Ejercicio 18

Se aplican tres fuerzas a una rueda de radio $0,350\ m$, como se indica en la figura. Una de las fuerzas es perpendicular al borde, otra es tangente a éste y la tercera forma un ángulo de $40,0°$ con el radio. ¿Cuál es el torque neto sobre la rueda debido a estas tres fuerzas con respecto al centro del disco?

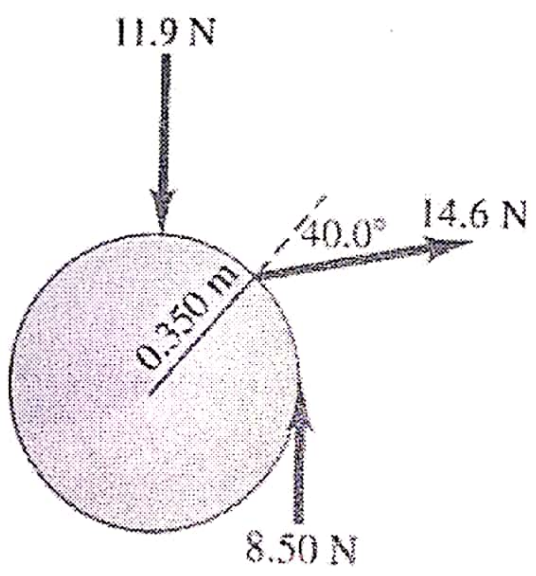
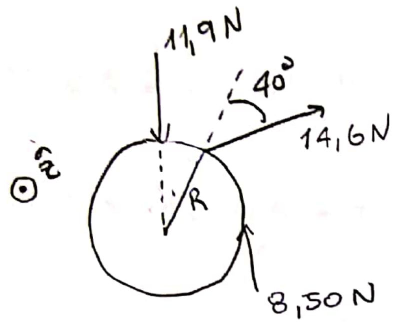


Figura 11: Torque sobre rueda

(98)

(18)



$R = 0{,}35$ m

→ torque neto

$\vec{\tau} = \vec{l} \times \vec{F} \Rightarrow F.l.\text{sen}\,\theta = |\tau|$

→ 11,9 N → $\tau = 0$ $l = 0$

→ 14,6 N → $l = 0{,}35\,m$ $\theta = 40°$ $\tau = (14{,}6\,N).(0{,}35\,m).\text{sen}\,40$

$= 3{,}2846$

direccion → $-\hat{z}$

$\vec{\tau} = -3{,}2846$

→ 8,50 N → $l = 0{,}35\,m$ $\theta = 90°$ $\tau = (8{,}50\,N).(0{,}35\,m)$

$= 2{,}975\ N.m$

direccion → $+\hat{z}$ $\tau_{total} = -0{,}31$

Ejercicio 20

Un cilindro de masa M y radio R cuelga de un soporte a través de dos cordones ideales. Cada cordón tiene longitud L y está enrollado alrededor del cilindro. Inicialmente el cilindro está en reposo debido a una fuerza externa que ejerce un agente no mostrado en la figura.

Si el agente suelta el cilindro, ¿cuánto tiempo tardan las cuerdas en desenrollarse completamente? En ese instante, ¿cuál es la velocidad del centro de masa?, ¿cuál es la velocidad angular alrededor del centro de masa del cilindro?, ¿cuáles son sus energías cinéticas de traslación, de rotacional y total?

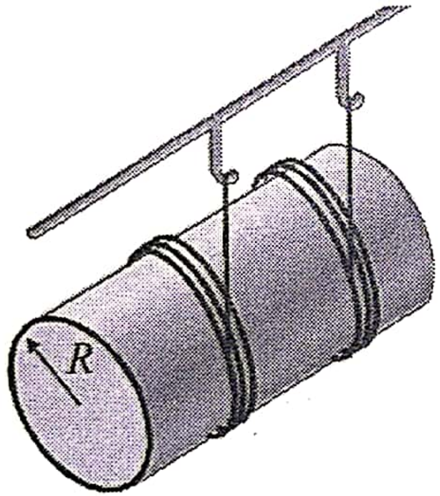
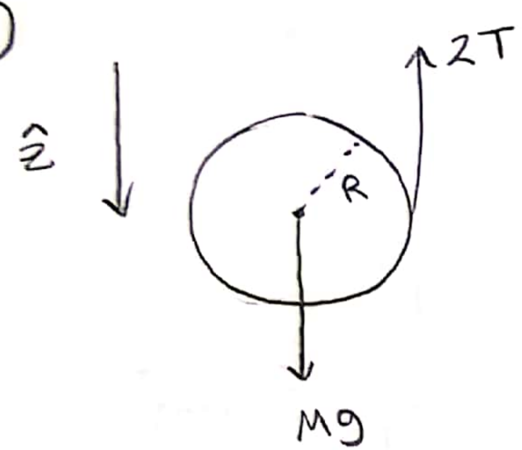


Figura 12: Cilindro que cae

20



Cilindro

$I = \frac{1}{2} M R^2$

→ tiempo que tarda

$+Mg - 2T = M.a$ → 2° ley de Newton

$\tau = 2TR = I\alpha$ → 2° ley pero para rotacion

$$\tau = 2TR = \frac{1}{2} M R^2 \alpha \rightarrow \alpha = \frac{4TR}{MR^2} = \frac{4T}{MR}$$

Sabiendo que $v = R\omega \rightarrow \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} \rightarrow a = R\alpha$

$$a = \frac{R.4T}{MR} = \frac{4T}{M} \rightarrow T = \frac{M.a}{4}$$

Sustituyo

$$\Rightarrow +Mg - 2T = Ma$$

$$+Mg - \frac{2M.a}{4} = Ma \rightarrow a\left(M + \frac{2M}{4}\right) = +Mg$$

$$a\,\frac{3}{2}M = Mg \rightarrow a = \frac{2}{3}g$$

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{at^2}{2}$$

$x_f - x_i = L$ con $v_i = 0$

$$L = \frac{a\,t^2}{2} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2L}{\frac{2}{3}g}} = \sqrt{\frac{3L}{g}}$$

→ Velocidad del centro de masa

$$v_f - v_i = at \rightarrow v_f = \left(\frac{2}{3}g\right)\sqrt{\left(\frac{3L}{g}\right)} = 2\sqrt{\frac{g^2\,3L}{9\,\cancel{g}}} = 2\sqrt{\frac{gL}{3}}$$

→ Velocidad angular

$$V = R.\omega \rightarrow \omega = \frac{V}{R} \rightarrow \omega = \frac{2}{R}\sqrt{\frac{gL}{3}}$$

→ Energia cinetica de traslacion

$$K_T = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{2}{3}MgL$$

→ Energia cinetica de Rotacion

$$K_R = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{2}{R}\right)^2\frac{gL}{3} = \frac{MgL}{3}$$

$E_{Total} =$

$$= \frac{2}{3}MgL + \frac{1}{3}MgL$$

$$= MgL$$

Ejercicio 16

Un carretel de hilo (disco de masa M y radio R) está unido a un resorte de constante elástica k y, a través de una polea ideal a una masa m que cuelga como se muestra en la figura. Inicialmente el resorte está comprimido una distancia d y el sistema está en reposo. Luego, se libera el sistema y el carretel comienza a rodar sin deslizar. ¿Cuál será la velocidad del centro de masa del carretel cuando el resorte no está ni estirado ni comprimido?

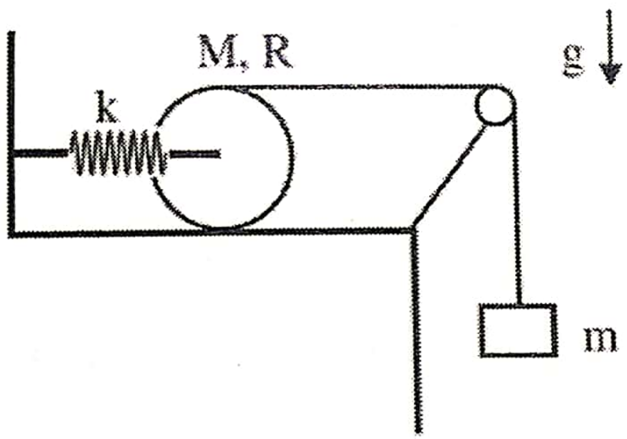
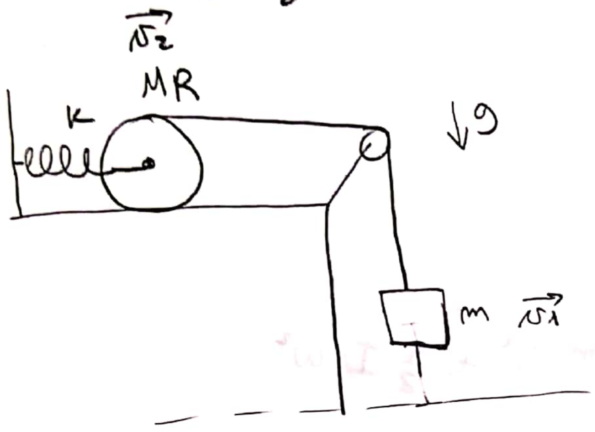


Figura 9: Masa, disco y resorte

16

$I = \frac{1}{2}MR^2$



$v_2 = 2v_1$

$\omega^2 = \frac{v_2^2}{R^2}$

→ Calcular velocidad del centro de masa con resorte ni estirado ni comprimido

$U_i \rightarrow \frac{k}{2}d^2 + mg2d$

$U_f \rightarrow \frac{m v_1^2}{2} + \frac{M v_2^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{m}{2}(2v)^2 + \frac{M}{2}(v)^2 + \frac{1}{2}MR^2\frac{1}{2}\omega^2$

$\frac{k}{2}d^2 + mg2d = m2v^2 + \frac{Mv^2}{2} + \frac{1}{4}Mv^2$

$= v^2\left(2m + \frac{M}{2} + \frac{1}{4}M\right)$

$\sqrt{\frac{\frac{kd^2}{2} + mg2d}{\left(2m + \frac{3}{4}M\right)}} = v$