Universidad de la República **18 de febrero de 2014**

Facultad de Ingeniería-IMERL

EXAMEN CALCULO III

Número de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

RESPUESTAS				
1	2	3	4	5

Múltiple opción (Total: 50 puntos)

En cada pregunta hay sólo una opción correcta.

Respuesta correcta: 10 puntos, respuesta incorrecta: -2 puntos, no respuesta: 0 punto.

Ejercicio 1

Se considera las curva $\gamma(t) = (t, t, 2t^2)$, y el punto $P = (1, 1, 2)$.

(A) γ está parametrizada por longitud de arco, la torsión es nula y la curvatura es constante en todo punto.

(B) γ no está paramerizada por longitud de arco, la torsión es nula (la curva está contenida el plano $x - y = 0$) y la curvatura en P es $\frac{2}{27}$.

(C) γ no está parametrizada por longitud de arco, tiene torsión nula en todo punto y la curvatura en P es $\frac{4}{3}$.

(D) γ no está parametrizada por longitud de arco, tiene torsión no nula en todo punto, y el vector binormal en P es $b = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0)$.

(E) γ no está parametrizada por longitud de arco tiene torsión nula en todo punto (la curva está contenida el plano $x - y = 0$), y el vector normal en P es $n = \frac{1}{3\sqrt{2}}(1, 1, 4)$.

Ejercicio 2

La circulación del campo $F(x, y, z) = (3z, -xy, xz^2)$ a lo largo de la curva $\begin{cases} 3z = x^2 + y^2 \\ z = 1 \end{cases}$ orientada en sentido antihorario es:

(A) π (B) -2π (C) 0 (D) -3π (E) $\sqrt{\pi}$

Ejercicio3

Sea $\vec{F}$ el campo vectorial *conservativo* en $\mathbb{R}^3$ dado por

$$\vec{F}(x,y,z) = (2xyz + u(y,z), x^2z + 2xy, x^2y + 2xz),$$

donde $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es una función de clase C^∞ tal que $u(0,0) = 1$. Sea $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^3$ la curva parametrizada dada por $\gamma(t) = (t - 2t^3, 1 - t + t^2, 1 + 2t - t^3)$. La circulación de $\vec{F}$ a lo largo de γ vale:

(A) 4 (B) 2 (C) 0 (D) -2 (E) -4

Ejercicio 4

Se considera la superficie $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 2, z \geq 0\}$ y el punto $p = (0,0,\sqrt{2})$. Sea A el área de S y T_pS el plano tangente a S por el punto p. Entonces:

(A) $A = 4\pi$ y $T_pS = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :< (x,y,z), (0,0,1) >= 0\}$.

(B) $A = 4\pi$ y $T_pS = \{(0,0,\sqrt{2}) + \mu(1,0,0) + \lambda(0,1,0), \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}$.

(C) $A = 8\pi$ y $T_pS = p + \{\mu v + \lambda w, \lambda, \mu \in \mathbb{R}, v, w \in \mathbb{R}^2\}$.

(D) $A = 8\pi$ y $T_pS = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :< (x,y,z), (0,0,1) >= 0\}$.

(E) $A = 4\pi$ y $T_pS = \{(0,0,\sqrt{2}) + \mu(1,0,0) + \lambda(0,1,0), \lambda = \sqrt{2}, \mu = \sqrt{2}\}$.

Ejercicio 5

Sea η la forma

$$\eta = z^2(3xdx + ydz) \wedge (y^2dy - 3zdx).$$

Entonces $d\eta =$

(A) $d\eta = -2ydy + 3dz$

(B) $d\eta = -3z^3dxdy + 6xy^2zdydz$

(C) $d\eta = (-3z^3 + 6xy^2z)dxdydz$

(D) $d\eta = (z^3 - 2xy^3z)dxdydz$

(E) $d\eta = (-z^3 - 6x^2yz)dxdydz$

Universidad de la República **18 de febrero de 2014**

Facultad de Ingeniería-IMERL

EXAMEN: CALCULO III

Número de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Ejercicio de desarrollo (Total: 50 puntos)

Ejercicio 1

Consideremos el campo vectorial $\vec{F}(x,y,z) = (-e^y, -ze^{z^2}, 2xy^2)$ y la superficie S dada por

$$S = \{(x,y,z):\ x^2+y^2+\frac{z^2}{4}=1,\ z\leq 0\},$$

orientada con la normal $\vec{n}$ tal que $\vec{n}(0,0,-2)=(0,0,-1)$.

1. Hallar un potencial vectorial $\vec{G}$ de $\vec{F}$ que se anule en $(0,0,0)$ y que tenga tercera coordenada nula.
2. Calcular $\iint_S \vec{F}\cdot\vec{n}\,ds$ usando el teorema de Stokes.
3. Calcular $\iint_S \vec{F}\cdot\vec{n}\,ds$ usando el teorema de Gauss.

Ejercicio 2

1. Sea F un campo de vectores diferenciable en $\mathbb{R}^3$ y $\mathcal{C}\subset\mathbb{R}^3$ una curva cerrada cualquiera. Probar que F es de gradientes si y solo si $\displaystyle\int_{\mathcal{C}} F = 0$.
2. Sean F y G dos campos, deducir que si existe H tal que $F = G + \nabla H$ entonces $\displaystyle\int_{\mathcal{C}} F = \int_{\mathcal{C}} G$, $\forall\,\mathcal{C}$ cerrada.
3. Sea $F(x,y) = (x^3+2y, y^2+4x)$, utilizar la parte anterior, descomponiendo F en la forma $F=\nabla H + G$ de modo que G quede con una componente nula, y usar lo anterior para calcular $\displaystyle\int_{\mathcal{C}} F$ siendo $\mathcal{C}$ el triángulo de vértices $(-1,0)$; $(0,2)$; $(2,0)$ recorrido en sentido antihorario.