Introducción a la Teoría de la Información
Segundo parcial

9 de mayo de 2016

Problema 1 (6 puntos)

Considerar una variable aleatoria X con probabilidades $p(X) = (0.5, 0.25, 0.1, 0.05, 0.05, 0.05)$.

1. Construir el código de Huffman binario. Calcular el largo medio L_H en bits.
2. Construir el código de Huffman cuaternario (símbolos a, b, c, d). Calcular el largo medio L_Q en símbolos cuaternarios.

   Una forma de construir un código binario a partir de un código cuaternario es asignar palabras binarias a cada símbolo cuaternario, es decir

   $$a \to 00, b \to 01, c \to 10, d \to 11.$$

3. ¿Cuál es el largo medio L_{QB} en bits para el código hallado en 2 con la construcción anterior?
4. Probar que

   $$L_H \leq L_{QB} < L_H + 2.$$

   Sugerencia: hallar la relación entre $H_4(X)$ y $H_2(X)$.

Problema 2 (4 puntos)

Cuál de los siguientes códigos no puede ser un código de Huffman binario. Justifica en cada caso.

1. {0,01,10}
2. {01,10}
3. {11,10,01,001}

Problema 3 (5 puntos)

Sea $\{ (X_i, Y_i) \}_{i \geq 1}$ un proceso estocástico tal que $(X_i, Y_i) \sim p(x, y)$ para todo natural i y (X_i, Y_i) es independiente de (X_j, Y_j) para todo natural j distinto de i. Calcular el límite en probabilidad cuando n tiende a infinito de

$$\frac{1}{n} \log \frac{p(X^n)p(Y^n)}{p(X^n, Y^n)} .$$