Examen Física 3 Diciembre 2016

Instituto de Física, Facultad de Ingeniería

23 de Diciembre de 2016

Problema 1

Considere una esfera conductora cargada de radio R con una carga total Q.

a) Calcule la diferencia de potencial V entre la esfera y el infinito.

b) Determine la capacitancia de la esfera.

Se conecta ahora esta esfera con otra similar pero de radio $2R$, muy alejada e inicialmente descargada, utilizando un hilo conductor fino.

c) Calcule la nueva diferencia de potencial entre la esfera y el infinito.

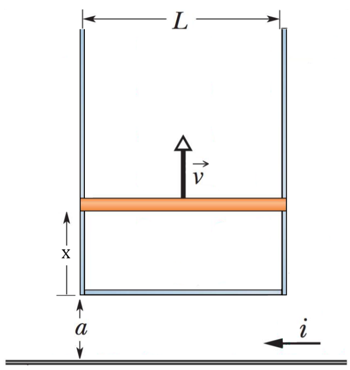
d) Determine la capacitancia del sistema.

e) Calcule la energía disipada en el proceso de conexión de las dos esferas.

Problema 2

Una barra de largo L y resistencia R se mueve a velocidad constante $\vec{v}$ sobre dos rieles conductores ideales carentes de fricción. El circuito eléctrico se cierra por otro conductor ideal, de largo L y perpendicular a los rieles (ver figura). A una distancia a de la base del circuito, un alambre recto e infinito transporta una corriente i constante. Dicho alambre está contenido en el plano del circuito original, y su dirección es paralela a la de la barra. Despreciar la autoinducción del circuito.

Sea x la posición medida desde la base del circuito hasta la barra. Determinar, en función de x:



a) El campo magnético $\vec{B}$ producido por el alambre

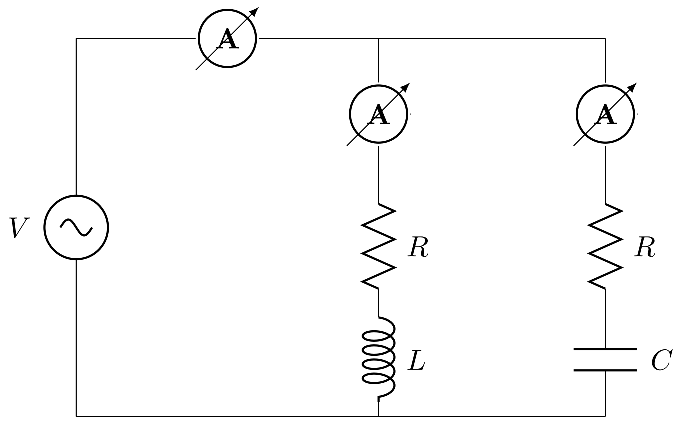
b) El flujo magnético Φ_B a través del circuito

c) La corriente inducida en el circuito, i_{ind}, explicitando su sentido

d) La fuerza realizada por el agente externo, $\vec{F}_{ext}$.

Problema 3

En el circuito de la figura las dos resistencias son idénticas, de valor $R = 100\Omega$. La fuente es sinusoidal, de frecuencia $f = 50Hz$ y voltaje efectivo $V_{rms} = 230V$. Los tres amperímetros, de resistencia interna despreciable, miden el mismo valor de corriente i_{rms}.



a) Calcular los valores de L y C.
   Sugerencia: puede utilizar que $i_{rms} = \frac{V_{rms}}{|Z|}$

b) Calcular las corrientes i_{rms} medida por los amperímetros.

c) Calcular la potencia media entregada por la fuente.

d) Realizar un diagrama fasorial donde se muestre claramente el voltaje de la fuente y las corrientes por los tres amperímetros.

1. a) $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \rightarrow V_{(R)} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ b) $\rightarrow \frac{Q}{V_{(R)}} = 4\pi\varepsilon_0 R = C_1$

c) $V_{(R)} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R}$; $V_{(2R)} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 (2R)}$, $V_{(R)} = V_{(2R)} \rightarrow Q_2 = 2Q_1$

Como $Q_1 + Q_2 = Q \rightarrow Q_1 = \frac{Q}{3}$, $Q_2 = \frac{2Q}{3}$

$\rightarrow V_{(R)} = V_{(2R)} = \frac{1}{3}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

d) $\rightarrow C_2 = \frac{Q}{V_{(R)}} = 12\pi\varepsilon_0 R$

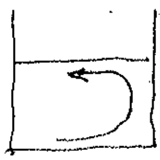
e) $E_{dis} = E_{in} - E_{Fin} = \frac{1}{2}\left(\frac{Q^2}{C_1} - \frac{Q^2}{C_2}\right) = \frac{Q^2}{2}\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{1}{12\pi\varepsilon_0 R}\right] = \frac{Q^2}{12\pi\varepsilon_0 R}$

---

2. a) $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a+x)}\hat{k}$, $\hat{k}$ normal al plano de la hoja, entrante

b) $\phi_B = L \cdot \int_0^x \frac{\mu_0 i}{2\pi(a+x')}dx' = \frac{\mu_0 i L}{2\pi}\ln\left(\frac{a+x}{a}\right)$

c) $|\mathcal{E}| = \left|\frac{\partial\phi_B}{\partial t}\right| = \frac{\mu_0 i L}{2\pi}\frac{1}{a+x}\cdot\frac{dx}{dt} = \frac{\mu_0 i L v}{2\pi(a+x)}$, $i_{ind} = \frac{\mu_0 i L v}{2\pi(a+x)R}$;

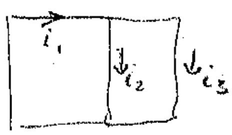


por Lenz, el sentido de i_{ind} será antihorario

d) $F_{ext} = \frac{\mu_0 i \, i_{ind} L}{2\pi(a+x)} = \frac{\mu_0^2 i^2 L^2 v}{[2\pi(a+x)]^2 R}$, (o por $W = F_{ext}\cdot v = R\cdot i_{ind}^2$)

---

3. a) $i_2 = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$, $i_3 = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2+\frac{1}{(\omega C)^2}}}$;



$i_2 = i_3 \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$

$i_1 = \frac{V_{rms}}{\frac{(R+j\omega L)(R+\frac{1}{j\omega C})}{R+\cancel{j\omega L}+R+\cancel{\frac{1}{j\omega C}}}} = \frac{2R\ V_{rms}}{R^2+(\omega L)^2}$, $i_1 = i_2 \rightarrow 2R = \sqrt{R^2+(\omega L)^2}$

$\rightarrow \omega L = \sqrt{3}R$

$L = \frac{\sqrt{3}\times 100}{100\pi} = 0{,}551\ H$

$C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(100\pi)^2\times 0{,}551} = 18{,}4$

b) $i_2 = \frac{V_{rms}}{\sqrt{R^2+\omega L^2}} = \frac{V_{rms}}{2R} = \frac{230}{200} = 1{,}15\ A = i_1 = i_3$

c) $W = R\,i_2^2 + R\,i_3^2 = 2\times 100\times 1{,}15^2 = \cancel{\ \ }\ W$
264 W

d)