Ecuaciones Diferenciales
Examen diciembre

16 de diciembre de 2015.

No. Examen	Apellido y nombre	Firma	Cédula

1. (50 puntos)
   a) Se considera la ecuación:

$$(*)\begin{cases} u_{xx}+u_{yy}=0 \quad \text{para todo } (x,y)\in(0,\pi)\times(0,\pi), \\ u(0,y)=0 \text{ y } u(\pi,y)=0 \quad \text{para todo } y\in[0,\pi], \\ u(x,\pi)=0 \quad \text{para todo } x\in[0,\pi] \\ u(x,0)=x(\pi-x) \quad \text{para todo } x\in[0,\pi], \\ u \text{ de clase } C^2 \text{ en } (0,\pi)\times(0,\pi) \text{ y continua en } [0,\pi]\times[0,\pi]. \end{cases}$$

   Buscando soluciones de la forma $X(x)Y(y)$ hallar un candidato a solución u de $(*)$ de la forma

$$u(x,y)=\sum_{n=0}^{\infty}u_n(x,y). \qquad (30\ \textit{puntos})$$

   b) Probar que el candidato a solución u hallado en a) verifica todas las condiciones enunciadas en $(*)$. (20 puntos)
   Si se usa un resultado se debe enunciar. Solo enunciar, NO demostrar.

2. (50 puntos)
   a) Enunciar y demostrar el teorema de salida de compactos. (25 puntos)
   b) 1) Probar que la función $V:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ tal que $V(x,y)=\frac{y^2}{2}+\int_0^x(e^s-1)ds$ es definida positiva. (5 puntos)
      2) Dada la ecuación $x''+e^x-1=0$, probar que la solución $x(t)=0$, $\forall t\in\mathbb{R}$, es estable pero no asintóticamente estable. (20 puntos)

Para aprobar el examen el puntaje mínimo es 60 puntos o tener un problema completo bien.

$\int x sen(ax)dx=\frac{sen(ax)}{a^2}-\frac{xcos(ax)}{a}$

$\int x^2 sen(ax)dx=\frac{2xsen(ax)}{a^2}-(\frac{x^2}{a}-\frac{2}{a^3})cos(ax)$