

# Examen de Programación 3 y III (08/02/2014)

## Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería, UdelaR

1. Este examen dura 4 horas y contiene 4 carillas. El total de puntos es 100 y se requieren 60 para su aprobación.
2. En los enunciados llamamos  $C^*$  a la extensión de C al que se agrega el operador de pasaje por referencia &, y las sentencias *new*, *delete*, el uso de *cout* y *cin* y el tipo *bool*.
3. No se puede utilizar ningún tipo de material de consulta.
4. No se contestarán dudas durante la última media hora.

### Se requiere:

- Numerar todas las hojas e incluir en cada una el nombre y la cédula de identidad.
- Utilizar las hojas de un solo lado y escribir con lápiz, iniciando cada ejercicio en hoja nueva.
- Poner en la primera hoja la cantidad de hojas entregadas, y entregar el índice indicando en qué hoja se respondió cada problema.

### Parte Obligatoria

Esta parte es eliminatoria, para la aprobación del examen debe obtenerse un mínimo del **50% de esta parte (20 puntos)**. En caso de no llegar a dicho mínimo, **NO** se corregirán los problemas.

### Ejercicio 1 (10 puntos)

Sean  $f$ ,  $g$  y  $h$  tres funciones tal que:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+, h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+ \text{ tales que } f \in O(2h) \text{ y } g \in O(h).$$

Indique si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos. Justifique:

- (a)  $f \in O(h)$
- (b)  $f + g \in O(3h)$
- (c)  $\frac{f}{g} \in O(2)$

Las funciones  $f + g$  y  $\frac{f}{g}$  están definidas de la forma esperable:

$$\left( \forall n \in \mathbb{N} :: (f + g)(n) = f(n) + g(n) \quad \text{y} \quad \frac{f}{g}(n) = \frac{f(n)}{g(n)} \right)$$

### Ejercicio 2 (10 puntos)

Sea  $G$  un grafo (no dirigido) con más de un nodo al que se aplicó el algoritmo de búsqueda de puntos de articulación presentado en el curso, obteniendo el árbol  $T$  generado por el DFS y las funciones *prenum* y *masalto*.

Indique si las siguientes oraciones son verdaderas o falsas. Justique.

1. Si  $G$  es un ciclo simple, entonces la función *masalto* es la función constante uno.
2. Si la función *masalto* es la función constante uno, entonces  $G$  es un ciclo simple.

### Ejercicio 3 (10 puntos)

Escriba el pseudocódigo aplicando *Divide & Conquer* para la resolución del problema de búsqueda binaria en un arreglo (no asuma nada respecto al orden de sus elementos). Explique su funcionamiento indicando donde se realizan los pasos claves de esta técnica.

## Ejercicio 4 (10 puntos)

Dado el problema de una mochila de capacidad  $M$  y  $n$  objetos, tal que cada objeto  $i$  ocupa una capacidad  $w_i$  en la mochila y produce una ganancia  $p_i$  al incluirlo en la misma, determinar las fracciones de los objetos  $x_i$ ,  $0 \leq x_i \leq 1$ ,  $0 \leq i \leq n-1$ , tal que la ganancia obtenida sea máxima.

Considere 2 estrategias de aplicación del método Greedy para resolver el problema de la mochila:

- a. Tomar en cada etapa el objeto (o una fracción del mismo), no incluido aún en la mochila, con mayor ganancia.
- b. Tomar en cada etapa el objeto (o una fracción del mismo), no incluido aún en la mochila, con mayor ganancia por unidad de capacidad.

Indique cuál de ellas es óptima. Justifique e implemente su pseudocódigo.

# Problemas

Un conocido canal deportivo planteó un desafío previo al sorteo de los grupos del mundial, este consistía en calcular la probabilidad de que Uruguay clasificará a octavos. Dicho resultado impactaría directamente en las negociaciones por la exclusividad de la transmisión.

Considerando el proceso del sorteo y los posibles enfrentamientos, los ingenieros de TI del canal propusieron aplicar *Backtracking* para encontrar todas las posibles formaciones de los grupos que den a Uruguay como clasificado.

Para el sorteo de los grupos se dispone de 4 bolilleros ( $bol_i$ ) con  $i$  en  $[1..4]$ : El primero contiene a las cabezas de serie. El resto de los bolilleros están conformados por países según la clasificación FIFA con los cuales se completarán los grupos.

Hay 8 países en cada bolillero y se forman 8 grupos con un país proveniente de cada uno de los bolilleros. De cada grupo clasifican 2 países.

Para simplificar el modelo del problema se consideró que todos los partidos se ganan o se pierden, también que en los grupos siempre va a existir un país que gane los 3 partidos y en caso de que exista un empate para el segundo lugar se define según el país con menor ranking FIFA (mejor posicionado).

A su vez se consideraron datos estadísticos de los enfrentamientos entre cada par de países para determinar el ganador de cada partido. En principio se analizan los 10 últimos enfrentamientos de países, en caso de empate en partidos ganados se comienzan a considerar más partidos hasta lograr una desigualdad.

Se pide:

Escriba formalmente y en lenguaje natural las restricciones explícitas, implícitas, función objetivo y predicados de poda que apliquen al problema partiendo de la siguiente tupla:

Tupla de largo  $N$  fijo  $T = \langle t_1, \dots, t_i, \dots, t_N \rangle$  donde  $N$  es la cantidad de grupos del mundial. Cada componente de la tupla es un vector de  $M$  elementos  $t_i = \langle x_1, \dots, x_j, \dots, x_M \rangle$  donde  $M$  es la cantidad de países que conforman cada grupo y  $x_j$  indica el identificador de un país

Asuma que el identificador de Uruguay es 1.

## Importante:

Los países se identifican con un entero en el rango de  $[1..P]$

$p.\text{ranking}$  indica la clasificación del país  $p$  en el ranking FIFA.

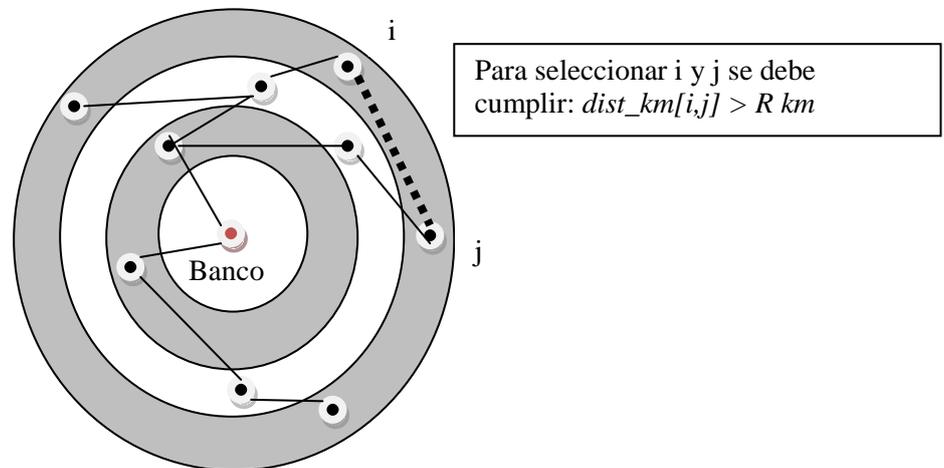
$p.\text{PGHistorial}(p2)$  indica la cantidad de partidos ganados por el país  $p$  ante el país  $p2$ .

## Problema 2 (30 puntos)

Una empresa que abastece y provee seguridad a una red de cajeros automáticos ha enfrentado problemas tanto en el robo de cajeros como en el traslado del dinero para abastecerlos. Al momento se ha decidido mitigar los riesgos e intentar disminuir los delitos, reduciendo la red de distribución de manera de poder aumentar el personal que brinda seguridad para los traslados y vigilancia de los cajeros que queden habilitados.

Para realizar la selección de los cajeros que quedarán abiertos se buscará minimizar el impacto manteniendo la amplitud geográfica de la red. Para ello, se seleccionan conjuntos de cajeros dentro de áreas delimitadas por círculos concéntricos cada 1 km, considerando al banco donde se cargan los camiones como centro. Esto determina un grafo  $G$  que modela la red de cajeros de manera que dos nodos son adyacentes si y solo si pertenecen a un rango de distancia distinto con respecto al banco.

Utilizando el siguiente gráfico como representación de  $G$ , los nodos de una zona blanca, podrán ser solamente adyacentes a nodos de las zonas de color limítrofes (no necesariamente todos) y viceversa. Los cajeros seleccionados solamente podrán ser aquellos que estén en a un radio de  $[i..i+1]$  con  $i$  en  $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\dots\}$ , es decir en términos de grafos, a distancia impar del nodo banco, o gráficamente, cajeros dentro de zonas de color. Además, se desea evitar que dos cajeros dentro de la misma zona de selección (radio  $[i..i+1]$ ) estén muy cercanos, por lo que se cuenta con la matriz  $dist\_km_{N \times N}$  que define en  $dist\_km[i,j]$  la distancia en km entre los cajeros  $i$  y  $j$ . Un cajero dentro de una zona de selección solo podrá ser seleccionado si dista a más de  $R$  km de los cajeros seleccionados de la misma zona.



Se pide:

Implementar en C\* la función `ListaEnteros seleccionDeCajeros(Grafo g, int** dist_km, int R)` que retorna la lista de identificadores de los cajeros en  $[0..N-1]$  que deberán permanecer abiertos siguiendo las restricciones planteadas. El método implementado debe resolver el problema en una única recorrida del grafo basada en los algoritmos de recorrida presentados. Asuma que cuenta con el TAD `ListaEnteros` (extendida para soportar operaciones de `ColaEnteros`) y `Grafo` para manipular  $g$  (dado), y que el banco es el nodo 0 de  $g$ .

**Nota: Se recomienda utilizar alguna estructura auxiliar que permita registrar la distancia de cada cajero con respecto al banco y así poder evaluar las restricciones durante la propia recorrida.**