

La Línea Larga como Cuadripolo Pasivo

Dr. Ing. Mario Vignolo

Modelo de parámetros concentrados

- Solamente en el caso de líneas cortas de transmisión, éstas pueden representarse mediante un elemento concentrado (ej. R en serie con L)
- La representación de un circuito mediante un elemento concentrado significa que en cada instante la corriente es la misma en todo punto del circuito

Modelo de parámetros distribuidos

- Una línea larga de transmisión posee a la vez R , L y C repartidos todo a lo largo de la línea
- Estudiaremos el caso de un circuito homogéneo constituido por un conductor de fase de una línea trifásica de transmisión de energía y el neutro



Modelo de la Línea Larga/1

HIPÓTESIS: Cada unidad de longitud de un conductor de la línea tiene:

- Resistencia r uniformemente distribuida, definida a partir del efecto Joule desarrollado $r dx$ en un elemento infinitesimal dx , recorrido por una corriente de pulsación w y valor eficaz 1 A
- Conductancia g uniformemente repartida, definida a partir de la potencia $g dx$ perdida en el elemento dx por defecto de aislación o pérdidas dieléctricas, cuando el voltaje eficaz entre fase y neutro es 1 V

Modelo de la Línea Larga/2

- Self o inductancia l uniformemente distribuida, definida a partir de la potencia reactiva $(ldx)\omega$ consumida en el elemento infinitesimal dx , recorrido por una corriente de pulsación ω y valor eficaz 1 A
- Capacidad c uniformemente repartida, definida a partir de la potencia reactiva $(cdx)\omega$ que suministra el elemento dx , cuando el voltaje eficaz entre fase y neutro es 1 V

Modelo de la Línea Larga/3

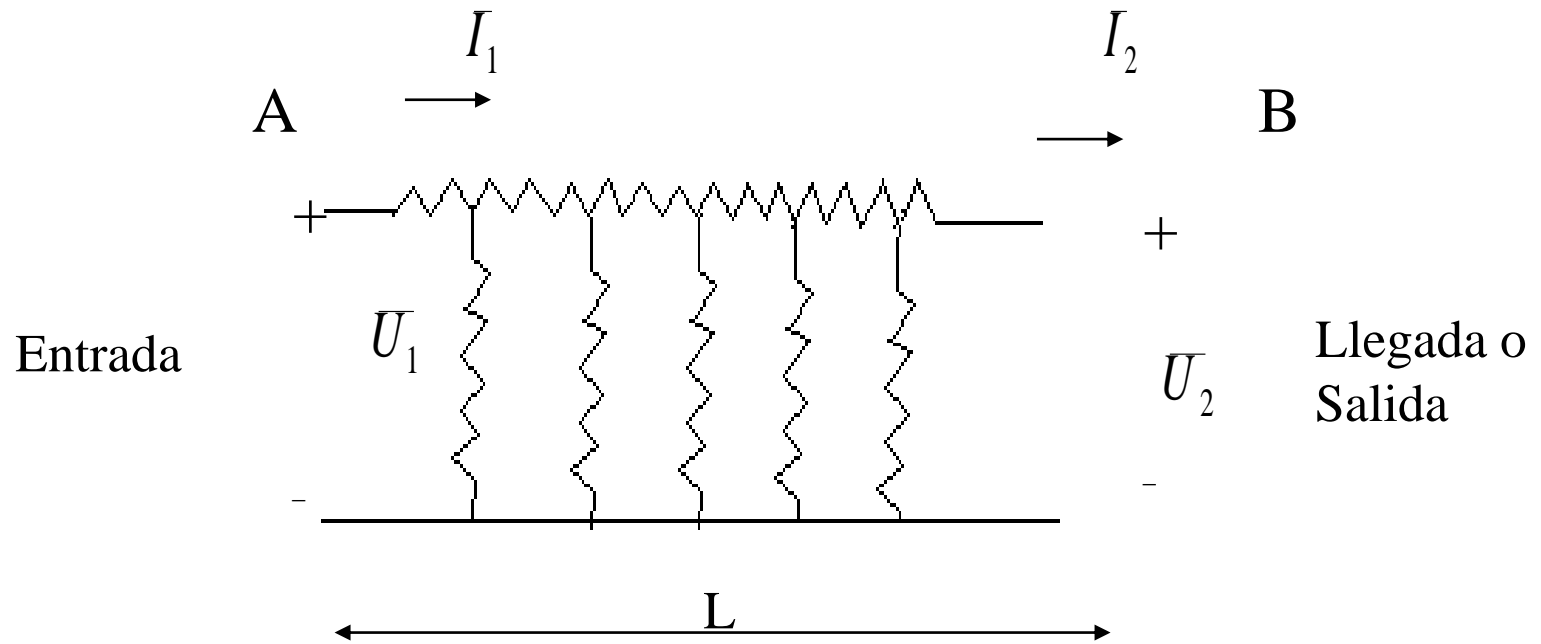
- Definiciones:
 - Impedancia unitaria (ohm / unidad de long.):

$$z = r + l\omega j$$

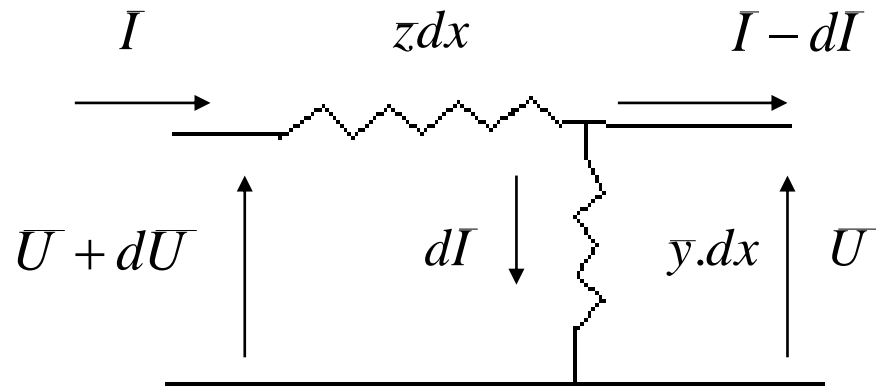
- Admitancia unitaria (mho / unidad de long.):

$$y = g + c\omega j$$

Modelo de la Línea Larga/4



Modelo de la Línea Larga/5



$$dU = (z dx) I$$
$$dI = (y dx) U$$

Modelo de la Línea Larga/6

$$\begin{array}{l} dU = (zdx)I \\ dI = (ydx)U \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} \frac{dU}{dx} = zI \\ \frac{dI}{dx} = yU \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} \frac{d^2U}{dx^2} = zyU \\ \frac{d^2I}{dx^2} = zyI \end{array}$$

$$\lambda^2 - zy = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma = \sqrt{zy} \\ -\gamma \end{array} \right.$$

Modelo de la Línea Larga/7

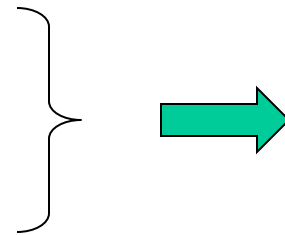
$$U = \bar{M}e^{\gamma x} + \bar{N}e^{-\gamma x}$$

$$I = \bar{P}e^{\gamma x} + \bar{Q}e^{-\gamma x}$$

$$\frac{dU}{dx} = zI \quad \longrightarrow \quad M\gamma e^{\gamma x} - N\gamma e^{-\gamma x} \equiv z\bar{P}e^{\gamma x} + z\bar{Q}e^{-\gamma x}$$

$$M\gamma = z\bar{P}$$

$$-N\gamma = z\bar{Q}$$



$$\bar{P} = \frac{M\gamma}{z}$$

$$\bar{Q} = -\frac{N\gamma}{z}$$

Modelo de la Línea Larga/8

Impedancia característica: $Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}}$

$$\left. \begin{aligned} \bar{P} &= \frac{M}{Z_c} \\ \bar{Q} &= -\frac{N}{Z_c} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} U &= Me^{\gamma x} + Ne^{-\gamma x} \\ I &= \frac{1}{Z_c} (Me^{\gamma x} - Ne^{-\gamma x}) \end{aligned}$$

Modelo de la Línea Larga/9

$$e^{\gamma x} = ch\gamma x + sh\gamma x$$

$$e^{-\gamma x} = ch\gamma x - sh\gamma x$$

$$U = (M + N)ch\gamma x + (M - N)sh\gamma x$$

$$I = \frac{1}{Z_c} [(M - N)ch\gamma x + (M + N)sh\gamma x]$$

Modelo de la Línea Larga/10

Condiciones de borde: $U(0) = U_2$
 $I(0) = I_2$

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= M + N \\ I_2 &= \frac{M - N}{Z_c} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} U &= U_2 ch \gamma x + Z_c I_2 sh \gamma x \\ I &= \frac{U_2}{Z_c} sh \gamma x + I_2 ch \gamma x \end{aligned}$$

Modelo de la Línea Larga/11

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= \bar{U}_2 \operatorname{ch} \gamma L + Z_c I_2 \operatorname{sh} \gamma L \\ \bar{I}_1 &= \frac{\bar{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma L + I_2 \operatorname{ch} \gamma L \end{aligned}$$

$$\bar{A} = \operatorname{ch} \gamma L \quad \bar{B} = Z_c \cdot \operatorname{sh} \gamma L$$

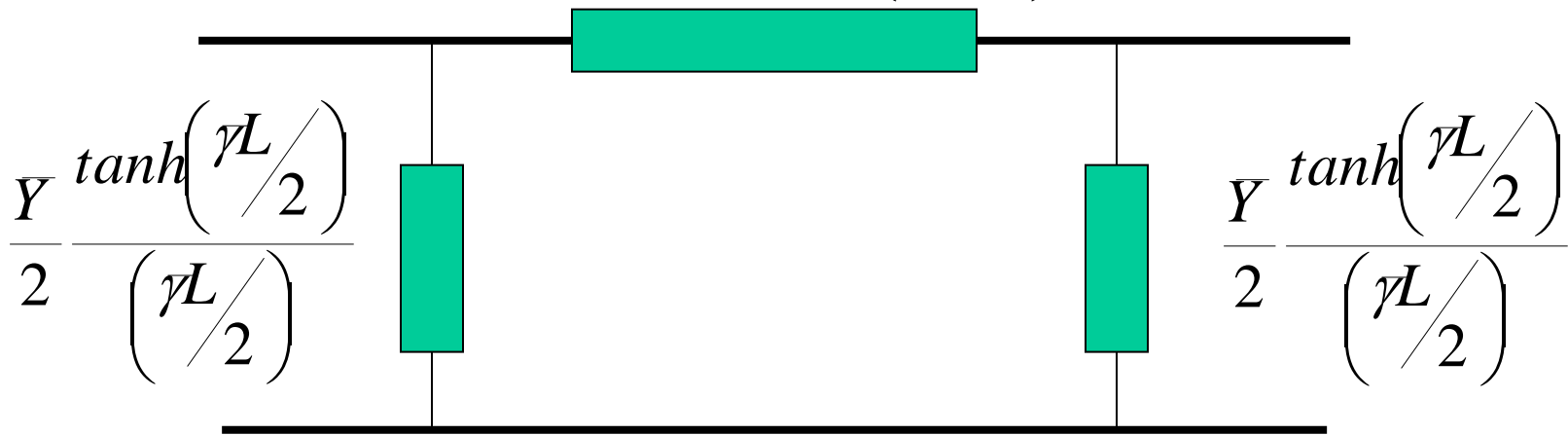
$$\bar{C} = \frac{\operatorname{sh} \gamma L}{Z_c} \quad \bar{D} = \operatorname{ch} \gamma L$$

Para verificar que el cuadripolo es pasivo y para hallar su modelo PI recordar las siguientes igualdades:

$$\tanh(x/2) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)+1} = \frac{\cosh(x)-1}{\sinh(x)} \text{ and } \cosh(x)^2 - \sinh(x)^2 = 1$$

Modelo de la Línea Larga/12

$$Z_c \operatorname{sh}(\gamma L) = Z \left(\frac{\operatorname{sh} \gamma L}{\gamma L} \right)$$



$$\bar{B} = \bar{Z}_c \cdot \operatorname{sh} \gamma L = \sqrt{\frac{\bar{z}}{\bar{y}}} \frac{\bar{\gamma} L}{\gamma L} \operatorname{sh} \gamma L = \bar{Z} \cdot \frac{\operatorname{sh} \gamma L}{\gamma L}$$

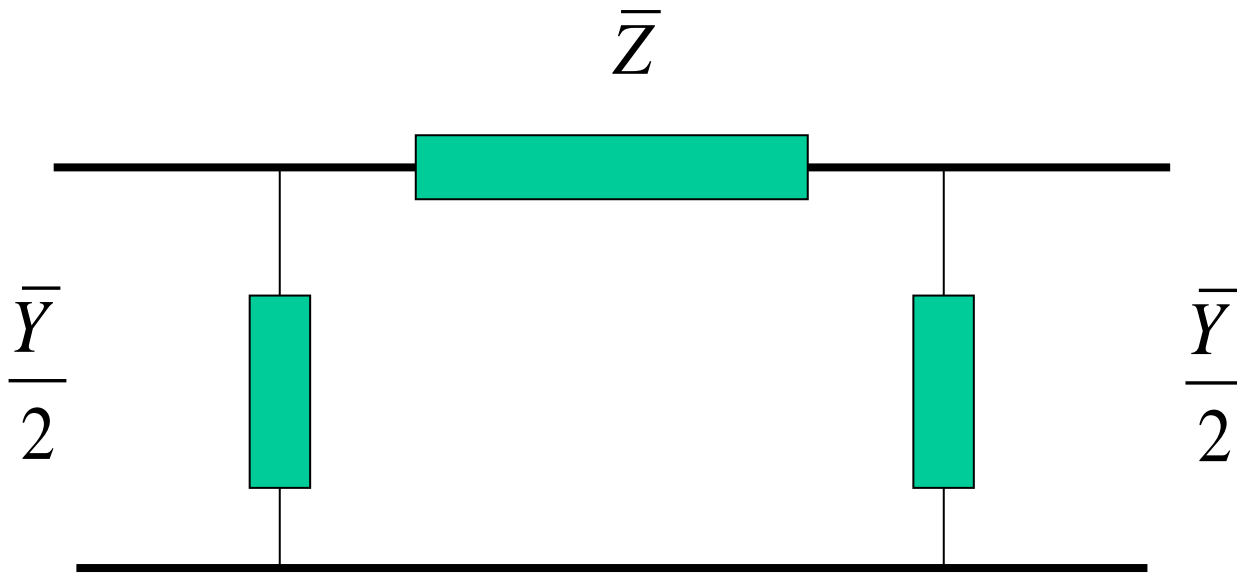
$$\frac{\bar{B}}{\bar{A} - 1} = \frac{\bar{Z}_c \cdot \operatorname{sh} \gamma L}{\operatorname{ch} \gamma L - 1} = \frac{\operatorname{sh} \gamma L}{\operatorname{ch} \gamma L - 1} \bar{Z}_c$$

Modelo de la Línea Larga/13

- Líneas “cortas”: menos de 80 km;
- Líneas de longitud “media”: entre 80 y 240 km aprox.;
- Líneas “largas” son las de más de 240 km.

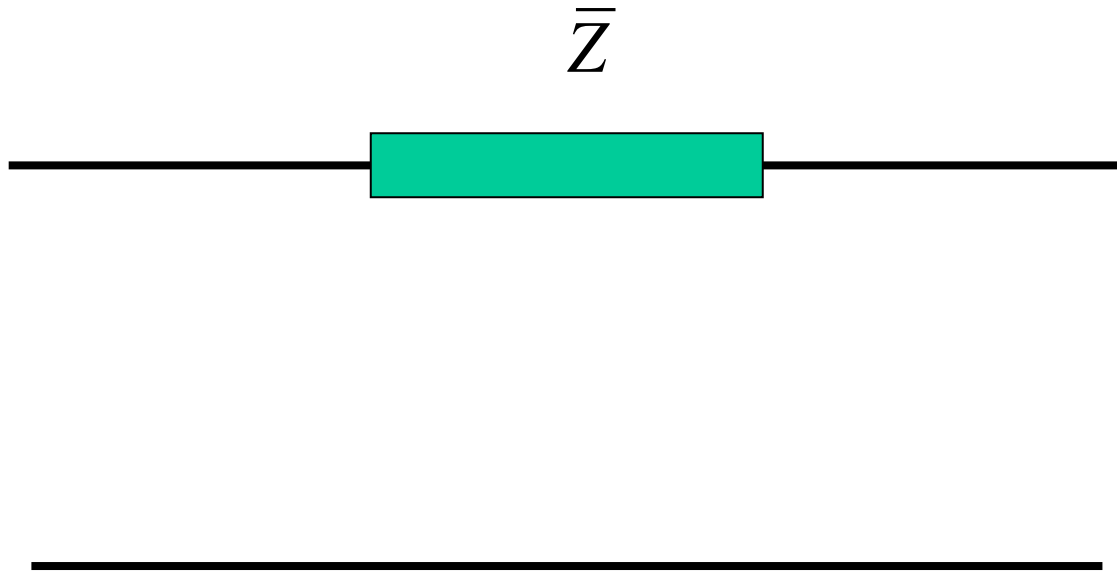
Modelo de la Línea Larga/14

Modelo para la línea de longitud “media”:



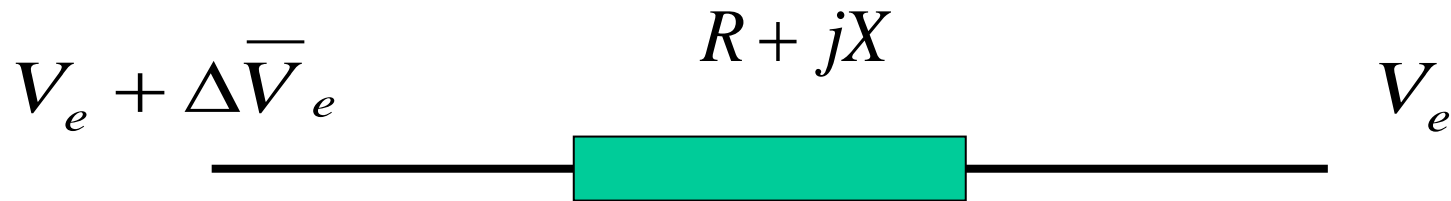
Modelo de la Línea Larga/15

Modelo para la línea “corta”:



Modelo de la Línea Larga/16

Control de tensión:

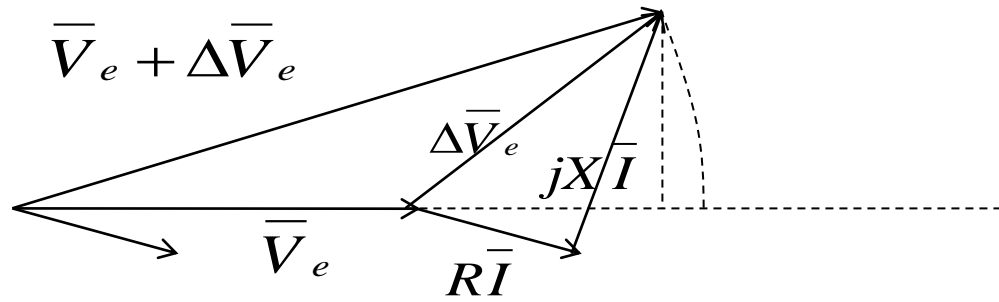
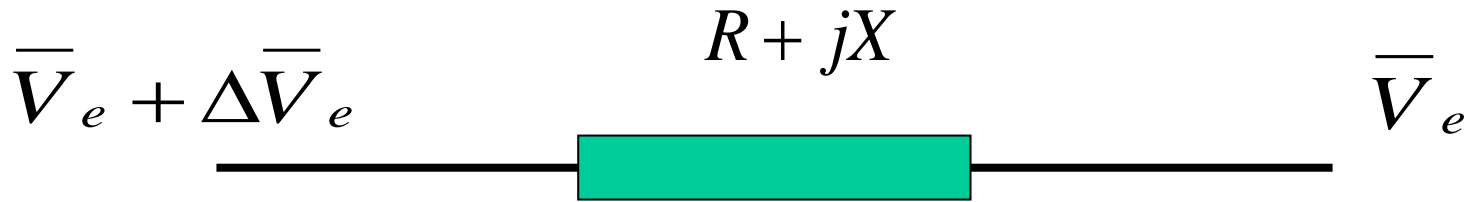


$$\Delta \bar{V}_e = (R + jX) \cdot \bar{I}$$

$$\bar{S} = \bar{V}_e \hat{I} \Rightarrow \bar{I} = \frac{P - jQ}{V_e}$$

$$\Delta \bar{V}_e = (R + jX) \cdot \frac{P - jQ}{V_e} = \frac{(RP + XQ) + j(XP - RQ)}{V_e}$$

Modelo de la Línea Larga/17



$$\Delta V_{me} \approx \text{Re}(\Delta\bar{V}_e) = \frac{RP + XQ}{V_e}$$

$$\Delta V_{mc} \approx \sqrt{3} \frac{R(P_T / 3) + X(Q_T / 3)}{V_c / \sqrt{3}}$$

$$\Delta V_{mc} \approx \frac{R \cdot P_T + X \cdot Q_T}{V_c}$$

Modelo de la Línea Larga/18

ESTRATEGIAS DE CONTROL DE REACTIVA:

- Suministro de potencia reactiva por baterías de condensadores
- Absorción de potencia reactiva mediante bobinas de inductancia colocadas en los extremos de las líneas;
- Suministro o absorción de potencia reactiva según del funcionamiento:
 - mediante máquinas síncronas (generatrices de las centrales o compensadores síncronas)
 - mediante compensadores estáticos de reactiva