

PRIMER PARCIAL: CALCULO III

N de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

RESPUESTAS				
1	2	3	4	5

Múltiple opción (Total: 25 puntos)

En cada pregunta hay sólo una opción correcta.

Respuesta correcta: 5 puntos, respuesta incorrecta: -1 punto, no respuesta: 0 punto.

Ejercicio 1

Se consideran las curvas diferenciables $\gamma_1(t) = \frac{1}{2}(\cos t, \sin t, t)$, $\gamma_2(t) = (t^3, 3t^3 - t, 5 - t)$, y $\gamma_3(t) = (e^t, \cosh(t), 0)$.

- (A) γ_3 está parametrizada por longitud de arco.
- (B) γ_1 está parametrizada por longitud de arco y la torsión de γ_2 es distinta de cero.
- (C) γ_2 y γ_3 tienen torsión cero y γ_1 no está parametrizada por longitud de arco.
- (D) γ_3 tiene torsión cero pero γ_2 tiene torsión distinta de cero.
- (E) Ninguna de las anteriores.

Ejercicio 2

Dado el campo $X : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, se sabe que es irrotacional y que $X(t, 0) = (2t + 1, 1)$ para todo $t \in \mathbb{R}$, y la curva $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1, y \geq 0\}$ recorrida en sentido antihorario. Entonces $\int_C X =$

- (A) 2. (B) -2. (C) 0. (D) 4. (E) -4.

Ejercicio3

Se considera la superficie parametrizada por $\varphi(u, v) = ((2 + \cos u) \cos v, (2 + \cos u) \sin v, \sin u)$ con $0 < u < 2\pi, 0 < v < 2\pi$.

- (A) El plano tangente a la superficie en el punto $(-1, 0, 0)$ es $z = -1$ y el área de la superficie es $8\pi^2$.
- (B) El plano tangente a la superficie en el punto $(-1, 0, 0)$ es $x = -1$ y el área de la superficie es $4\pi^2$.
- (C) El plano tangente a la superficie en el punto $(-1, 0, 0)$ es $x = -1$ y el área de la superficie es $8\pi^2$.
- (D) El plano tangente a la superficie en el punto $(-1, 0, 0)$ es $z = -1$ y el área de la superficie es $4\pi^2$.
- (E) Ninguna de las opciones anteriores es correcta.

Ejercicio 4

Dada la curva parametrizada por $\alpha(t) = (\cos 2\pi t, \sin 2\pi t, t)$ con $t \in [0, 1]$.

- (A) La curva está incluida en un cilindro y su longitud es $\sqrt{2}$.
- (B) La curva está incluida en un cilindro y su longitud es $\sqrt{4\pi^2 + 1}$.
- (C) La curva no está incluida en un cilindro y su longitud es $\sqrt{4\pi^2 + 1}$.
- (D) La curva está incluida en un cilindro y su longitud es $4\pi^2 + 1$.
- (E) La curva no está incluida en un cilindro y su longitud es $\sqrt{2}$.

Ejercicio 5

Sea el campo vectorial $X = (2xyz e^{x^2}, z e^{x^2}, y e^{x^2})$ y f un potencial escalar de X tal que $f(0, 0, 0) = 5$. Entonces $f(1, 1, 2)$ vale:

- (A) $2e + 5$.
- (B) $e^4 + 5$.
- (C) $2e$.
- (D) e^4 .
- (E) No es posible determinar dicho valor dado que no existe potencial escalar de X .

PRIMER PARCIAL: CALCULO III

N de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Ejercicio de desarrollo (Total: 15 puntos)

Ejercicio 1

Se considera $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ abierto.

1. Dadas la función $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^1 y una curva $C \subset \Omega$ con origen en A y extremo en B , demostrar que $\int_C \nabla f = f(B) - f(A)$.
2. Dado el campo $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$, donde X es continuo sobre Ω abierto. Probar que si X es de gradientes en Ω , entonces $\int_C X = 0$ para toda $C \subset \Omega$ curva cerrada.

Ejercicio 2

1. Dado el campo $Y : \mathbb{R}^2 - \{(0,0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$ dado por $Y(x, y) = \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2} \right)$.
 - a) Investigar si es de gradientes en $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$ y en caso afirmativo hallar un potencial.
 - b) Hallar $\int_C Y$ siendo C la poligonal que conecta los puntos $(1, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 4)$ y $(5, 0)$.
2. Dado el campo $Z : \mathbb{R}^2 - \{(0,0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$ dado por $Z(x, y) = \left(\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$.
 - a) Investigar si es de gradientes en $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$ y en caso afirmativo hallar un potencial.
 - b) Hallar $\int_C Z$ siendo C la curva formada por los lados del cuadrado $[0, 1] \times [0, 1]$ recorrido en sentido horario.
 - c) ¿Qué se puede decir sobre la integral del campo Z sobre una curva cerrada que no encierre al origen? Justificar.