

Introducción a la Teoría de la Información

Tercer parcial

mayo de 2017

Problema 1 (5 puntos)

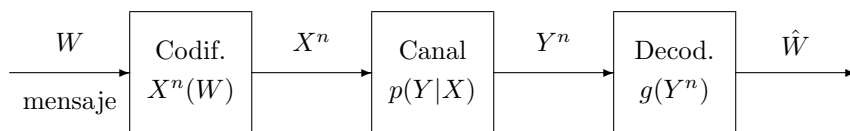


Figura 1: Notación. Se tiene $X_i \in \mathcal{X}$, $Y_i \in \mathcal{Y}$, $i = 1, \dots, n$. $W \in J = \{1, 2, \dots, 2^{nR}\}$, donde R es la tasa de transmisión.

1. Para cada uno de los siguientes requerimientos, indique si son o no parte de las hipótesis de la parte directa del segundo teorema de Shannon (capacidad de canal).
 - El canal no tiene ruido.
 - El alfabeto de entrada \mathcal{X} y el de la salida \mathcal{Y} del canal son del mismo tamaño.
 - Los alfabetos \mathcal{X} y \mathcal{Y} son conjuntos finitos.
 - El canal no tiene memoria.
 - El diccionario de codewords, $\{X^n(W), W \in J\}$, es generado aleatoriamente.
 - La tasa R es menor que la capacidad del canal C .
2. De acuerdo a las hipótesis del teorema, qué efecto tiene sobre la capacidad del canal el uso de realimentación (feedback)?

Problema 2- Juego de la memoria (5 puntos)

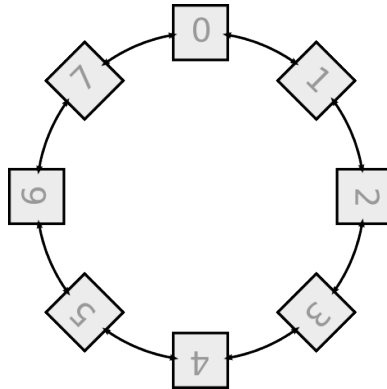


Figura 2: Juego de la memoria con 8 fichas.

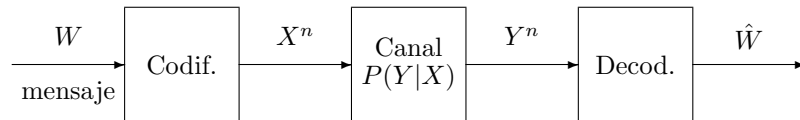
Considere el siguiente juego de memoria entre dos jugadores, uno llamado *transmisor* y el otro *receptor*. Se dispone de M fichas numeradas del 0 al $M - 1$. Las fichas se colocan sobre una mesa en un anillo, ordenadas según su número en sentido horario, de modo que su lado impreso queda boca abajo. La figura 2 muestra esto para el caso $M = 8$. En cada jugada, el transmisor da vuelta una ficha durante un breve instante t y toma nota de su posición X . Luego de un cierto lapso, el receptor debe dar vuelta la ficha que recuerda haber visto levantar anteriormente y declara su índice como Y . Dado $X = x$, el receptor acierta ($Y = x$) con probabilidad $1/2$, y tiene probabilidad $1/4$ de errarle por un lugar a cada lado (los índices son módulo M , como en la figura 2), es decir

$$\begin{aligned}P(Y = x|X = x) &= 1/2 \\P(Y = x - 1 \bmod M|X = x) &= 1/4 \\P(Y = x + 1 \bmod M|X = x) &= 1/4.\end{aligned}$$

1. Indique a qué tipo de canal visto en el curso corresponde este juego.
2. Calcule la capacidad de este canal para $M = 8$.

Problema 3 (5 puntos)

Considere el sistema de transmisión dado por la siguiente figura, en donde W está uniformemente distribuido en $\{1, \dots, 2^{nR}\}$ y el canal es considerado sin memoria.



Justifique cada línea en el siguiente desarrollo:

$$nR = H(W) \tag{1}$$

$$= H(W|\hat{W}) + I(W; \hat{W}) \tag{2}$$

$$\leq H(W|\hat{W}) + I(X^n; Y^n) \tag{3}$$

$$\leq 1 + Pr\{\hat{W} \neq W\}nR + I(X^n; Y^n) \tag{4}$$

$$\leq 1 + Pr\{\hat{W} \neq W\}nR + nC \tag{5}$$