

Introducción a la Teoría de la Información

Prueba Final

8 de julio de 2013

Problema 1 (14 puntos)

Considerar un par de canales gaussianos paralelos de forma que:

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix}$$

donde

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} \sim \mathcal{N}\left(0, \begin{bmatrix} N_1 & 0 \\ 0 & N_2 \end{bmatrix}\right),$$

y donde hay una restricción de potencia $E(X_1^2 + X_2^2) \leq 2P$. Asumir que $N_1 > N_2$.

1. Hallar la capacidad de este canal.
2. Mostrar que para P entre 0 y cierto valor P_0 que deberá ser hallado, el canal se comporta como un único canal con potencia de ruido N_2 .
3. Para $P > P_0$ hallar la distribución de potencia óptima entre ambos canales.

Problema 2 (13 puntos)

Fefo tira dos dados (no cargados) y anota la suma de los números que quedan en la cara superior. Nacho tiene que hallar este número, pero solamente puede hacer preguntas cuya respuesta sea sí/no.

Detallar completamente, dando un diagrama de flujos, una estrategia de preguntas (sí/no) que requiera la menor cantidad de respuestas.

Problema 3 (13 puntos)

Una empanadería decide utilizar un sistema de códigos para identificar sus dos posibles gustos de empanada, “carne” o “jamón y queso”. Las de carne tienen un agujero en el repulgue, las de jamón y queso no tienen ninguna marca (Figura 1(a)). Durante el proceso de fritura, existe la posibilidad de que el agujero de la empanada se tape, confundiendo la empanada de carne en cuestión por una de jamón y queso. Esto ocurre con una probabilidad p .

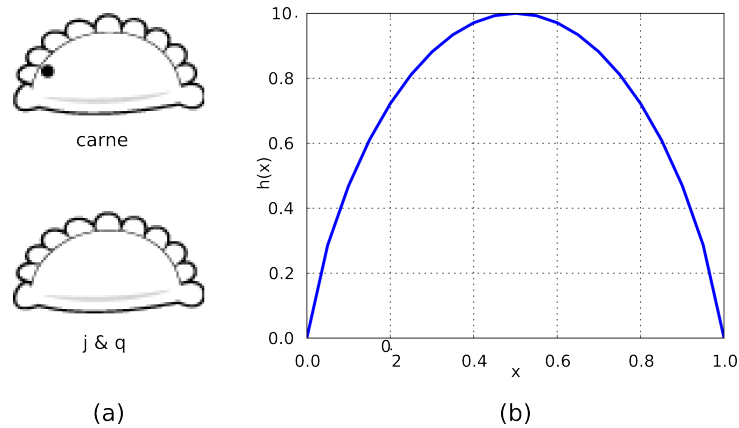


Figura 1: Datos del problema 3. (a) códigos de gustos. (b) función de entropía binaria.

1. Considerando cada gusto de empanada como un símbolo distinto a transmitir, indicar cuál de los canales vistos en el curso modela el proceso descrito y hacer el diagrama correspondiente.
2. Sea $\pi = \Pr(\text{gusto} = \text{carne})$. Dar una expresión para la Información Mutua del proceso en función de π y p .
3. Calcular la capacidad del canal C y la distribución de entrada (valor de π) con que se alcanza para el caso $p = 1/2$ (Puede usarse la Figura 1(b) para obtener un valor aproximado de $h(x)$).
4. El maestro freidor del establecimiento insiste en que tal vez se pueda procesar las empanadas luego de la fritura de alguna manera (sin abrirlas y sin saber de antemano su gusto) para recuperar el código en la fritura y así mejorar la capacidad del canal. Argumentar por qué esto no es posible.