**Universidad de la República** **Ecuaciones diferenciales**
**Facultad de Ingeniería - IMERL** **Curso Segundo Semestre 2017**

EXAMEN – Jueves 26 de julio de 2018

| Nro de Parcial | Cédula | Apellido y nombre |
|---|---|---|
| | | |

*Escribir nombre y cédula en todas las hojas que se entreguen.*

**Ejercicio 1.**

a) Hallar solución, diagrama de fase y estudiar estabilidad del origen en el siguiente sistema:

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} X$$

b) Hallar solución y estudiar estabilidad del origen en el siguiente sistema:

$$\dot{Y} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ e^t & e^t & 1 \end{pmatrix} Y$$

**Ejercicio 2.**
Sea la ecuación $\dot{x} = f(x)$, $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ en las hipótesis del Teorema de Picard. Se considera $\mathcal{R} = \{x \in \mathbb{R}^n : f(x) = 0\}$ el conjunto de los puntos críticos de la ecuación. Sea $x_0 \in \mathcal{R}$ tal que para todo $\epsilon > 0$ la intersección $\mathcal{R} \cap B(x_0, \epsilon)$ contiene infinitos puntos. Probar que $x_0$ no es asintóticamente estable.

**Ejercicio 3.**

(1) Estudiar existencia, unicidad e intervalos maximales de las soluciones de la ecuación

$$\dot{x} = (x-1)\sin(x)$$

(2) Estudiar la estabilidad de los puntos de equilibrio.

**Ejercicio 4.** Se considera la ecuación en derivadas parciales:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} \\ u(0,t) = u(L,t) = 0 \\ u(x,0) = \sin(\frac{-2\pi}{L}x) + \sin(\frac{5\pi}{L}x) \end{cases}$$

donde $u : [0, L] \times [0, +\infty) \to \mathbb{R}$

La solución de la ecuación es: $u(x,t) =$