Definiciones de caminos en grafos

Las definiciones en grafos suelen tener ciertos abusos de notación. Además de esto, en castellano tenemos un detalle extra respecto a la traducción del inglés del vocablo *path*, que suele ser *camino simple*, con lo que el adjetivo “simple” puede entenderse como aplicable a cualquier otro tipo de camino, cuando en inglés no se aplica, o sea, no es un adjetivo usado en la teoría de grafos.

Un u, w**-camino** es una sucesión alternada de vértices y aristas de la forma

$$u = v_0, e_1, v_1, e_2, \ldots, e_n, v_n = w \quad \text{o bien el camino } \textbf{trivial } v_0,$$

tal que e_i es incidente a v_{i-1} y v_i. La **longitud** del primero es n y la del segundo 0. Un **camino** es un u, w-camino para cierto u, v. En un camino importa el orden, por lo que en general el camino $u = v_0, e_1, v_1, e_2, \ldots, e_n, v_n = w$ es distinto del camino $w = v_n, e_n, \ldots, e_2, v_1, e_1, v_0 = u$. Un camino es **cerrado** si $v_0 = v_n$ y **abierto** si $v_0 \neq v_n$.

Un **recorrido** es un camino que no repite aristas, un **circuito** es un recorrido cerrado no trivial.[1]

Un **camino simple** es un camino que no repite vértices. También se entiendo como subgrafo isomorfo a P_n para algún n. En términos de conteo las dos definiciones difieren en un factor 2 si $n > 1$. Nosotros preferimos usar la segunda acepción, o sea, como subgrafo isomorfo a algún P_n. Un **ciclo** también tiene dos acepciones, o bien como camino cerrado de longitud 3 o más, que solo repite su primer y último vértices o como subgrafo isomorfo a algún C_n. Nosotros usaremos esta última acepción.

Observación: Los conceptos de camino, camino simple y ciclo, tienen su paralelismo en la geometría diferencial, con los conceptos de parametrización de una curva, curva y curva cerrada. Una parametrización es una función del intervalo al espacio, y como tal importa el orden en que recorre los puntos de su imagen. En el caso de una curva, es solo un subconjunto del espacio (la imagen de una parametrización inyectiva en el caso de curva abierta), por lo que no tiene sentido hablar de dirección.

[1] Algunos autores consideran iguales aquellos circuitos obtenidos por permutaciones circulares, o sea, si el circuito es $u = v_0, e_1, v_1, e_2, \ldots, e_n, v_n = u$ lo consideran igual al $v_2, e_2, \ldots, e_n, v_n, e_1, v_2$, al $v_3, e_3, \ldots, e_1, v_2, e_2, v_3$, etc, y también al $u = v_n, e_n, \ldots, e_2, v_1, e_1, v_0 = u$. Esto solo afecta al conteo de los mismos, pero como las cantidades difieren en un factor de $2n$, la diferencia en la definición no cambia la dificultad en el problema de conteo.