

EXAMEN: CALCULO III

Múltiple opción (Total: 30 puntos)

- 1-B
- 2-E
- 3-E
- 4-A
- 5-D
- 6-A

Ejercicio de desarrollo (Total: 30 puntos)

Ejercicio 1

1. Ver teórico.
2. Ver teórico.
3. Area del polígono  $= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{C_i} -ydx + xdy$  siendo  $C_i$  el segmento que une los puntos  $(x_i, y_i)$  con  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  que parametrizamos a través de  $\begin{cases} x(t) = x_i + t(x_{i+1} - x_i) \\ y(t) = y_i + t(y_{i+1} - y_i) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1.$

Luego el área buscada es igual a

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_0^1 - (y_i + t(y_{i+1} - y_i)) (x_{i+1} - x_i) + (x_i + t(x_{i+1} - x_i)) (y_{i+1} - y_i) dt$$

los términos en  $t$  se cancelan mientras que los otros quedan constantes (a los efectos de la integral), integrados entre 0 y 1 queda la constante, por lo tanto nos queda

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (-y_i(x_{i+1} - x_i) + x_i(y_{i+1} - y_i)) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (-y_i x_{i+1} + x_i y_{i+1}).$$

4.  $\frac{1}{2} (1 * 2 + 1 * 4 + (-4) * (-3) + 2 * 2 + (-2) * (-4) + (-3) * (-4) + 4 * 1 + (-4) * (-1)) = 25.$

Ejercicio 2

1. Ver teórico.
2.  $\text{div}(A, B, C) = 2 + 2y$ , luego  $\int_C d\eta =$

$$\iiint_C (2 + 2y) dx dy dz = \int_{-1/2}^{1/2} dx \int_{-1/2}^{1/2} dz \int_{-1/2}^{1/2} (2 + 2y) dy = \int_{-1/2}^{1/2} (2 + 2y) dy = 2.$$