Método para el cálculo de las clases de equivalencia de R_M

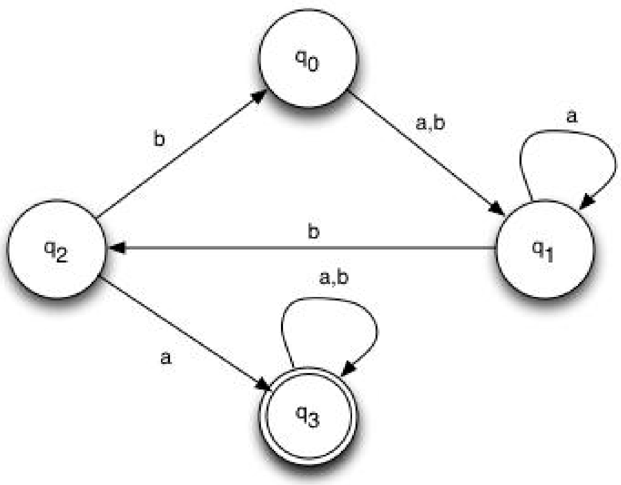
Dado un autómata finito determinista cualquiera [no necesariamente mínimo], estamos interesados en calcular las clases de equivalencia definidas por la relación R_M para este autómata. Recordemos que dos tiras de Σ^* se relacionan según R_M *sii* partiendo del estado inicial terminan en el mismo estado del autómata. A continuación se describirá un método que permitirá hallar dichas clases de equivalencia denotadas mediante expresiones regulares.

1. En caso de que el autómata no sea completo (la función δ no es total), completamos al autómata con un estado pozo y las transiciones correspondientes hasta totalizar δ.

2. Asociamos a cada uno de los estados del autómata una variable, de modo que el estado q_i se corresponderá con la variable Y_i. Cada una de las variables representará el conjunto de tiras tales que, partiendo del estado inicial, terminan en el estado correspondiente a la variable.

3. Generamos un sistema de ecuaciones de la siguiente forma:
   La variable Y_i sera igual a $Y_j a \mid Y_k b \ldots \mid Y_m c$ si podemos llegar a q_i desde q_j, q_k, q_m con a, b y c respectivamente (me fijo únicamente en las transiciones entrantes a q_i). Tenemos un caso especial con Y_0, ya que debemos agregar ε al conjunto solución (sólo de q_0 puedo llegar a q_0 con ε en un AFD).

   Ejemplo de construcción del sistema:



$Y_0 = \varepsilon \mid Y_2 b$ [agregamos ε ya que q_0 es el estado inicial]
$Y_1 = Y_0(a \mid b) \mid Y_1 a$
$Y_2 = Y_1 b$
$Y_3 = Y_2 a \mid Y_3(a \mid b)$

Como en el método de Análisis de Kleene visto anteriormente en el curso, para resolver el sistema de ecuaciones resultante tenemos dos herramientas: sustitución y despeje. Para despejar contamos con el siguiente resultado [Lema de Arden]:

$Y = Yr \mid s$, con $\varepsilon \notin L(r)$, tiene como única solución sr^*.

Resolvamos el sistema del ejemplo anterior:

$Y_0 = \varepsilon \mid Y_2b$
$Y_1 = Y_0(a \mid b) \mid Y_1a$
$Y_2 = Y_1b$
$Y_3 = Y_2a \mid Y_3(a \mid b)$

$Y_0 = \varepsilon \mid Y_1bb$
$Y_1 = (\varepsilon \mid Y_1bb)\ (a \mid b) \mid Y_1a$
$Y_1 = Y_1(bb(a \mid b) \mid a) \mid (a \mid b)$
$Y_1 = (a \mid b)(bb(a \mid b) \mid a)^*$
$Y_2 = (a \mid b)(bb(a \mid b) \mid a)^*b$
$Y_0 = \varepsilon \mid (a \mid b)(bb(a \mid b) \mid a)^*bb$
$Y_3 = Y_3(a \mid b) \mid (a \mid b)(bb(a \mid b) \mid a)^*\ ba$
$Y_3 = (a \mid b)(bb(a \mid b) \mid a)^*\ ba(a \mid b)^*$

Para cada estado encontramos entonces la expresión regular que denota la clase de equivalencia de R_M correspondiente:

$C_0 = \varepsilon \mid (a \mid b)(bba \mid bbb \mid a)^*bb$
$C_1 = (a \mid b)(bba \mid bbb \mid a)^*$
$C_2 = (a \mid b)(bba \mid bbb \mid a)^*b$
$C_3 = (a \mid b)(bba \mid bbb \mid a)^*\ ba(a \mid b)^*$