Resolución del Ej. 4 del Práctico 4: Suponemos por absurdo que

$\forall y \in B, |f^{-1}(y)| < \ulcorner \frac{|A|}{|B|} \urcorner$ (o equivalentemente, $|f^{-1}(y)| \leq \ulcorner \frac{|A|}{|B|} \urcorner - 1)$.
Primero observamos que:

$$A = \biguplus_{y \in B} f^{-1}(y)$$

, luego por regla de la suma:

$$|A| = \sum_{y \in B} |f^{-1}(y)|$$

.

Discutimos dos casos

- $|B|$ divide a $|A|$: En ese caso se tiene

$$|A| < \sum_{y \in B} \ulcorner \frac{|A|}{|B|} \urcorner = \sum_{y \in B} \frac{|A|}{|B|} = |B| \frac{|A|}{|B|} = |A|$$

  llegando a $|A| < |A|$, lo cual es absurdo.

- $|B|$ no divide a $|A|$: En ese caso se tiene $\ulcorner \frac{|A|}{|B|} \urcorner - \frac{|A|}{|B|} = k < 1$, luego,

$$|A| \leq \sum_{y \in B} (\ulcorner \frac{|A|}{|B|} \urcorner - 1) = \sum_{y \in B} (\frac{|A|}{|B|} + k - 1) < \sum_{y \in B} (\frac{|A|}{|B|} + 1 - 1) = |B| \frac{|A|}{|B|} = |A|$$

  , llegando nuevamente al absurdo.