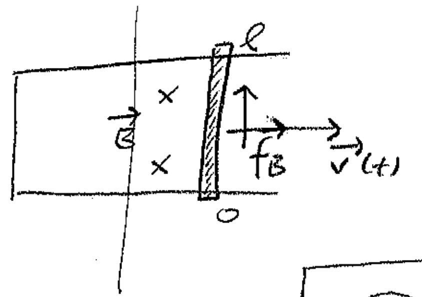
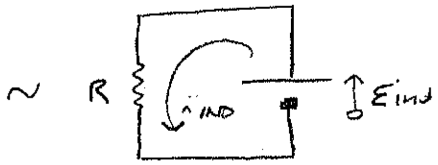
Ejercicio 7

$$\mathcal{E}_{ind} = \oint_{\ell} \vec{f_B} \cdot \vec{d\ell} \quad \left(\vec{f_B} : \text{fuerza por unidad de carga} \right)$$

a)

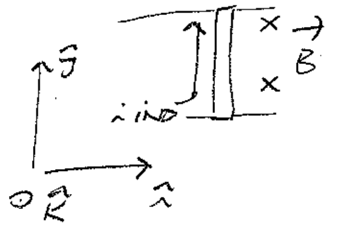


$$\Rightarrow \mathcal{E}_{ind} = \int_0^{\ell} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{d\ell} = \boxed{B \ell v(t)}$$



$$i_{IND} = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R} = \boxed{\frac{B \ell v(t)}{R}} \quad \left(\text{con sentido antihorario} \right)$$

b)



$$\vec{F_B} = i_{IND} \, \vec{\ell} \times \vec{B} = i_{IND} \, \ell \, \hat{j} \times (-B \hat{k})$$

$$\vec{F_B} = -B \ell \, i_{IND} \, \hat{i} = \boxed{\frac{-(B\ell)^2}{R} v(t) \, \hat{i}}$$

c) 2^{da} ley de Newton a la barra:

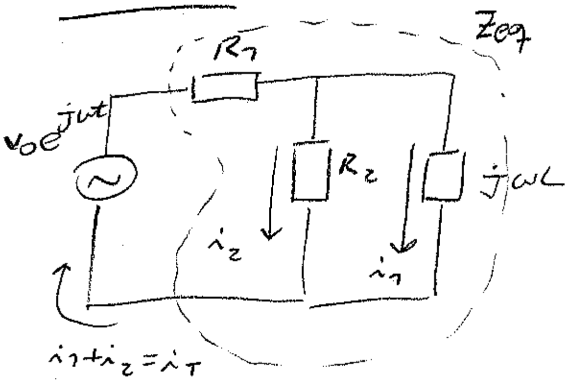
$$m \dot{v} \, \hat{i} = \vec{F_B} \quad : \quad m \dot{v} = -\frac{(B\ell)^2}{R} v \qquad \text{con } v(0) = v_0$$

$$\Rightarrow \boxed{v(t) = v_0 \exp\left(\frac{-(B\ell)^2}{mR} t \right)}$$

distancia recorrida:

$$d = \int_0^{\infty} v(t) \, dt = \int_0^{\infty} v_0 \exp\left(\frac{-(B\ell)^2}{mR} t \right) dt = \boxed{\frac{m R v_0}{(B\ell)^2}}$$

Ejercicio 2



a) La impedancia compleja equivalente es:

$$\boxed{Z_{eq} = R + \left(R^{-1} + (j\omega L)^{-1}\right)^{-1}}$$

b) $V_0 e^{j\omega t} = Z_{eq}\, i_T$

$$Z_{eq} = |Z_{eq}| e^{j\phi} \Rightarrow i_T = \frac{V_0}{|Z_{eq}|} e^{j(\omega t - \phi)}$$

El factor de potencia del circuito se vincula con el desfasaje ϕ de la corriente total con respecto al voltaje:

$$F.P. = \cos\phi \quad ; \text{ en términos de } Z_{eq} : \cos\phi = \frac{\mathrm{Re}\{Z_{eq}\}}{|Z_{eq}|}$$

$$Z_{eq} = R + \frac{j\omega L R}{R + j\omega L} = \frac{R^2 + j2\omega L R}{R + j\omega L} = \frac{(R^2 + j2\omega L R)(R - j\omega L)}{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$Z_{eq} = \frac{R(R^2 + 2(\omega L)^2) + j\,\omega L R^2}{R^2 + (\omega L)^2} \; ; \quad \boxed{\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L R^2}{R^2 + 2(\omega L)^2}\right)^2}}}$$

c) R_2 y L en paralelo: $R i_2 = j\omega L i_1$

malla que contiene a R_1 y R_2: $V_0 = R(i_1 + i_2) + R i_2$ $\longrightarrow$

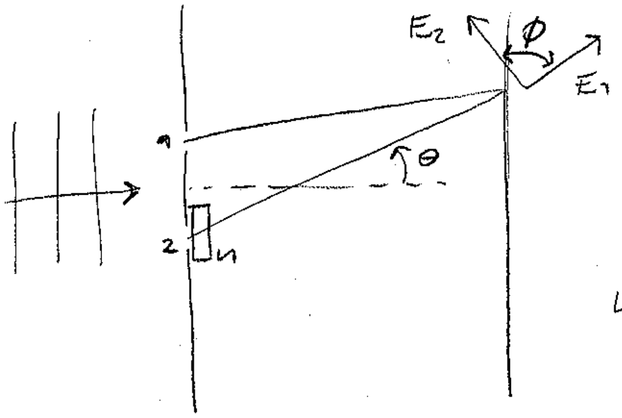
$$\longrightarrow V_0 = R\left(\frac{R}{j\omega L} + 1\right) i_2 + R i_2 \; : \; i_2 = \frac{V_0}{R\left(2 + R/j\omega L\right)}$$

$$i_2 = \frac{V_0}{R} \frac{2 + jR/\omega L}{4 + (R/\omega L)^2} = |i_2| e^{j\phi_2} \; , \; |i_2| = \frac{V_0}{R\left(4 + (R/\omega L)^2\right)^{1/2}}$$

$$\operatorname{tg}\phi_2 = R/2\omega L$$

luego: $\boxed{i_2(t) = |i_2| \cos(\omega t + \phi_2)}$

Ejercicio 3



a) La diferencia de camino óptico entre las ondas que emergen de 1 y 2, una vez pasada la película, es:

$$\Delta = ne - e = (n-1)e \qquad (\text{suponiendo } \theta \ll 1)$$

La diferencia de fase introducida por Δ es:

$$\phi = K\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)e \quad ; \text{ para que corresponda a } \pi:$$

$$\pi = \phi = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)e \quad : \boxed{e = \frac{\lambda}{2(n-1)}}$$

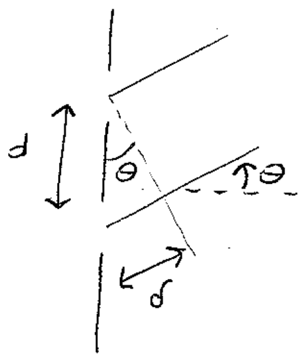
(alternativamente, podemos ver que el retraso temporal entre las ondas es:

$$\Delta t = \frac{e}{v} - \frac{e}{c} = \frac{e}{(c/n)} - \frac{e}{c} = \frac{e}{c}(n-1) \quad \text{luego} \quad \phi = \omega \Delta t = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)e \,)$$

b) Para el punto medio de la pantalla: $\Delta = (n-1)e$ (no hay diferencia de camino geom.)

$\Rightarrow \phi = \pi$ (tengo interferencia destructiva) $\Rightarrow \boxed{I_{\theta=0} = 0}$

c) Para un punto de la pantalla bajo ángulo θ:



$$\Delta = (n-1)e + \delta \quad , \quad \delta = d \operatorname{sen}\theta$$

$$\Rightarrow \phi = K\Delta = \pi + Kd\operatorname{sen}\theta$$

para tener un máximo de interferencia: $\phi = m\,2\pi$

(m entero)

$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{sen}\theta_m = \frac{\lambda}{d}\left(m - \frac{1}{2}\right)}$$