Universidad de la República
Facultad de Ingeniería
Instituto de Matemática y Estadística

Geometría y Álgebra Lineal 1 - Anual
Curso 2014

Segunda Prueba.

Apellido y nombre ________________ Cédula de Identidad ________________

1. Probar por inducción que

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i1}+b_{i1} & \dots & a_{in}+b_{in} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \dots & a_{in} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{i1} & \dots & b_{in} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

2. *a*) Una matriz cuadrada A se llama *nilpotente* si existe algún número natural k tal que $A^k = O$. Mostrar que el determinante de cualquier matriz nilpotente es nulo. Hallar una matriz 3×3 no nula, tal que $A^2 = O$.

   b) La matriz A se llama *idempotente* si $A^2 = A$. ¿Qué valores puede tomar el determinante de una matriz idempotente? Construir un ejemplo para cada uno de los valores posibles.

   c) ¿Qué valores puede tomar el determinante de una matriz $n \times n$ que satisfaga la igualdad $A^2 = I$? Con I indicamos la matriz identidad $n \times n$. Dar un ejemplo para cada uno de los valores posibles.

3. Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & -8 & 0 \end{pmatrix}$$

   a) Determinar el espacio de columnas de la matriz A.

   b) Escribir al vector $b = (1, 1, -6)$ como combinación lineal de las columnas de A.

   c) Determinar el rango de la matriz A