancel{qB}} \cdot \frac{\cancel{qB}}{m_2 v_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \sqrt{\frac{\cancel{2qV}}{m_1}} \sqrt{\frac{m_2}{\cancel{2qV}}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

Problema 3

a) Por cómo están conectadas las placas, podemos ver al sistema como el paralelo de dos condensadores cilíndricos: uno formado por la placa interior y la del medio, C_1, y otro formado por la placa del medio y la exterior, C_2. Por lo tanto, la capacidad pedida es $C_{eq} = C_1 + C_2$.
Para hallar cada capacidad, suponemos un condensador cilíndrico genérico, de radio interior r_{int} y radio exterior r_{ext}, cargado con carga Q, con la carga positiva en la placa interior. Aplicando la ley de Gauss con una superficie gaussiana cilíndrica entre medio de las placas, el campo eléctrico en esa región resulta

$$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi r L K \epsilon_0}\hat{e_r}$$

Luego, la diferencia de potencial entre las placas es

$$\Delta V = -\int_{r_{ext}}^{r_{int}} \frac{Q}{2\pi r L K \epsilon_0} dr = \int_{r_{int}}^{r_{ext}} \frac{Q}{2\pi r L K \epsilon_0} dr = \frac{Q}{2\pi L K \epsilon_0} \ln\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)$$

Por definición $C = \frac{Q}{\Delta V}$, por lo que

$$C = \frac{2\pi L K \epsilon_0}{\ln\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)}$$

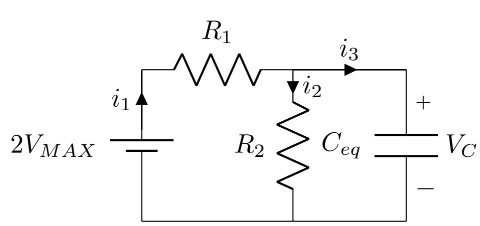
Finalmente, evaluando con los datos del problema

$$C_1 = 6.02\ pF \qquad C_2 = 10.3\ pF$$

y por lo tanto

$$C_{eq} = 16.3\ pF$$

b)



Para hallar el tiempo que se tarda en llevar al voltaje de ruptura, debemos resolver el circuito. Recorriendo las mallas interior y exterior en sentido horario, obtenemos:

$$2V_{MAX} - R_1 i_1 - R_2 i_2 = 0$$
$$2V_{MAX} - R_1 i_1 - {}^{Q}/_{C_{eq}} = 0$$

Por otro lado, a partir de la ley de nudos

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Como la corriente i_3 es entrante a la placa positiva del condensador, se cumple que $\dot{Q} = i_3$. Operando con las ecuaciones anteriores se llega a la siguiente ecuación diferencial:

$$Q + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_{eq}\, \dot{Q} = 2V_{MAX} \frac{R_2}{R_1 + R_2} C_{eq}$$

La solución de dicha ecuación, imponiendo que inicialmente el condensador está descargado, es

$$Q(t) = 2V_{MAX} \frac{R_2}{R_1 + R_2} C_{eq} \left(1 - e^{-\frac{t}{R_1 R_2 C_{eq} / (R_1 + R_2)}} \right)$$

Para hallar el voltaje, dividimos entre la capacidad

$$V_{C_{eq}}(t) = 2V_{MAX} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left(1 - e^{-\frac{t}{R_1 R_2 C_{eq} / (R_1 + R_2)}} \right)$$

Finalmente, el tiempo t^* que tarda en llegar a V_{MAX} resulta de igualar a V_{MAX} la ecuación anterior:

$$V_{C_{eq}}(t^*) = 2V_{MAX} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left(1 - e^{-\frac{t^*}{R_1 R_2 C_{eq} / (R_1 + R_2)}} \right) = V_{MAX}$$

Operando

$$e^{-\frac{t^*}{R_1 R_2 C_{eq} / (R_1 + R_2)}} = \frac{R_2 - R_1}{2R_2}$$

Usando los valores dados y la capacidad de la parte a, se obtiene

$$t^* = 15\ \mu s$$