

Impedancias Secuenciales

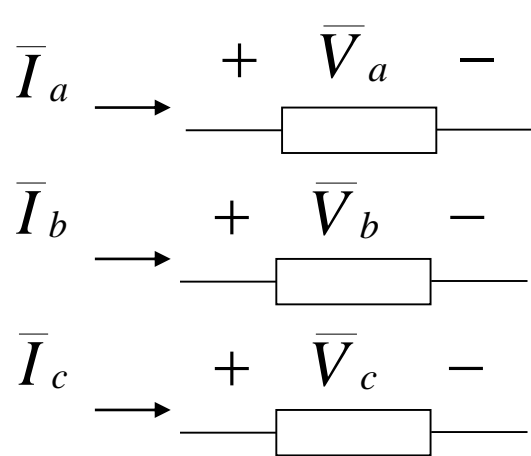
Contenido

1. Definiciones
2. Impedancias secuenciales asociadas a una impedancia trifásica
3. Generadores Sincrónicos
4. Motores asíncronos
5. Líneas aéreas y cables subterráneos
6. Cargas pasivas equilibradas
7. Transformadores de 2 arrollamientos
8. Transformadores de 3 arrollamientos
9. Transformador ZigZag

2 – Impedancias secuenciales asociadas a una impedancia trifásica

- Los elementos de la red presentan impedancias distintas frente a regímenes de corriente distintos.
- Elementos perfectamente equilibrados pueden presentar impedancias distintas para cada secuencia de corriente.
- Se llamarán impedancias “secuenciales” o “sensibles”:
 - \bar{Z}_s o \bar{Z}_1 : Impedancia síncrona o de secuencia 1 (sensible a corrientes directas)
 - \bar{Z}_a o \bar{Z}_2 : Impedancia asíncrona o de secuencia 2 (sensible a corrientes inversas)
 - \bar{Z}_0 : Impedancia de secuencia 0 (sensible a corrientes homopolares)

2 – Impedancias secuenciales asociadas a una impedancia trifásica



$$\bar{V}_a = \bar{Z}_{aa} \cdot \bar{I}_a + \bar{Z}_{ab} \cdot \bar{I}_b + \bar{Z}_{ac} \cdot \bar{I}_c$$

$$\bar{V}_b = \bar{Z}_{ba} \cdot \bar{I}_a + \bar{Z}_{bb} \cdot \bar{I}_b + \bar{Z}_{bc} \cdot \bar{I}_c$$

$$\bar{V}_c = \bar{Z}_{ca} \cdot \bar{I}_a + \bar{Z}_{cb} \cdot \bar{I}_b + \bar{Z}_{cc} \cdot \bar{I}_c$$

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} \\ \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} \\ \bar{Z}_{ca} & \bar{Z}_{cb} & \bar{Z}_{cc} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{pmatrix}$$

$$\vec{V}_{abc} = \bar{Z}_{abc} \cdot \vec{I}_{abc}$$

2 – Impedancias secuenciales asociadas a una impedancia trifásica

$$\begin{aligned}\vec{V}_{abc} &= T_S \vec{V}_{012} \\ \vec{I}_{abc} &= T_S \vec{I}_{012}\end{aligned}\quad T_S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\vec{V}_{abc} &= \bar{Z}_{abc} \cdot \vec{I}_{abc} \\ T_S \vec{V}_{012} &= \bar{Z}_{abc} T_S \vec{I}_{012} \\ \vec{V}_{012} &= (T_S^{-1} \bar{Z}_{abc} T_S) \vec{I}_{012}\end{aligned}$$

2 – Impedancias secuenciales asociadas a una impedancia trifásica

- Se define así la matriz de impedancias secuenciales:

$$\bar{Z}_{012} = \left(T_s^{-1} \bar{Z}_{abc} T_s \right)$$

- La ecuación del circuito en componentes simétricas queda:

$$\vec{V}_{012} = \bar{Z}_{012} \vec{I}_{012}$$

$$\bar{V}_0 = \bar{Z}_{00} \bar{I}_0 + \bar{Z}_{01} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{02} \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_1 = \bar{Z}_{10} \bar{I}_0 + \bar{Z}_{11} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{12} \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_2 = \bar{Z}_{20} \bar{I}_0 + \bar{Z}_{21} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{22} \bar{I}_2$$

2 – Impedancias secuenciales asociadas a una impedancia trifásica

$$\bar{Z}_{00} = \frac{1}{3} (\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{ac} + \bar{Z}_{ba} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{bc} + \bar{Z}_{ca} + \bar{Z}_{cb} + \bar{Z}_{cc})$$

$$\bar{Z}_{01} = \frac{1}{3} [\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{ba} + \bar{Z}_{ca} + a(\bar{Z}_{ac} + \bar{Z}_{bc} + \bar{Z}_{cc}) + a^2(\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{cb})]$$

$$\bar{Z}_{02} = \frac{1}{3} [\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{ba} + \bar{Z}_{ca} + a(\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{cb}) + a^2(\bar{Z}_{ac} + \bar{Z}_{bc} + \bar{Z}_{cc})]$$

$$\bar{Z}_{10} = \frac{1}{3} [\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{ac} + a(\bar{Z}_{ba} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{bc}) + a^2(\bar{Z}_{ca} + \bar{Z}_{cb} + \bar{Z}_{cc})]$$

$$\bar{Z}_{11} = \frac{1}{3} [\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{cc} + a(\bar{Z}_{ac} + \bar{Z}_{ba} + \bar{Z}_{cb}) + a^2(\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{bc} + \bar{Z}_{ca})]$$

$$\bar{Z}_{12} = \frac{1}{3} [\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{bc} + \bar{Z}_{cb} + a(\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{ba} + \bar{Z}_{cc}) + a^2(\bar{Z}_{ac} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{ca})]$$

$$\bar{Z}_{20} = \frac{1}{3} [\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{ac} + a(\bar{Z}_{ca} + \bar{Z}_{cb} + \bar{Z}_{cc}) + a^2(\bar{Z}_{ba} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{bc})]$$

$$\bar{Z}_{21} = \frac{1}{3} [\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{bc} + \bar{Z}_{cb} + a(\bar{Z}_{ac} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{ca}) + a^2(\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{ba} + \bar{Z}_{cc})]$$

$$\bar{Z}_{22} = \frac{1}{3} [\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{cc} + a(\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{bc} + \bar{Z}_{ca}) + a^2(\bar{Z}_{ac} + \bar{Z}_{ba} + \bar{Z}_{cb})]$$

2 – Impedancias secuenciales asociadas a una impedancia trifásica

- Caso impedancias de fase iguales, mutuas iguales: Es el caso de una línea equilibrada simétrica, y perfectamente traspuesta.
 - $\bar{Z}_{aa} = \bar{Z}_{bb} = \bar{Z}_{cc} = \bar{Z}$
 - $\bar{Z}_{ab} = \bar{Z}_{ba} = \bar{Z}_{ac} = \bar{Z}_{ca} = \bar{Z}_{bc} = \bar{Z}_{cb} = \bar{M}$

$$\begin{aligned} \bar{V}_0 &= (\bar{Z} + 2\bar{M}) \cdot \bar{I}_0 \\ \bar{V}_1 &= (\bar{Z} - \bar{M}) \cdot \bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 &= (\bar{Z} - \bar{M}) \cdot \bar{I}_2 \end{aligned} \quad \begin{pmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Z} + 2\bar{M} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z} - \bar{M} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Z} - \bar{M} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{pmatrix}$$

2 – Impedancias secuenciales asociadas a una impedancia trifásica

- Cada corriente genera su propia tensión de secuencia, no habiendo interacción entre las distintas secuencias.
- Puede hablarse aquí de impedancias sensibles para las distintas secuencias.

$$\bar{Z}_0 = (\bar{Z} + 2\bar{M}) \quad \text{de secuencia 0}$$

$$\bar{Z}_1 = (\bar{Z} - \bar{M}) \quad \text{síncrona o de secuencia 1}$$

$$\bar{Z}_2 = (\bar{Z} - \bar{M}) \quad \text{asíncrona o de secuencia 2}$$

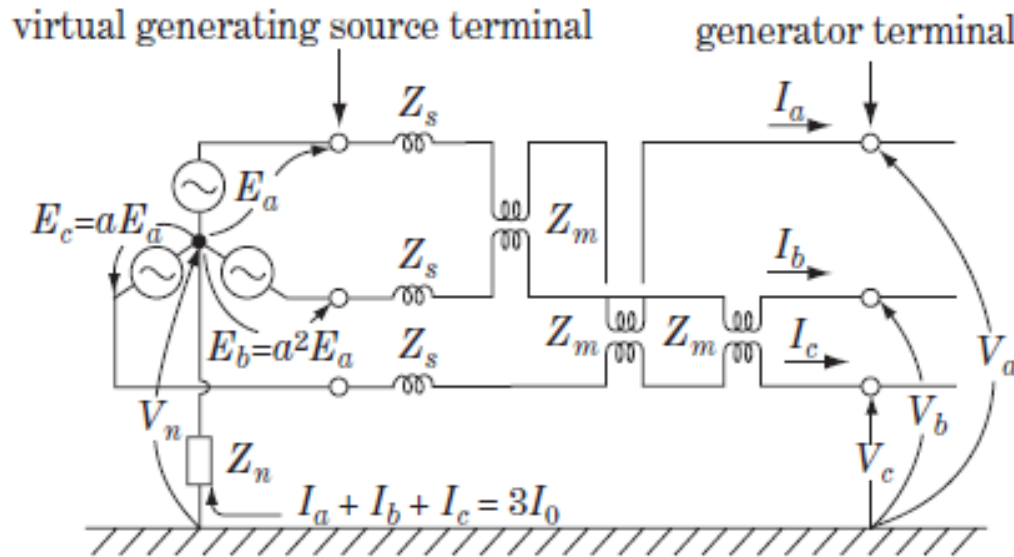
2 – Impedancias secuenciales asociadas a una impedancia trifásica

Resultados generales:

- $\bar{Z}_s = \bar{Z}_a$ ($\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2$) salvo en máquinas giratorias
- Para máquinas giratorias, el campo debido a corrientes inversas gira en sentido contrario al producido por corrientes directas y por la corriente de excitación: $\bar{Z}_s \neq \bar{Z}_a$
- En el caso de transformadores, los valores de \bar{Z}_0 dependerán de la forma en que los puntos neutros estén ligados a tierra.

3 – Generador Síncrono (modelo simplificado)

Modelo simplificado de un generador síncrono (o motor síncrono)



Nota: Z_s es la impedancia síncrona (impedancia serie de por fase). El subíndice s en este caso no representa la impedancia de secuencia síncrona.

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_N \\ \bar{V}_N \\ \bar{V}_N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_a \\ a^2 E_a \\ a E_a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Z}_s & \bar{Z}_m & \bar{Z}_m \\ \bar{Z}_m & \bar{Z}_s & \bar{Z}_m \\ \bar{Z}_m & \bar{Z}_m & \bar{Z}_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{pmatrix}$$

3 – Generador Síncrono (modelo simplificado)

Modelo simplificado de un generador síncrono (o motor síncrono)

$$\bar{V}_N = -\bar{Z}_N(\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_N \\ \bar{V}_N \\ \bar{V}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\bar{Z}_N(\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c) \\ -\bar{Z}_N(\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c) \\ -\bar{Z}_N(\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c) \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_a \\ a^2 E_a \\ a E_a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Z}_s & \bar{Z}_m & \bar{Z}_m \\ \bar{Z}_m & \bar{Z}_s & \bar{Z}_m \\ \bar{Z}_m & \bar{Z}_m & \bar{Z}_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} E_a \\ a^2 E_a \\ a E_a \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Z}_s + \bar{Z}_N & \bar{Z}_m + \bar{Z}_N & \bar{Z}_m + \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_m + \bar{Z}_N & \bar{Z}_s + \bar{Z}_N & \bar{Z}_m + \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_m + \bar{Z}_N & \bar{Z}_m + \bar{Z}_N & \bar{Z}_s + \bar{Z}_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{pmatrix}$$

3 – Generador Síncrono (modelo simplificado)

Modelo simplificado de un generador síncrono (o motor síncrono)

$$\begin{pmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Z}_S + 2\bar{Z}_m + 3\bar{Z}_N & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z}_S - \bar{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Z}_S - \bar{Z}_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix}$$

$$\bar{Z}_{0_eq} = \bar{Z}_S + 2\bar{Z}_m + 3\bar{Z}_N = \bar{Z}_{G0} + 3\bar{Z}_N$$

$$\bar{Z}_{1_eq} = \bar{Z}_S - \bar{Z}_m = \bar{Z}_{G1}$$

$$\bar{Z}_{2_eq} = \bar{Z}_S - \bar{Z}_m = \bar{Z}_{G2}$$

\bar{Z}_{G1} : impedancia de secuencia directa del generador

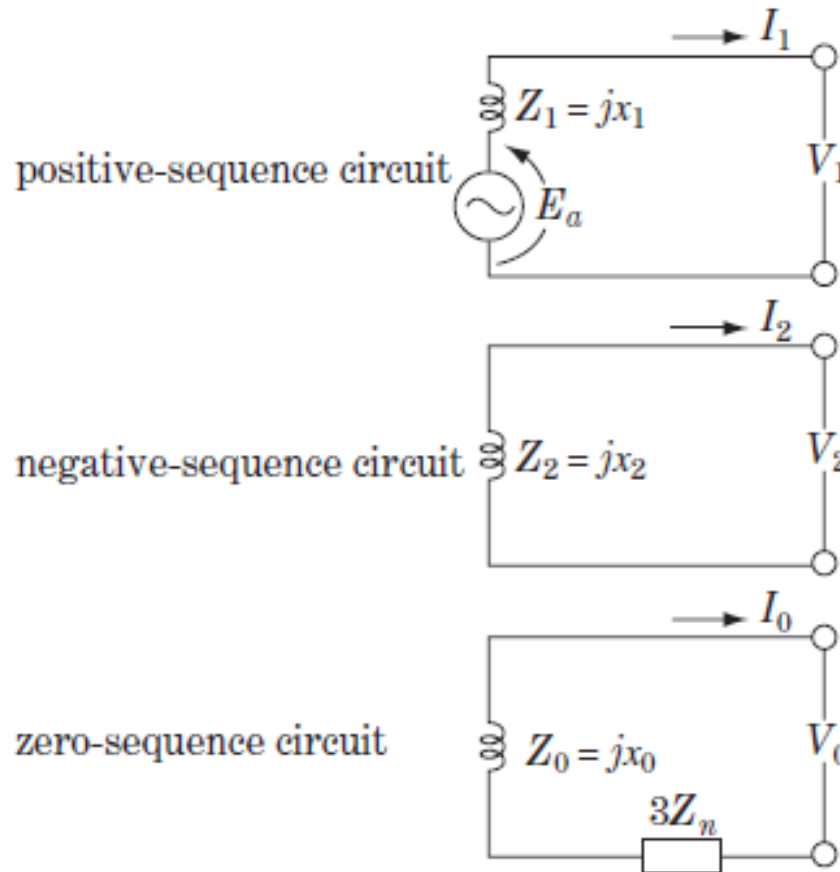
\bar{Z}_{G2} : impedancia de secuencia inversa del generador

\bar{Z}_{G0} : impedancia de secuencia homopolar del generador

3 – Generador Sincrónico

- Este modelo presenta reactancias de secuencia independientes del tiempo, y la impedancia de secuencia positiva es igual a la negativa. **Esto no es correcto.**
- Las reactancias dependen del tiempo durante transitorios.
- Las 3 reactancias de secuencia son distintas.
- El modelo correcto y completo del generador se realiza utilizando la transformada de Park, donde se introducen los conceptos de reactancias de eje directo ($\bar{X}_d'', \bar{X}_d', \bar{X}_d$) y reactancias de eje en cuadratura ($\bar{X}_q'', \bar{X}_q', \bar{X}_q$).
- Utilizar las reactancias ($\bar{X}_d'', \bar{X}_d', \bar{X}_d$) como reactancias de secuencia positiva es una buena aproximación. La utilización de cada una depende del intervalo de tiempo en cuestión. Ver figura siguiente.
- La reactancia de secuencia negativa puede considerarse constante en la mayoría de los casos, aunque en realidad puede cambiar ligeramente luego de un cambio brusco en el circuito.
- La reactancia de secuencia cero puede considerarse constante en todos los casos.
- Los valores de $\bar{X}_d'', \bar{X}_d', \bar{X}_d, \bar{X}_2, \bar{X}_0$ son proporcionados en los datos de chapa del generador.

3 – Generador Sincrónico



$$x_1 = \begin{cases} x_d'' & (0 \sim 3 \text{ cycles time}) \\ x_d' & (3 \sim 60 \text{ cycles time}) \\ x_d & (1 \text{ sec} \sim) \end{cases}$$

4 – Motores Asíncronos

$$X_a \cong \frac{1}{2} X_s$$

$X_0 = \infty$ pues en motores de inducción el neutro está siempre aislado

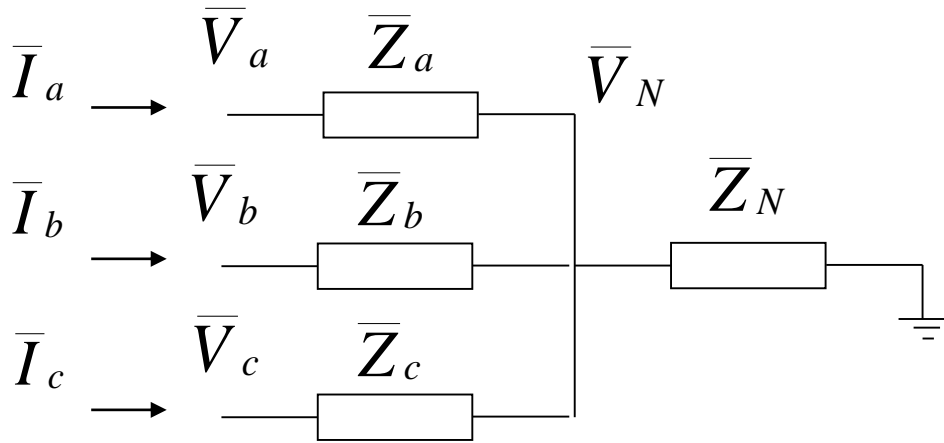
5 – Líneas y cables

$$\bar{Z}_a = \bar{Z}_s$$

$$\bar{Z}_0 \cong 3\bar{Z}_s$$

6 – Cargas pasivas

Siendo la impedancia trifásica:



- $\bar{V}_N = (\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c)\bar{Z}_N$
- $\bar{V}_a = \bar{Z}_a\bar{I}_a + \bar{V}_N = (\bar{Z}_a + \bar{Z}_N)\bar{I}_a + \bar{Z}_N\bar{I}_b + \bar{Z}_N\bar{I}_c$
- $\bar{V}_b = \bar{Z}_b\bar{I}_b + \bar{V}_N = \bar{Z}_N\bar{I}_a + (\bar{Z}_b + \bar{Z}_N)\bar{I}_b + \bar{Z}_N\bar{I}_c$
- $\bar{V}_c = \bar{Z}_c\bar{I}_c + \bar{V}_N = \bar{Z}_N\bar{I}_a + \bar{Z}_N\bar{I}_b + (\bar{Z}_c + \bar{Z}_N)\bar{I}_c$

6 – Cargas pasivas

Siendo la impedancia trifásica:

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Z}_a + \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_N & \bar{Z}_b + \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_c + \bar{Z}_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Z}_a & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z}_b & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Z}_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \bar{Z}_a + \bar{Z}_b + \bar{Z}_c & \bar{Z}_a + a^2\bar{Z}_b + a\bar{Z}_c & \bar{Z}_a + a\bar{Z}_b + a^2\bar{Z}_c \\ \bar{Z}_a + a\bar{Z}_b + a^2\bar{Z}_c & \bar{Z}_a + \bar{Z}_b + \bar{Z}_c & \bar{Z}_a + a^2\bar{Z}_b + a\bar{Z}_c \\ \bar{Z}_a + a^2\bar{Z}_b + a\bar{Z}_c & \bar{Z}_a + a\bar{Z}_b + a^2\bar{Z}_c & \bar{Z}_a + \bar{Z}_b + \bar{Z}_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3\bar{Z}_N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix}$$

6 – Cargas pasivas

$$\text{Si } \bar{Z}_a = \bar{Z}_b = \bar{Z}_c = \bar{Z}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Z} + \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_N & \bar{Z} + \bar{Z}_N & \bar{Z}_N \\ \bar{Z}_N & \bar{Z}_N & \bar{Z} + \bar{Z}_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Z} + 3\bar{Z}_N & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix}$$

$$\bar{Z}_0 = \frac{\bar{V}_0}{\bar{I}_0} = \bar{Z} + 3\bar{Z}_N$$

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}$$

6 – Cargas pasivas

Siendo Z la impedancia por fase:

$$Z_s = Z_a = Z$$

En general $Z_0 = \infty$ porque en general en MT los neutros de los primarios son con neutro aislado.

Aunque no fuera el caso, muchas veces se desprecia para el cálculo de CC. Si se tomara en cuenta se considera $Z_0 = Z$

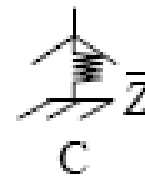
7 – Transformadores de 2 arrollamientos

Por ser máquinas estáticas:

$$Z_a = Z_s$$

Z_0 dependerá de la forma de conexión del neutro.

Conexiones posibles:



Combinaciones posibles: AA, AB, AC, AD, BB, BC, BD, CC, CD, DD

7 – Transformadores de 2 arrollamientos

$$\bar{E}_s = 3I_s Z'_n$$

$$\bar{E}_p = n\bar{E}_s \quad I_s = nI_p$$

$$\bar{E}_s = 3I_p n Z'_n$$

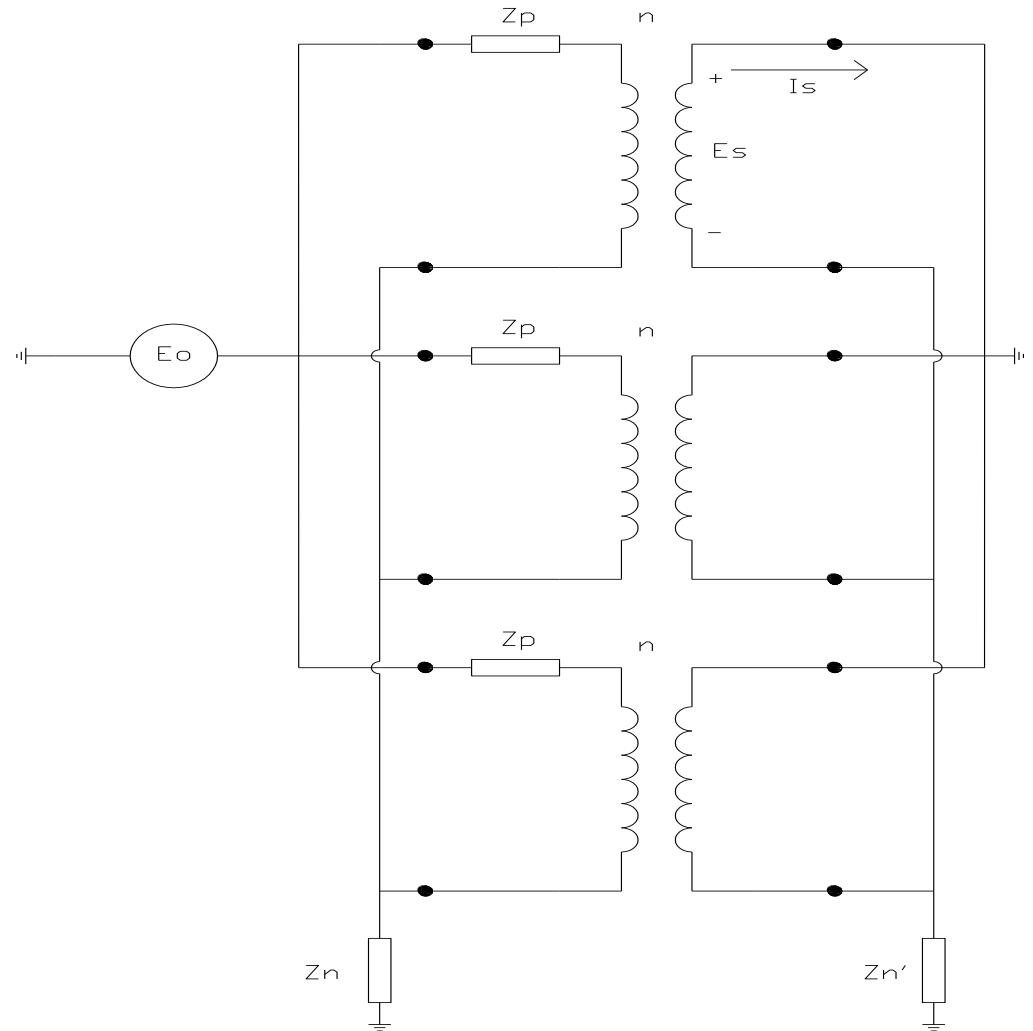
$$\bar{E}_p = 3I_p n^2 Z'_n$$

$$\bar{E}_o = \bar{E}_p + I_p (Z_p + 3Z_n)$$

$$\bar{E}_o = I_p (Z_p + 3Z_n + 3Z'_n n^2)$$

$$Z_o = \frac{\bar{E}_o}{I_p} = Z_p + 3Z_n + 3Z'_n n^2$$

$$\text{En pu: } z_o = 3(z_n + z'_n) + z_p$$



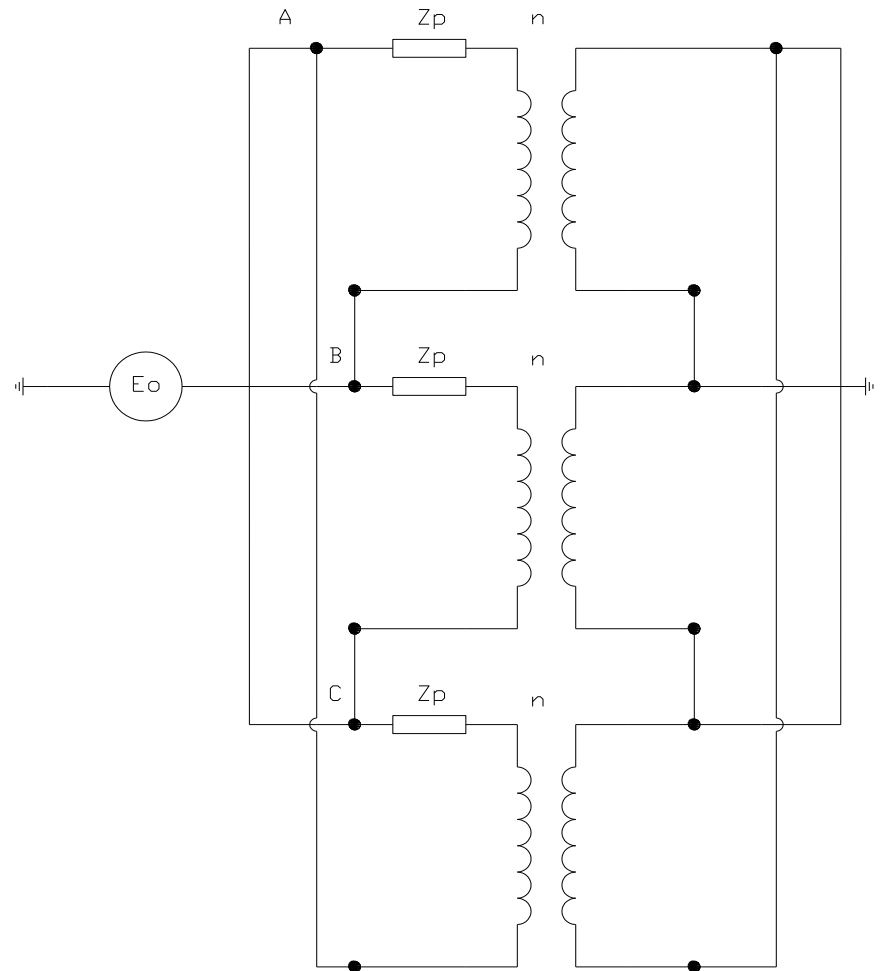
7 – Transformadores de 2 arrollamientos

$$\overline{V}_{AN} = \overline{V}_{BN} = \overline{V}_{CN} = \overline{E}_o$$

$$\overline{V}_{AB} = \overline{V}_{BC} = \overline{V}_{CA} = \overline{E}_o - \overline{E}_o = 0$$

$$\overline{I}_P = 0$$

$$\overline{Z}_o = \infty$$



7 – Transformadores de 2 arrollamientos

$$Z_p = Z_{pp} + n^2 Z_{ss}$$

$$E_s = Z_{ss} I_s$$

$$E_p = nE_s \quad I_s = nI_p$$

$$\frac{1}{n} E_p = Z_{ss} nI_p$$

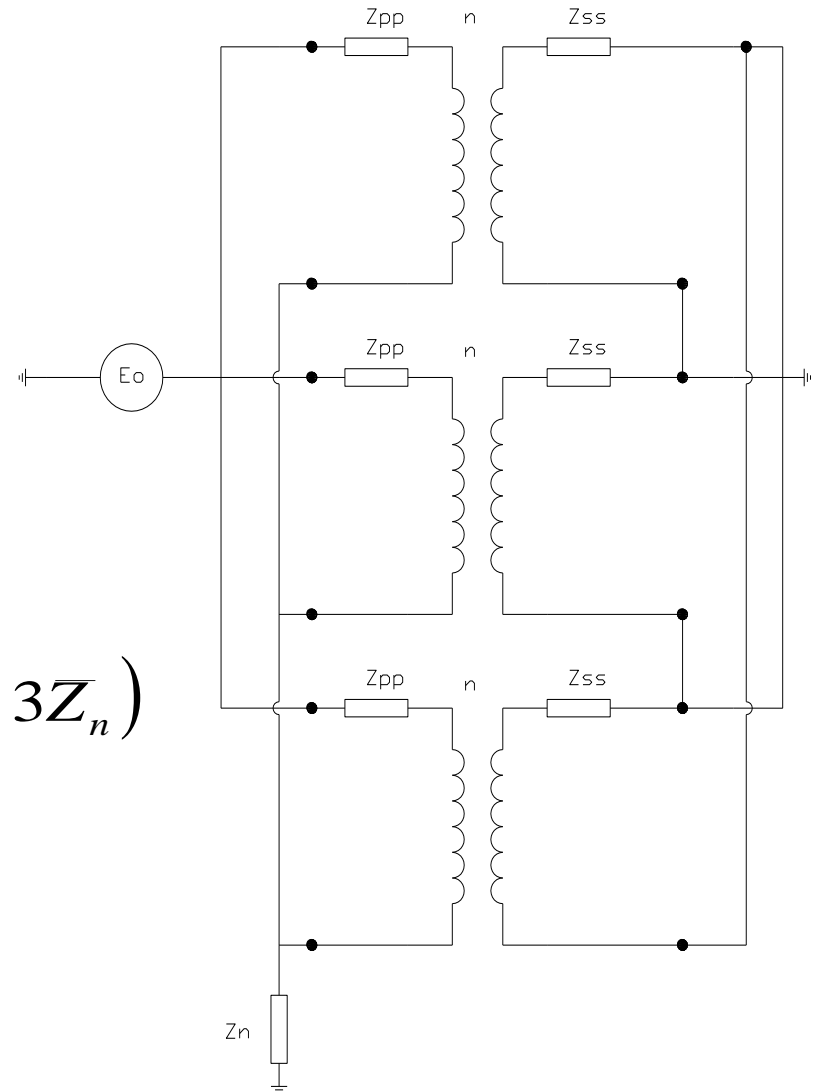
$$E_p = Z_{ss} n^2 I_p$$

$$E_o = E_p + I_p (Z_{pp} + 3Z_n)$$

$$E_o = I_p (Z_{pp} + Z_{ss} n^2 + 3Z_n) = I_p (Z_p + 3Z_n)$$

$$Z_o = \frac{E_o}{I_p} = Z_p + 3Z_n$$

En pu: $z_o = 3z_n + z$



7 – Transformadores de 2 arrollamientos

Se analizarán las impedancias de secuencia cero vistas (en el equivalente fase - neutro) de cada lado del transformador. X_t será la reactancia del transformador.

X_t y Z expresadas al mismo nivel de tensión

Combinaciones: AA, AB, AC, AD



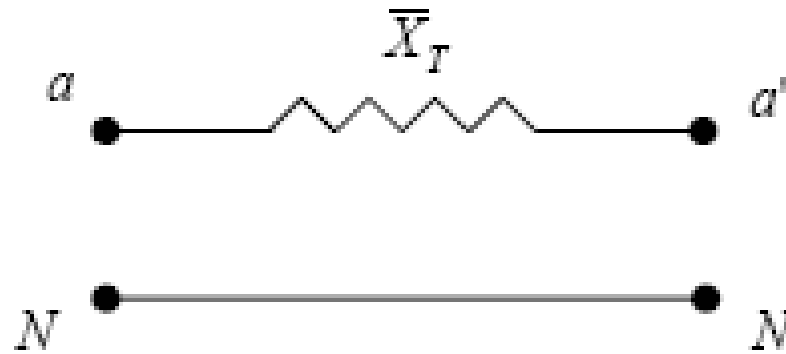
Representación fase neutro:



Resulta $\bar{Z}_0 = \infty$

7 – Transformadores de 2 arrollamientos

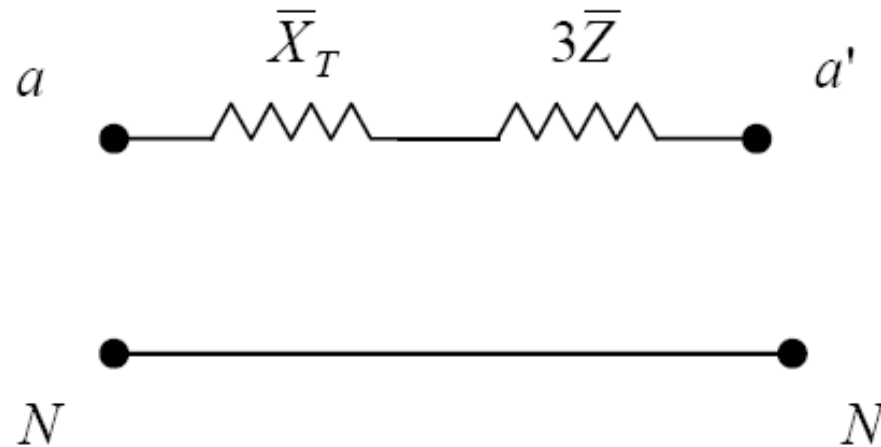
Combinación: BB



Resulta $Z_0 = X_t$

7 – Transformadores de 2 arrollamientos

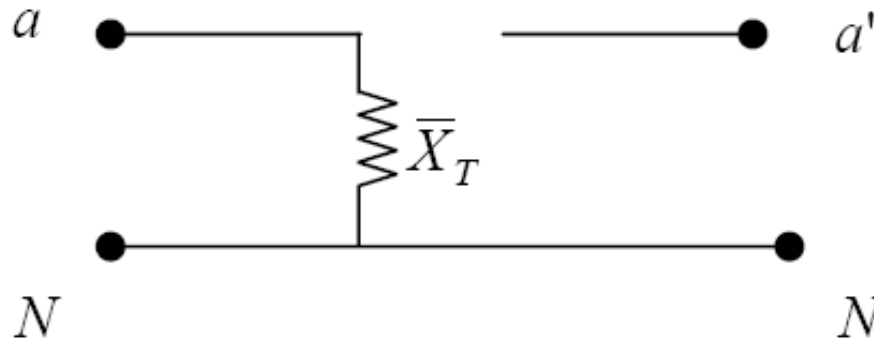
Combinación: BC



Resulta $Z_0 = X_t + 3Z$

7 – Transformadores de 2 arrollamientos

Combinación: BD

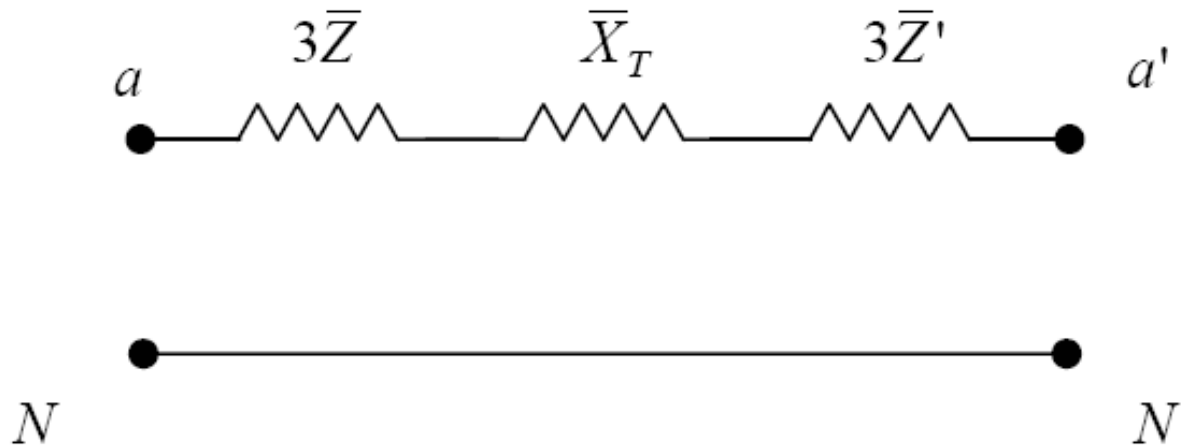
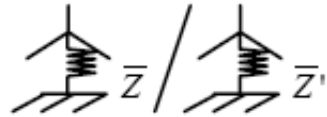


Resulta: $Z_0 = X_t$ vista desde el primario

$Z_0 = \infty$ vista desde el secundario

7 – Transformadores de 2 arrollamientos

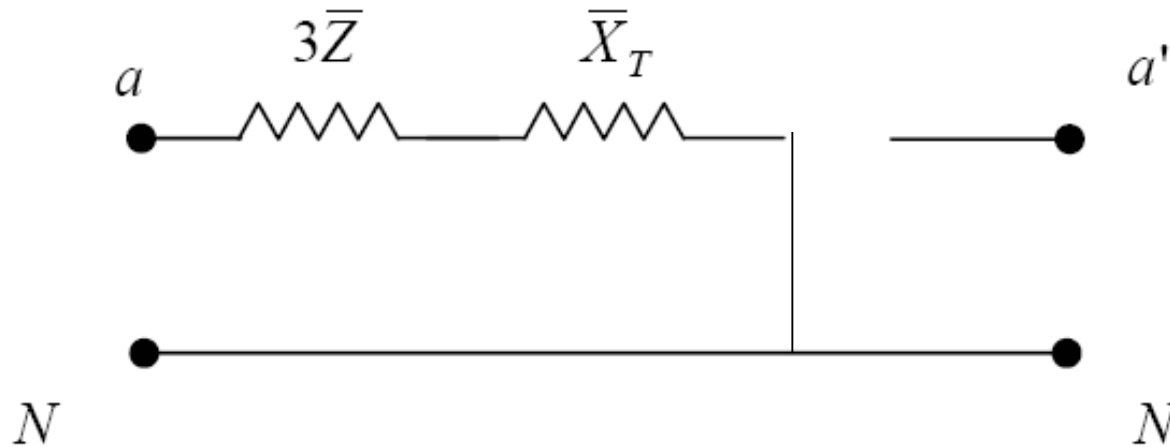
Combinación: CC



Resulta : $Z_0 = X_t + 3Z + 3Z'$

7 – Transformadores de 2 arrollamientos

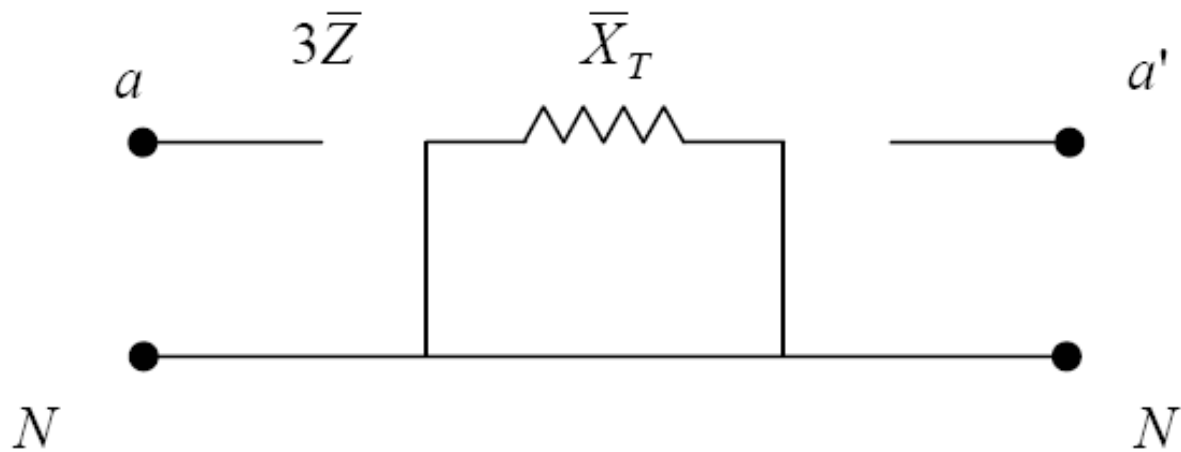
Combinación: CD 



Resulta : $Z_0 = X_t + 3Z$

7 – Transformadores de 2 arrollamientos

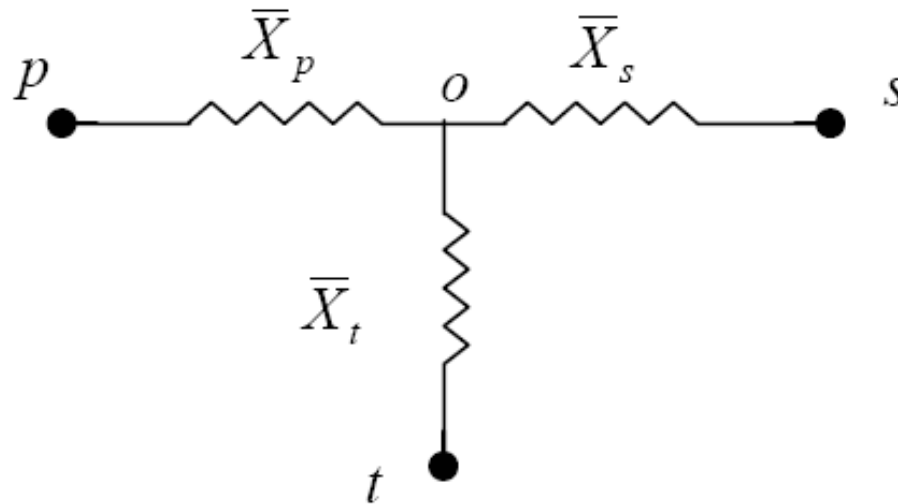
Combinación: CD 



Resulta : $Z_0 = \infty$

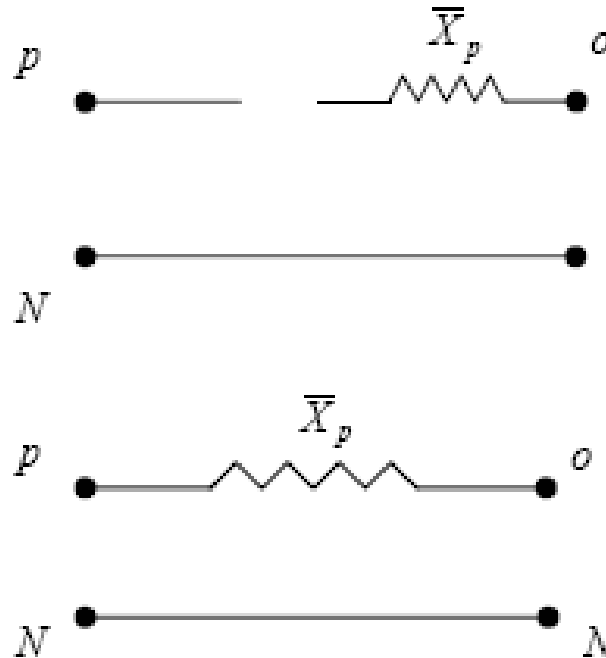
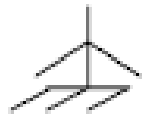
8 – Transformadores de 3 arrollamientos

Circuito equivalente fase neutro en el caso general:



8 – Transformadores de 3 arrollamientos

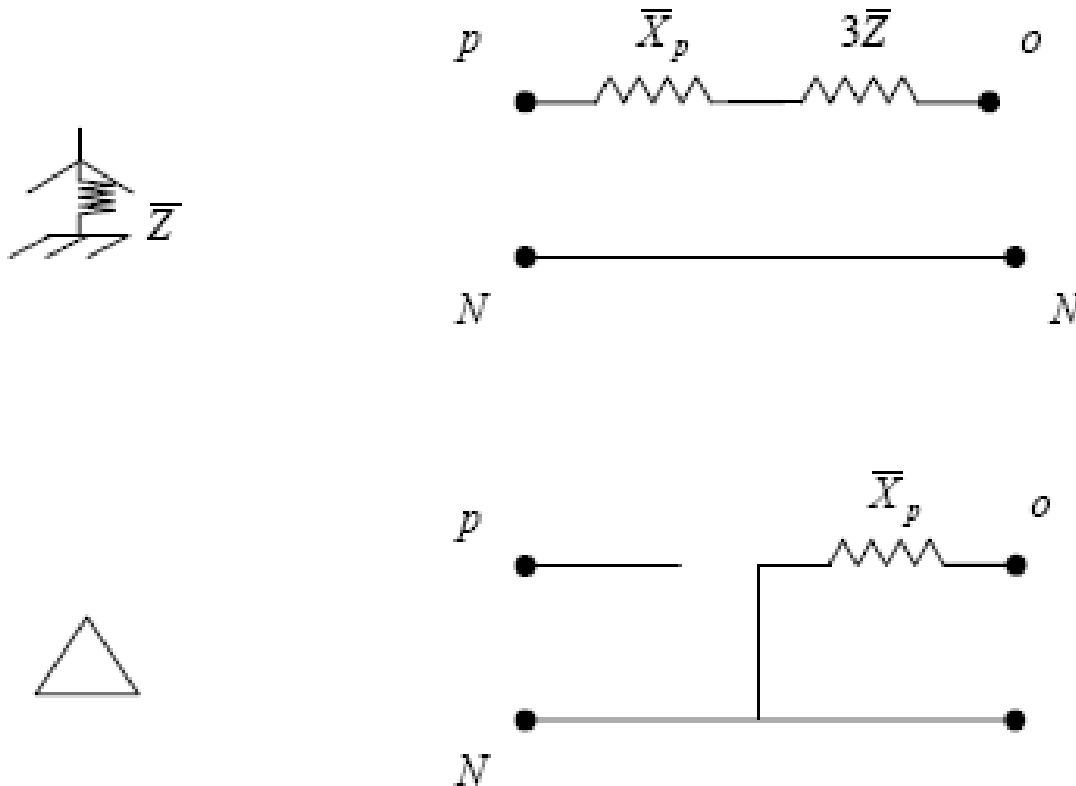
Relacionando el lado primario p con o , obtenemos las siguientes posibilidades:



desde p :
 $\bar{Z}_o = \infty$

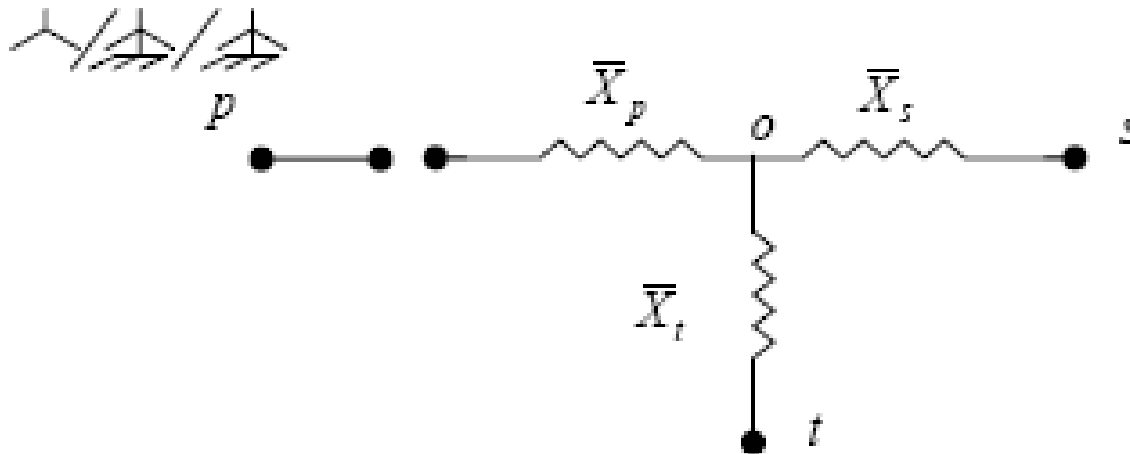
8 – Transformadores de 3 arrollamientos

Relacionando el lado primario p con o , obtenemos las siguientes posibilidades:

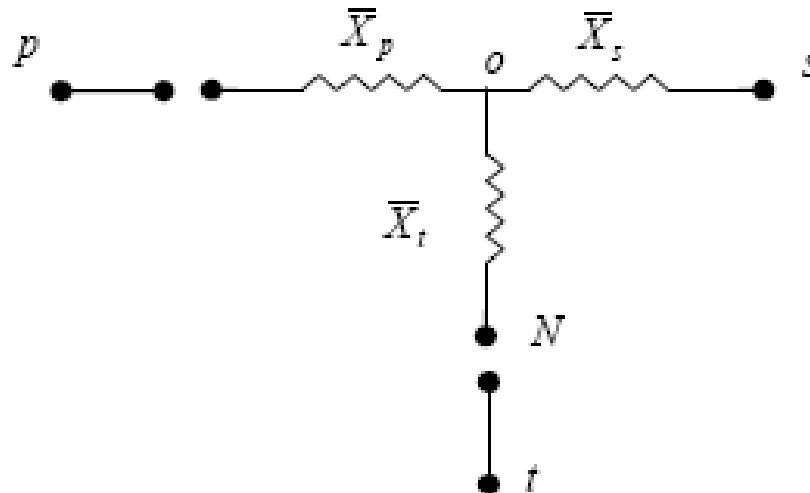


8 – Transformadores de 3 arrollamientos

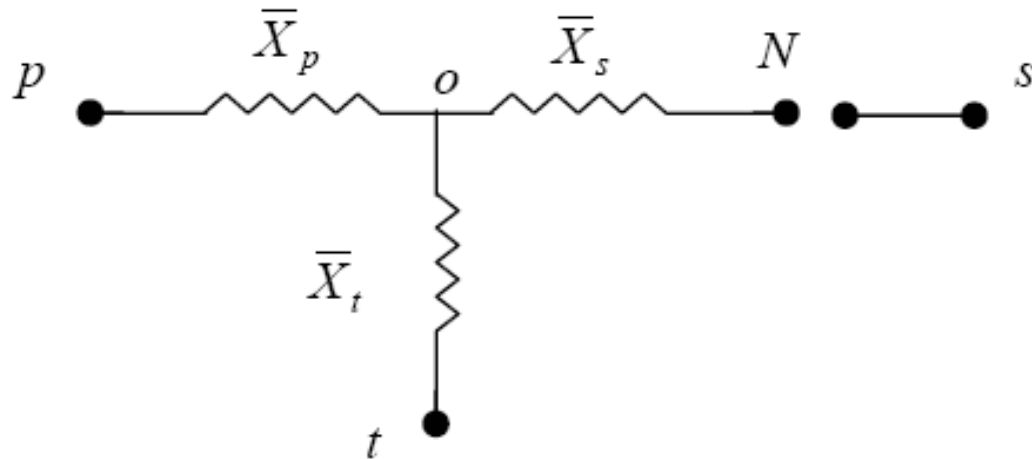
Algunas combinaciones posibles para $p/s/t$:



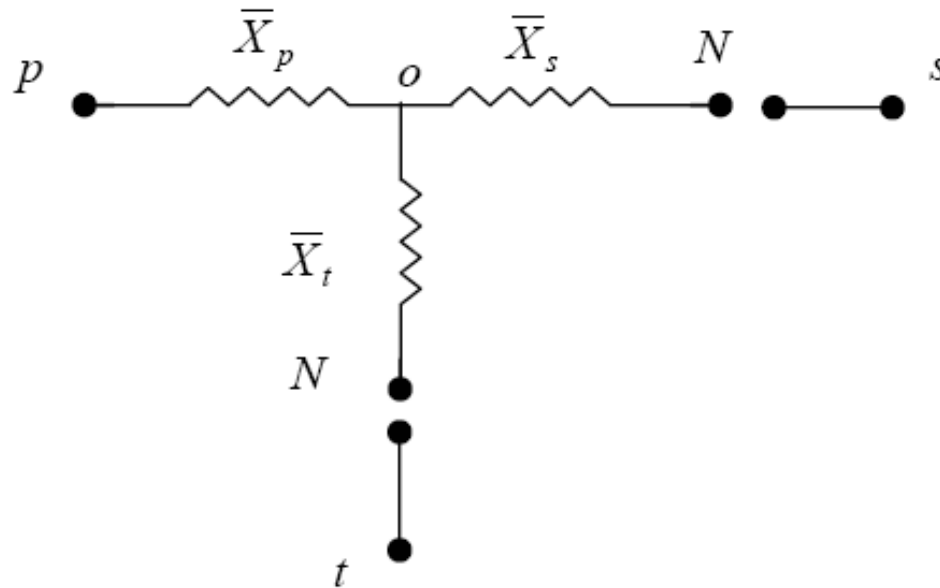
8 – Transformadores de 3 arrollamientos



8 – Transformadores de 3 arrollamientos



8 – Transformadores de 3 arrollamientos

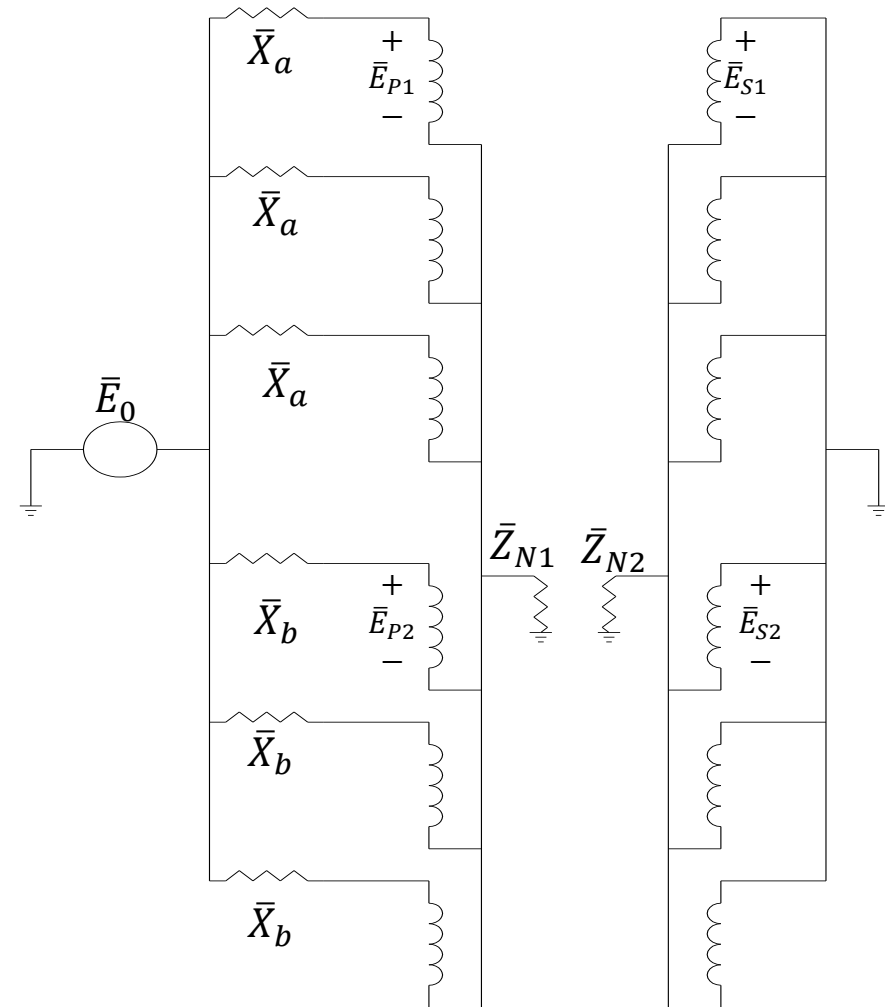


Transformadores en paralelo que comparten aterramiento

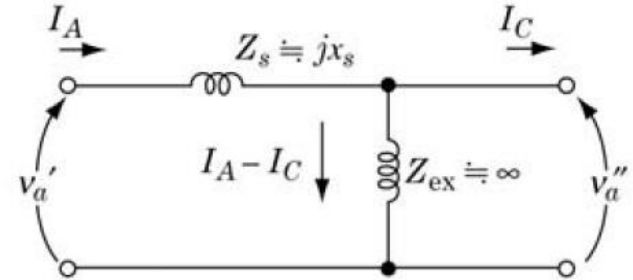
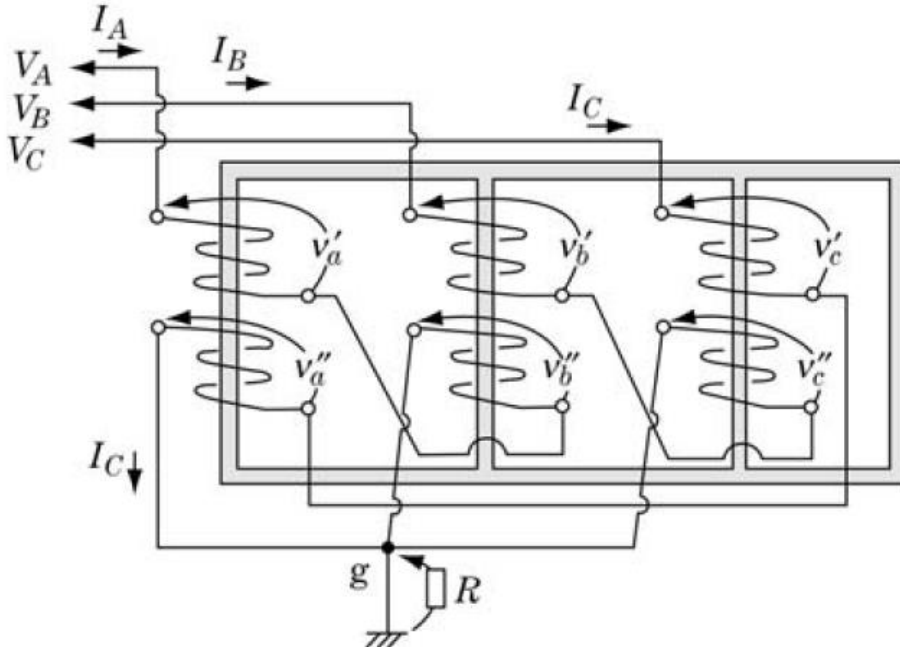
- Desarrollo para el caso de 2 transformadores de igual relación de transformación (n) y tensiones nominales pero de impedancias distintas.

- $\bar{E}_{S1} = \bar{E}_{S2} = 3(\bar{I}_{S1} + \bar{I}_{S2})\bar{Z}_{N2}$
- $\bar{E}_{P1} = \bar{E}_{P2} = 3n^2(\bar{I}_{P1} + \bar{I}_{P2})\bar{Z}_{N2}$
- $\bar{E}_0 = \bar{I}_{P1}\bar{X}_a + (\bar{I}_{P1} + \bar{I}_{P2})(3\bar{Z}_{N1} + 3n^2\bar{Z}_{N2})$
- $\bar{E}_0 = \bar{I}_{P2}\bar{X}_b + (\bar{I}_{P1} + \bar{I}_{P2})(3\bar{Z}_{N1} + 3n^2\bar{Z}_{N2})$
- $\bar{I}_{P1}\bar{X}_a = \bar{I}_{P2}\bar{X}_b$
- Impedancia equivalente fase-neutro

- $$\frac{\bar{E}_0}{(\bar{I}_{P1} + \bar{I}_{P2})} = \frac{\bar{I}_{P1}\bar{X}_a + (\bar{I}_{P1} + \bar{I}_{P2})(3\bar{Z}_{N1} + 3n^2\bar{Z}_{N2})}{(\bar{I}_{P1} + \bar{I}_{P2})}$$
- $$\frac{\bar{E}_0}{(\bar{I}_{P1} + \bar{I}_{P2})} = \frac{\bar{I}_{P1}\bar{X}_a}{\left(\bar{I}_{P1} + \frac{\bar{X}_a}{\bar{X}_b}\bar{I}_{P1}\right)} + (3\bar{Z}_{N1} + 3n^2\bar{Z}_{N2})$$
- $$\frac{\bar{E}_0}{(\bar{I}_{P1} + \bar{I}_{P2})} = \frac{\bar{X}_a\bar{X}_b}{(\bar{X}_a + \bar{X}_b)} + (3\bar{Z}_{N1} + 3n^2\bar{Z}_{N2})$$



9 – Transformador ZigZag



$$\bar{v}'_a - \bar{v}''_a = \bar{Z}_s \bar{I}_A$$

$$\bar{v}'_b - \bar{v}''_b = \bar{Z}_s \bar{I}_B$$

$$\bar{v}'_c - \bar{v}''_c = \bar{Z}_s \bar{I}_C$$

$$\bar{V}_A = \bar{v}'_a - \bar{v}''_b + \bar{V}_g$$

$$\bar{V}_B = \bar{v}'_b - \bar{v}''_c + \bar{V}_g$$

$$\bar{V}_C = \bar{v}'_c - \bar{v}''_a + \bar{V}_g$$

$$\bar{V}_g = (\bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C) \cdot R$$

$$\bar{v}''_a = \bar{Z}_{ex} (\bar{I}_A - \bar{I}_C)$$

$$\bar{v}''_b = \bar{Z}_{ex} (\bar{I}_B - \bar{I}_A)$$

$$\bar{v}''_c = \bar{Z}_{ex} (\bar{I}_C - \bar{I}_B)$$

9 – Transformador ZigZag

$$\begin{aligned}\bar{V}_A &= (\bar{Z}_s + 2\bar{Z}_{ex} + R)\bar{I}_A + (R - \bar{Z}_{ex})\bar{I}_B + (R - \bar{Z}_{ex})\bar{I}_C \\ \bar{V}_B &= (R - \bar{Z}_{ex})\bar{I}_A + (\bar{Z}_s + 2\bar{Z}_{ex} + R)\bar{I}_B + (R - \bar{Z}_{ex})\bar{I}_C \\ \bar{V}_C &= (R - \bar{Z}_{ex})\bar{I}_A + (R - \bar{Z}_{ex})\bar{I}_B + (\bar{Z}_s + 2\bar{Z}_{ex} + R)\bar{I}_C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_0 &= (\bar{Z}_s + 3R)\bar{I}_0 \\ \bar{V}_1 &= (\bar{Z}_s + 3\bar{Z}_{ex})\bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 &= (\bar{Z}_s + 3\bar{Z}_{ex})\bar{I}_2\end{aligned}$$

$$\bar{Z}_0 = \frac{\bar{V}_0}{\bar{I}_0} = \bar{Z}_s + 3R$$

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \bar{Z}_s + 3\bar{Z}_{ex} \cong \infty$$