Todo grafo conexo posee un árbol recubridor

La demostración se hace por inducción fuerte en la siguiente propiedad:

$$P(n) = \forall G \text{ grafo conexo}, |V(G)| = n \implies G \text{ posee un arbol recubridor } A_G$$

El caso base es trivial, así que procedemos con el paso inductivo. Supongamos por hipótesis inductiva que si $m < n, P(m)$. Es decir, suponemos que todos los grafos conexos con menos de n vértices poseen un árbol recubridor.

Así que tomemos un grafo conexo G cualquiera con n vértices. Sea $v \in V(G)$ uno de sus vértices, y consideremos $G' = G - v$. En general sabemos que G' es la "union" de sus k componentes conexas, $G_1, .., G_k$, que son, por definición, grafos conexos.

Es claro que la hipótesis inductiva vale para G_i, pues $|V(G_i)| < |V(G)| = n$. Así que sea A_i el arbol recubridor de G_i para $i \in \{1..k\}$.

Como G es conexo, v tiene al menos una arista que lo "une" a cada componente conexa de $G - v$. Supongamos que e_i "une" a v con G_i.

No es difícil notar que un arbol recubridor de G es la "unión" de todos los árboles A_i más las artistas e_i que los unen con v. Formalmente, $A_G = (V(G), (\bigcup_{i=1}^{k} E(A_i)) \bigcup \{e_1, .., e_k\}))$