

Introducción a la teoría de la información

Tercer parcial

2 de junio de 2021

Problema 1- Canal con repetición (5 puntos)

(a) Escriba la definición de tasa de transmisión R para un código de canal de parámetros (M, n) .

Considere el siguiente sistema de transmisión por repetición binario. Los mensajes posibles son $W \in \{0, 1\}$ y el tamaño de bloque n es impar. Para transmitir un bit w , el codificador de este sistema envía por el canal un bloque de largo n donde todos los bits X_1, \dots, X_n valen w . El decodificador decide el mensaje enviado por mayoría, es decir, mira los n símbolos recibidos y decide que el mensaje transmitido fue el símbolo más frecuente (como n es impar, nunca hay empates).

(b) Calcule la tasa R para el canal con repetición para $n = 3$.

(c) Supongamos que el canal de transmisión es un canal binario simétrico (BSC) de probabilidad ρ , es decir, que

$$p(Y = 1|X = 0) = P(Y = 0|X = 1) = \rho.$$

Calcule la probabilidad de error de $w = 1$ para $n = 3$.

(d) Calcule el límite de R para el canal con repetición para $n \rightarrow \infty$. Qué opina de esta manera de codificar?

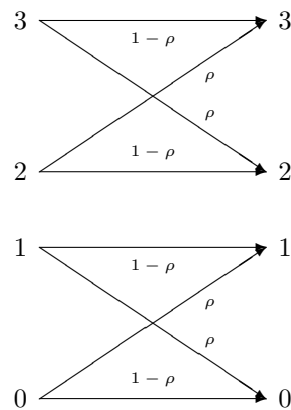
Problema 2- Lema de la Info Mutua (5 puntos)

(a) Sea X^n la entrada a un canal discreto y sin memoria de capacidad C y sea Y^n su salida correspondiente. Muestre que

$$I(X^n; Y^n) \leq nC \quad \text{para todo } p(x^n).$$

Problema 3- Canal cuaternario (5 puntos)

Considere el siguiente canal de entrada $X \in \mathcal{X}$, y salida \mathcal{Y} , donde $\mathcal{X} = \mathcal{Y} = \{0, 1, 2, 3\}$ y $0 \leq \rho \leq 1$ es la probabilidad de error.



- (a) Escriba su matriz de transición de probabilidades
- (b) A qué familia de canales pertenece?
- (c) Calcule la capacidad de este canal. Si conoce alguna fórmula, úsela; no es necesario desarrollar, pero debe justificarse de dónde sale la fórmula.