Universidad de la República **Geometría y Álgebra Lineal 1**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Curso Anual 2014**

Primer Parcial
5 de Julio de 2013

Cédula	Apellido y Nombre

Ejercicio 1

1. Calcular el determinante $\begin{vmatrix} d & f & e-2d \\ a & c & b-2a \\ -g & -i & -h+2g \end{vmatrix}$ sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \alpha$.

2. Si $\mathcal{S}$ es el sistema de ecuaciones que tiene a A como matriz asociada, ¿cuál es la relación entre $\det(A)$ y la compatibilidad de $\mathcal{S}$?

3. Sean A y B matrices invertibles, ¿es AB invertible? Justificar.

4. Si A y B son no invertibles, ¿es posible que AB sea invertible? Justificar.

5. Sea $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}$, sabiendo que $A^2 - 2I$ es invertible y $(A^2 - 2I)^{-1} = A^2 + 2I$. Hallar $|A|$.

Ejercicio 2

1. Hallar una expresión paramétrica del plano $\pi_1)$ $2x + 3y - z = -2$, y una expresión reducida del plano $\pi_2)$ $\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 5\mu \\ z = 2 + 3\lambda + \mu \end{cases}$
   Probar además que π_1 y π_2 son secantes sin encontrar explícitamente su intersección.

2. Hallar una ecuación paramétrica de una recta s que pasa por $P = (-1, 1, 2)$ y es paralela a $r = \pi_1 \cap \pi_2$.

3. Determinar $Q \in r$ tal que el vector $\vec{PQ}$ es ortogonal a la recta r. Además calcular $d(s, r)$.

Ejercicio 3

1. Se considera $A = \{(1, 2, -1, 2), (-1, 1, 1, 1), (0, 2, -1, 2), (3, 1, 1, 1), (0, 1, 1, a)\} \subset \mathbb{R}^4$. Estudiar la dependencia lineal del conjunto A y su rango discutiendo según el valor de $a \in \mathbb{R}$.

2. Sea $\tilde{A}$ la matriz que se obtiene a partir del conjunto A colocando los vectores en columnas, hallar el espacio de columnas de $\tilde{A}$.

3. Se define $N(\tilde{A}) = \{v \in \mathbb{R}^5 : \tilde{A}v = \mathcal{O}\}$.

   a) Probar que si $u, v \in N(\tilde{A})$, entonces $\lambda u + v \in N(\tilde{A})$.

   b) Hallar $N(\tilde{A})$.