CUADRIPOLOS DE POTENCIA

Transferencia de potencia a través de cuadripolos

Dr. Ing. Mario Vignolo

FACULTAD DE INGENIERIA

CONTENIDO:

- Un problema simple
- Generalización: El problema del flujo de carga
- Definición del cuadripolo de potencia
- Interpretación del cuadripolo en una red trifásica
- Algebra de cuadripolos

CONTENIDO:

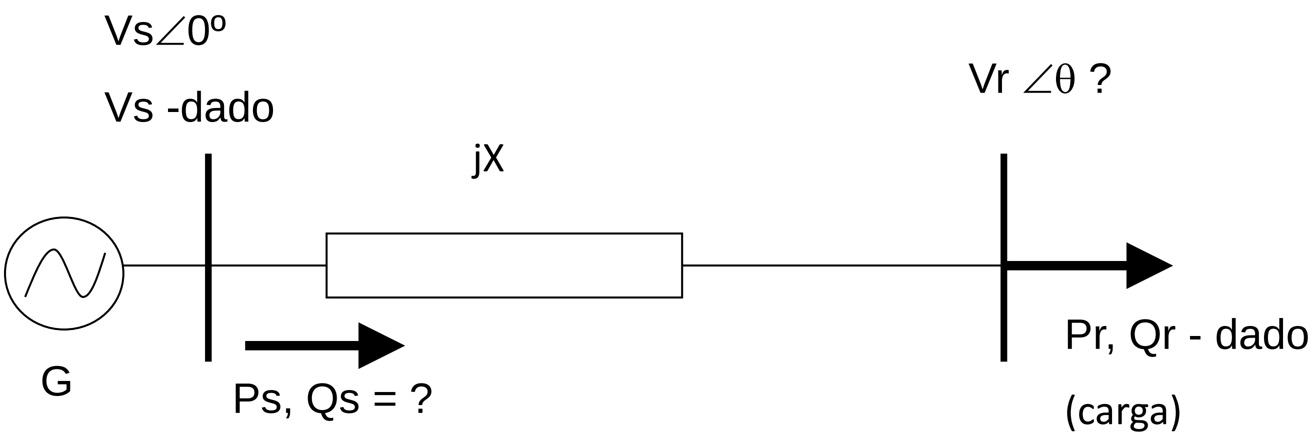
- Potencias entrantes y salientes en función de tensiones terminales y su defasaje

- Modificación introducida por un cuadripolo en las condiciones eléctricas de un circuito

FACULTAD DE INGENIERIA

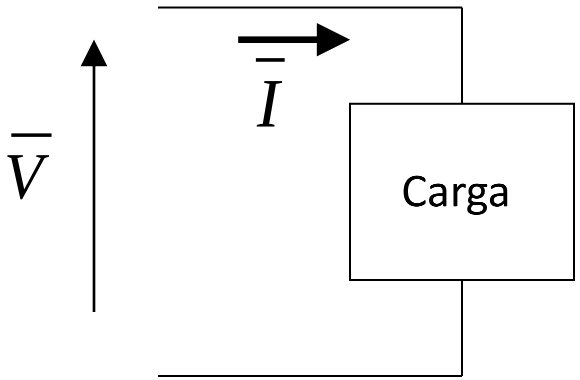
Un problema simple/1

Ejemplo: Problema de flujo de carga para una red eléctrica de dos barras:

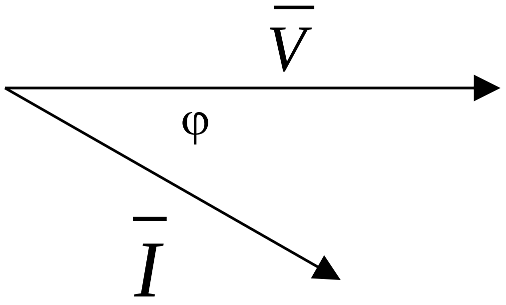


Un problema simple/2
Potencia compleja

Potencia compleja constante entregada a la carga.



P & Q constantes.

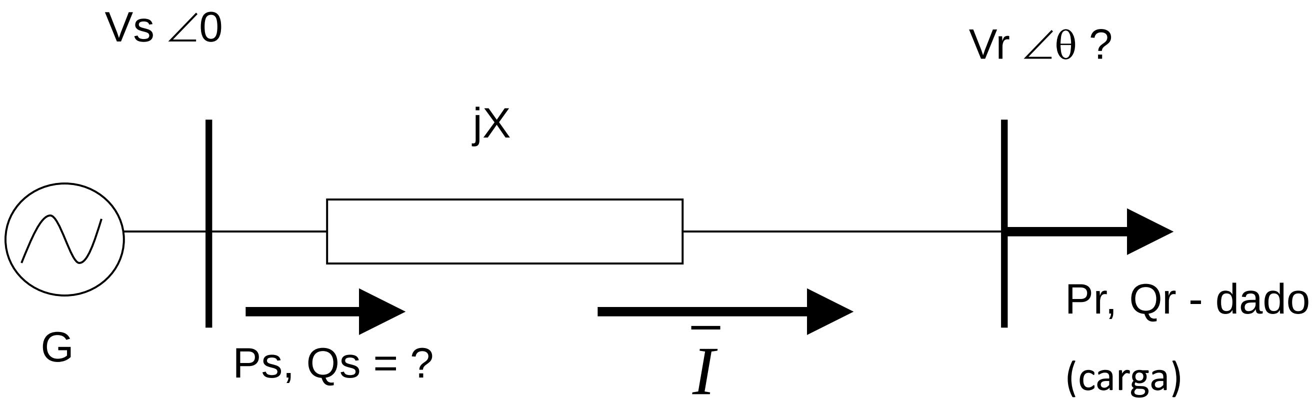


$$\bar{S} = \bar{V}\hat{I}$$

$$\bar{S} = P + jQ = VI\cos\varphi + jVI\,\mathrm{sen}\varphi$$

Q = P tan φ

Un problema simple/3



$$\bar{V}_s - \bar{V}_r = jX\bar{I}$$

$$\bar{S} = \bar{V}\hat{I}$$

$$\bar{V}_s - \bar{V}_r = jX\,\frac{P_r - jQ_r}{\hat{V}_r}$$

Relación no lineal!

Un problema simple/4

Solución Analítica: (posible solo para casos muy simples)

$$\overline{V}_s - \overline{V}_r = jX \cdot \frac{P_r - jQ_r}{\hat{V}_r}$$

$$\downarrow$$

$$(\overline{V}_s - \overline{V}_r) \cdot \hat{V}_r = jX \cdot (P_r - jQ_r)$$

$$\downarrow$$

$$V_s V_r (\cos\theta - j\,\mathrm{sen}\theta) - V_r^{\,2} = jXP_r + XQ_r$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\begin{aligned} V_s V_r \cos\theta - V_r^{\,2} &= XQ_r \\ V_s V_r \,\mathrm{sen}\,\theta &= -XP_r \end{aligned}}$$

Un problema simple/5

$$V_s V_r \cos\theta - V_r^{\,2} = XQ_r$$

$$V_s V_r \operatorname{sen}\theta = -XP_r$$

$$V_s^{\,2} V_r^{\,2} (\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta) = (V_r^{\,2} + XQ_r)^2 + (-XP_r)^2$$

$$V_r^{\,4} + (2XQ_r - V_s^{\,2}) \cdot V_r^{\,2} + X^2 (P_r^{\,2} + Q_r^{\,2}) = 0 \Rightarrow V_r$$

$$P_r = -\frac{V_s V_r}{X} \operatorname{sen}\theta \Rightarrow \theta$$

Un problema simple/6

$$V_r^{\,4} + (2XQ_r - V_s^{\,2}) \cdot V_r^{\,2} + X^2 (P_r^{\,2} + Q_r^{\,2}) = 0 \qquad P_r = -\frac{V_s V_r}{X} \operatorname{sen}\theta$$

Datos: $\Rightarrow P_r + jQ_r = 0.8 + j0.4(pu)$

$$V_s = 1(pu)$$

$$X = 0.1(pu)$$

$$V_r^{\,4} - 0.92 \cdot V_r^{\,2} + 0.008 = 0$$

$$H = V_r^{\,2} \Rightarrow H^2 - 0.92 \cdot H + 0.008 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$H_1 = 0.9112$$

$$H_2 = 0.008779$$

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

Un problema simple/7
Posibles soluciones

Vr	θ	comentario
+0.9545	-4.807	buena
+0.0937	-58.93	mala
-0.9545	+4.807	mala
-0.0937	+58.93	mala

Número de soluciones posibles:

2^2!

Un problema simple/8
Un procedimiento iterativo (Gauss Seidel)

$$\bar{V}_s - \bar{V}_r = jX \cdot \frac{P_r - jQ_r}{\hat{V}_r}$$

El algoritmo:

1. Fijar el índice de iteración i en 0.

2. Probar con un valor inicial para Vr(i) (módulo y fase - usualmente V=1 θ=0)

3.Calcular $\bar{V}_s - \bar{V}_r = jX \cdot \dfrac{P_r - jQ_r}{\hat{V}_r(i)}$

4. Calcular nuevo $V_r(i+1)$

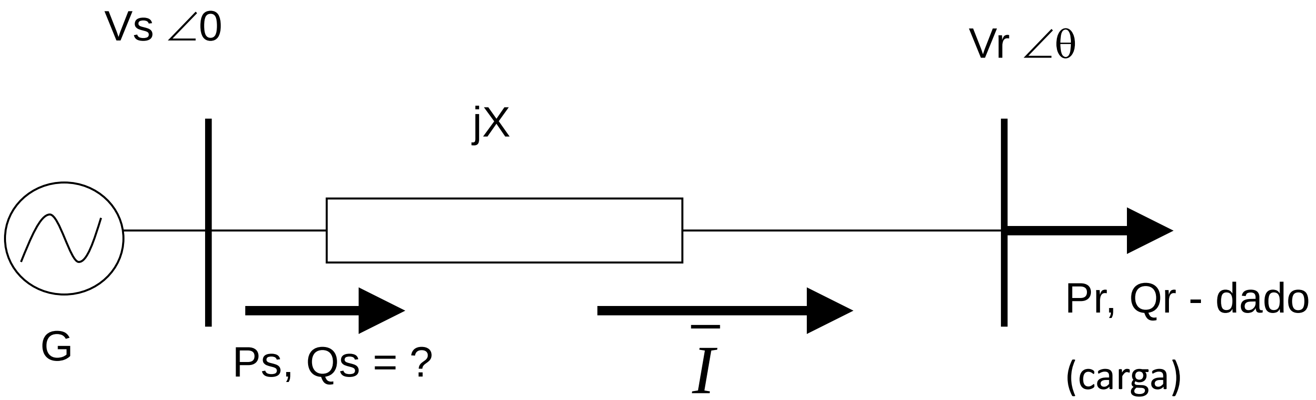
5. Calcular $|V_r(i+1) - V_r(i)| \leq \varepsilon$

6. Si el criterio de convergencia no es satisfecho, fijar i=i+1 e ir a 3.

FACULTAD DE INGENIERIA

Un problema simple/9
Cálculo de las potencias de entrada

Ps, Qs = ?



$$P_s + jQ_s = \overline{V}_s \hat{I} = \hat{V}_s \frac{P_r + jQ_r}{\overline{V}_r}$$

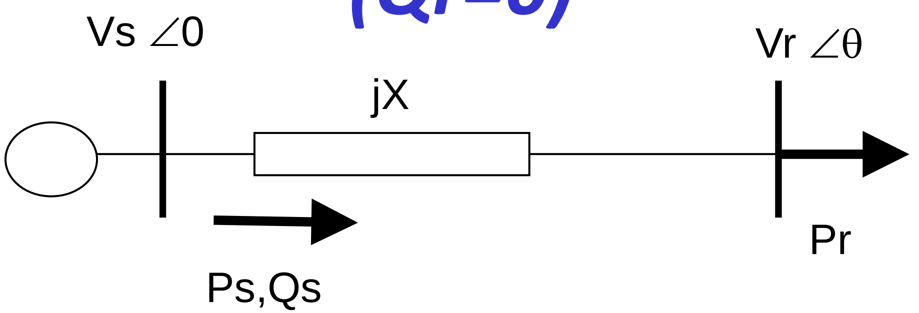
$$P_s + jQ_s = \frac{0.8 + j0.4}{0.9545(\cos(-4.807) + j\,\mathrm{sen}(-4.807))}$$

$$P_s + jQ_s = 0.8 + j0.4878$$

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

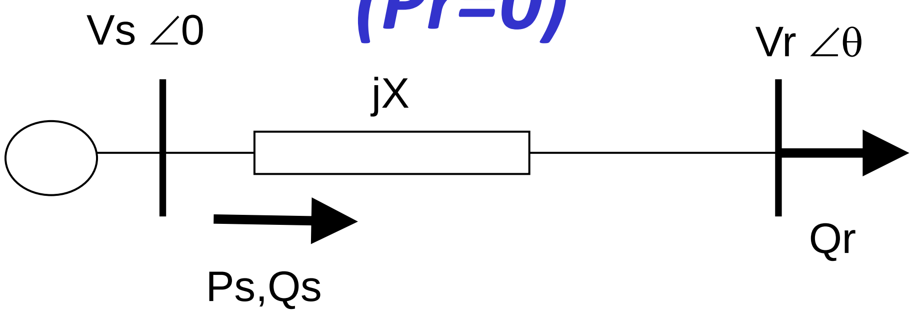
Un problema simple/10
Transporte de potencia activa (Qr=0)



Pr	Vr	θ	Ps	Qs
0.5	0.999	-2.87	0.5	0.025
1	0.995	-5.77	1	0.1
1.6	0.987	-9.33	1.6	0.26

FACULTAD DE INGENIERIA

Un problema simple/11
Transporte de potencia reactiva (Pr=0)



Qr	Vr	θ	Ps	Qs
0.5	0.947	0	0	0.53
1	0.887	0	0	1.127
1.6	0.8	0	0	2

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

Un problema simple/12
Control de potencia activa y reactiva

$$V_s V_r \cos\theta - V_r^{\,2} = XQ_r$$

$$V_s V_r \,\mathrm{sen}\,\theta = -XP_r$$

$$\boldsymbol{P_r = -\frac{V_s V_r}{X}\,\mathrm{sen}\theta}$$

$$\boldsymbol{P_r \approx \frac{V_s V_r}{X}(\theta_s - \theta_r)}$$

$$\boldsymbol{Q_r = \frac{V_r}{X}(V_s \cos\theta - V_r)}$$

$$\boldsymbol{Q_r \approx \frac{V_r}{X}(V_s - V_r)}$$

La potencia activa depende en forma proporcional de la diferencia entre los ángulos de fase de los voltajes de las barras.

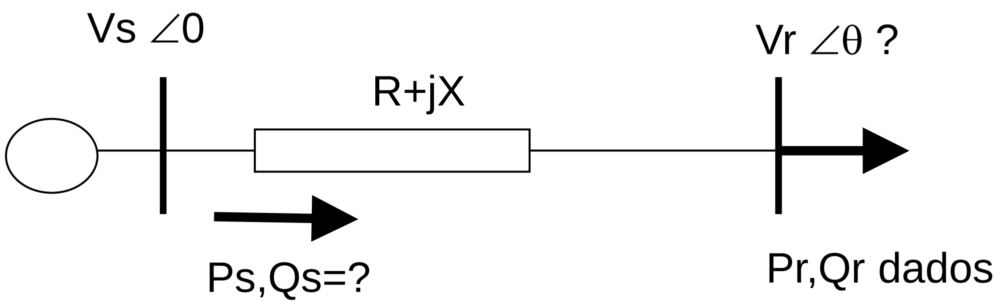
La potencia reactiva depende en forma proporcional de la diferencia entre los módulos de los voltajes de las barras.

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

Un problema simple/13
Ejercicio

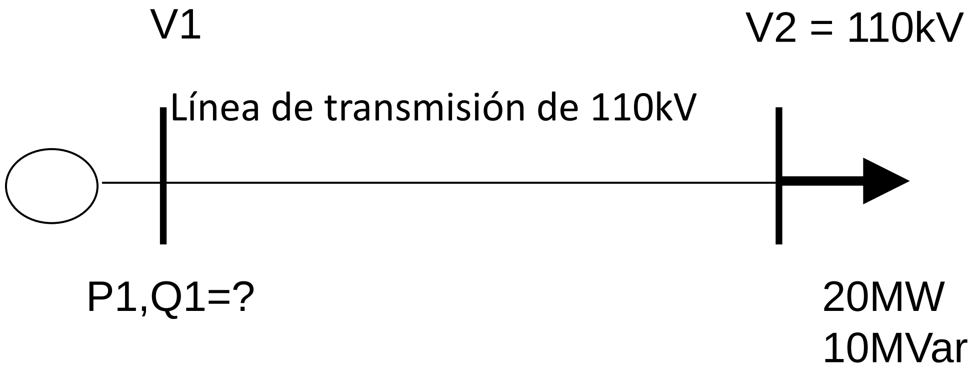
Realizar el cálculo de flujo de carga para el sistema de dos barras:



Pr=0.5pu, Qr=0.3pu, R=0.01pu, X=0.1 pu

(V_r=0.9677 $\angle$-2.99º)

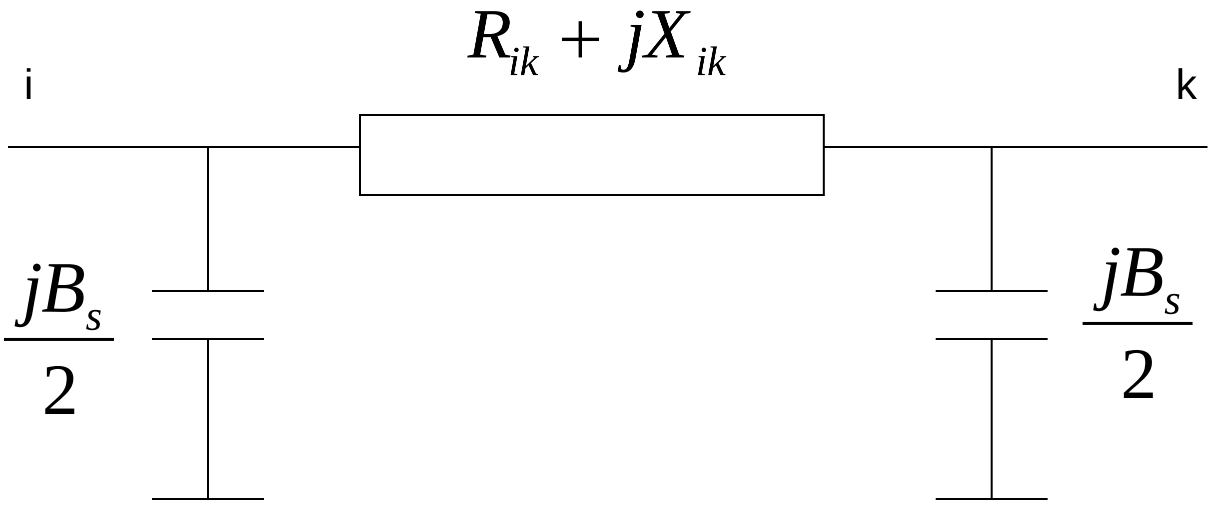
Generalización: Flujo de carga para dos barras inter-conectadas mediante una línea de transmisión.



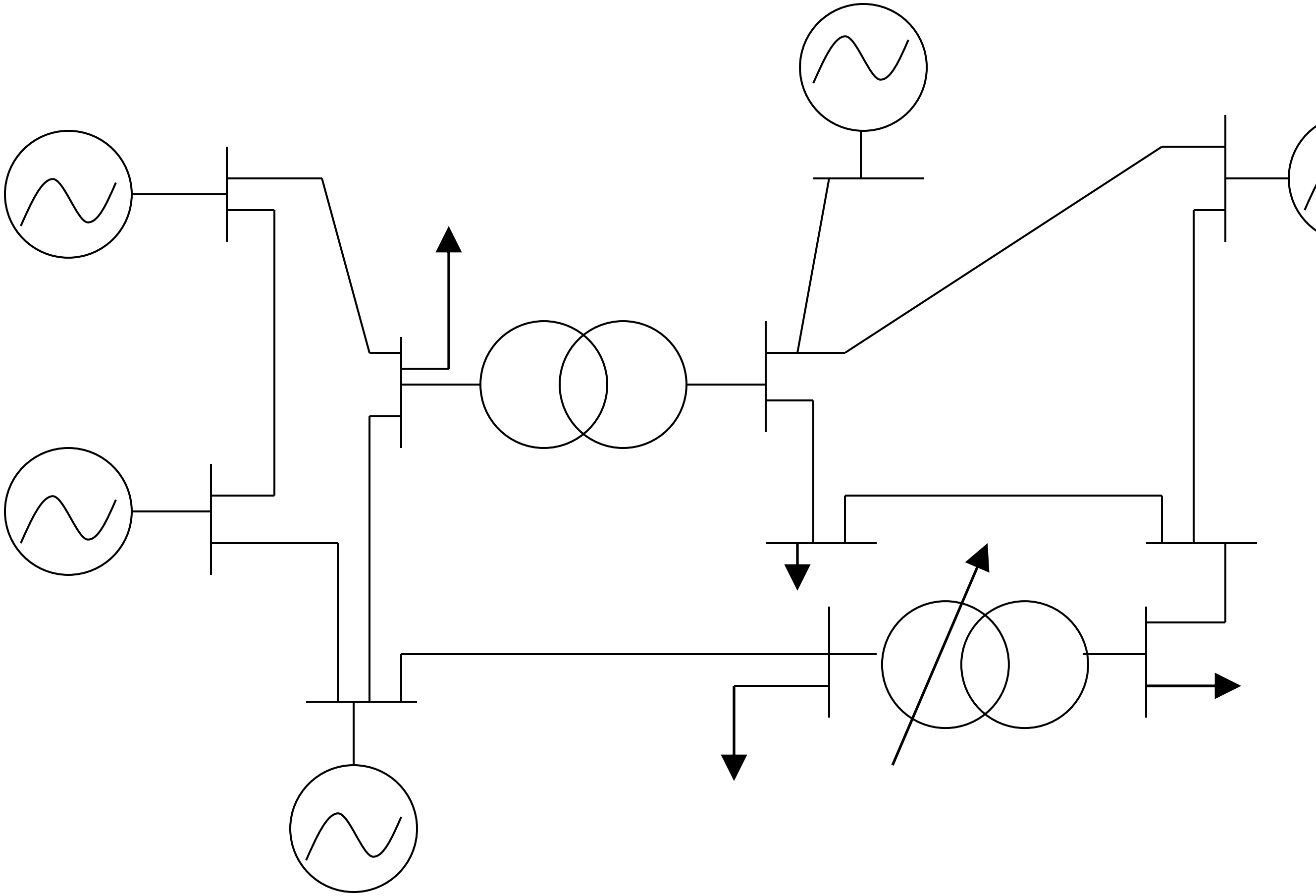
Long. de linea 1-2	Resistencia r’[Ω/km]	Reactancia x’[Ω/km]	Susceptancia Shunt b’ [μS/km]
60km	0.200	0.430	2.60

FACULTAD DE INGENIERIA

Generalización: Flujo de carga
Modelo de línea de transmisión



Generalización: Flujo de carga



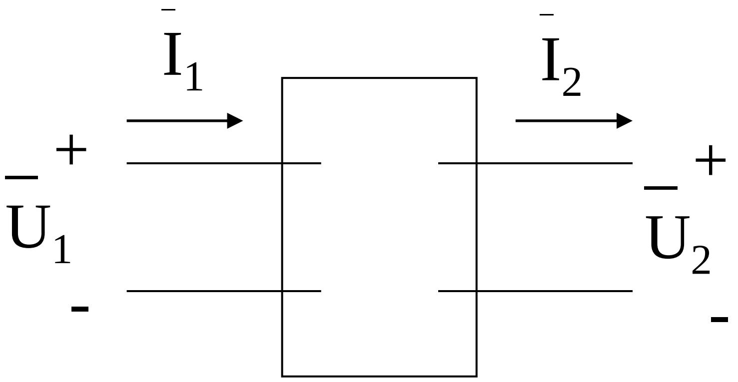
Generalización: Flujo de carga

Propósito del flujo de carga

Determinación de voltajes, intensidades y potencias activas y reactivas en distintos puntos de una red eléctrica.

FACULTAD DE INGENIERIA

Cuadripolos de potencia
Definición

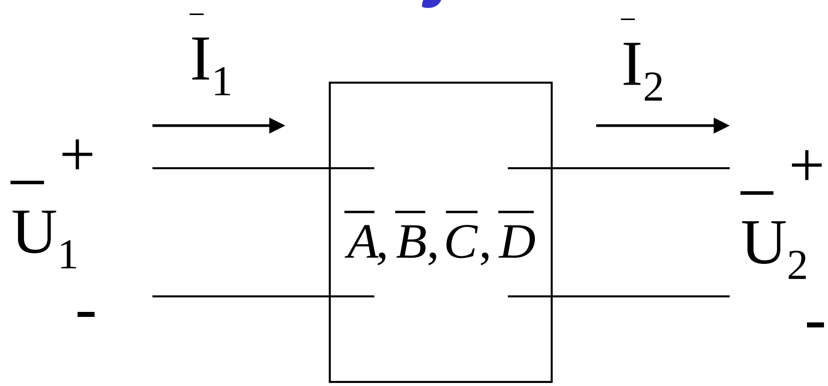


El cuadripolo es el elemento básico a partir del cual se forma toda red eléctrica. Todos los integrantes pasivos de una red son asimilables a cuadripolos: transformadores, líneas, cables, cargas pasivas, simples impedancias, etc.

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

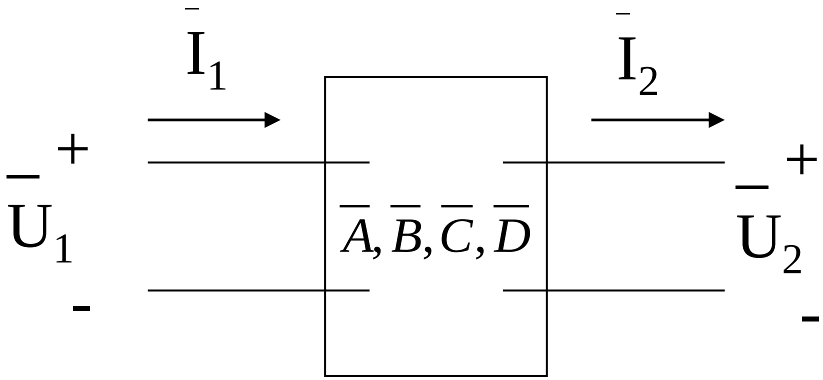
Cuadripolos de potencia
Definición



$$\begin{cases} \bar{U}_1 = \bar{A}\,\bar{U}_2 + \bar{B}\,\bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 = \bar{C}\,\bar{U}_2 + \bar{D}\,\bar{I}_2 \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$ se denominan constantes generales del cuadripolo, siendo $\bar{A}$ y $\bar{D}$ adimensionados, $\bar{B}$ con dimensión Ω y $\bar{C}$ con dimensión Ω^{-1}

Cuadripolos de potencia
Cuadripolo pasivo



$$\bar{A}\bar{D} - \bar{B}\bar{C} = 1 \Longrightarrow$$

Solo se necesitan 3 parámetros para que quede determinado el cuadripolo

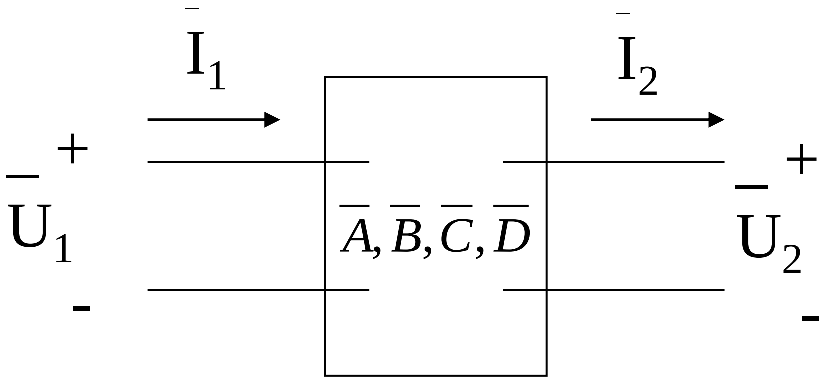
$$M = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix}$$ Es invertible

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D} & -\bar{B} \\ -\bar{C} & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix}$$

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

Cuadripolos de potencia
Cuadripolo simétrico

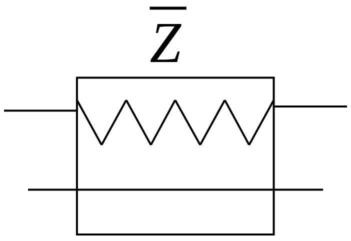


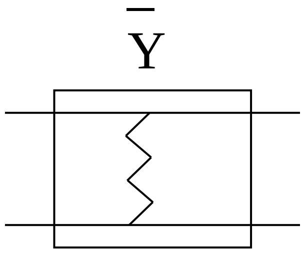
Un cuadripolo es simétrico si la respuesta es la misma cualquiera sea el lado que se conecte con una señal determinada

$$\Updownarrow$$

$$\bar{A} = \bar{D}$$

Cuadripolos de potencia
Casos particulares





$\overline{A} = 1 \qquad \overline{B} = \overline{Z}$

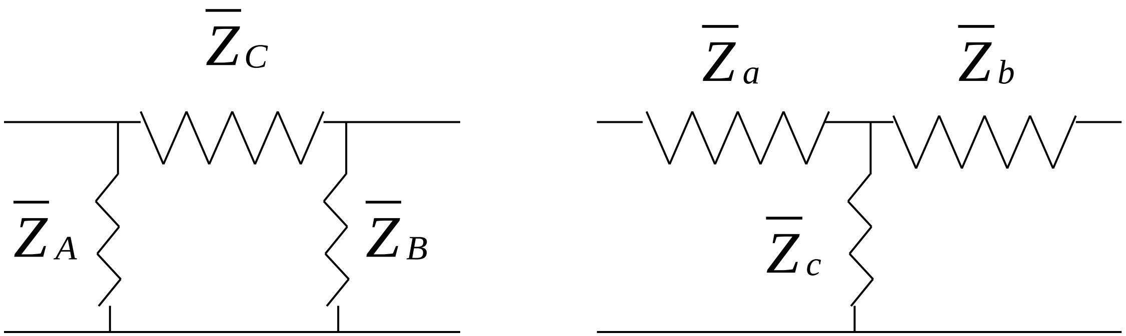
$\overline{C} = 0 \qquad \overline{D} = 1$

$\overline{A} = 1 \qquad \overline{B} = 0$

$\overline{C} = \overline{Y} \qquad \overline{D} = 1$

FACULTAD DE INGENIERIA

Cuadripolos de potencia
Modelo Π y T



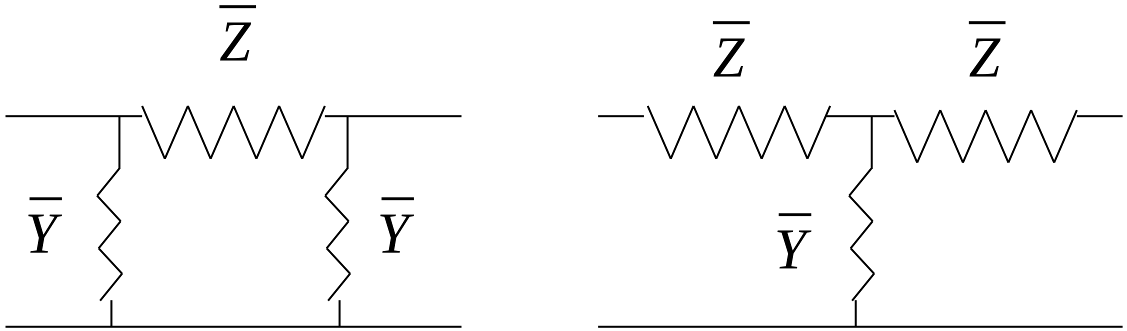
Un cuadripolo pasivo puede representarse indistintamente utilizando el modelo matricial o el modelo Π o el modelo T (son suficientes únicamente 3 parámetros para definirlo)

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

Cuadripolos de potencia
Modelo Π y T

Si además de pasivo, el cuadripolo es simétrico (lo cual es usual en los SEP, entonces son suficientes únicamente 2 parámetros para definirlo



Cuadripolos de potencia

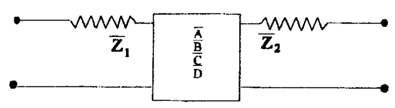
Dato \ Incognita	M	Π	T
M		$\bar{Z}_A = \dfrac{\bar{B}}{\bar{D}-1}$ $\bar{Z}_B = \dfrac{\bar{B}}{\bar{A}-1}$ $\bar{Z}_C = \bar{B}$	$\bar{Z}_a = \dfrac{\bar{A}-1}{\bar{C}}$ $\bar{Z}_b = \dfrac{\bar{D}-1}{\bar{C}}$ $\bar{Z}_c = \dfrac{1}{\bar{C}}$
Π	$\bar{A} = 1 + \dfrac{\bar{Z}_C}{\bar{Z}_B}$ $\bar{B} = \bar{Z}_C$ $\bar{C} = \dfrac{\sum \bar{Z}}{\bar{Z}_A \bar{Z}_B}$ $\bar{D} = 1 + \dfrac{\bar{Z}_C}{\bar{Z}_A}$		$\bar{Z}_a = \dfrac{\bar{Z}_A \bar{Z}_C}{\sum \bar{Z}}$ $\bar{Z}_b = \dfrac{\bar{Z}_B \bar{Z}_C}{\sum \bar{Z}}$ $\bar{Z}_c = \dfrac{\bar{Z}_A \bar{Z}_B}{\sum \bar{Z}}$
T	$\bar{A} = 1 + \dfrac{\bar{Z}_a}{\bar{Z}_c}$ $\bar{B} = \dfrac{\sum \bar{Z}\bar{Z}}{\bar{Z}_c}$ $\bar{C} = \dfrac{1}{\bar{Z}_c}$ $\bar{D} = 1 + \dfrac{\bar{Z}_b}{\bar{Z}_c}$	$\bar{Z}_A = \dfrac{\sum \bar{Z}\bar{Z}}{\bar{Z}_b}$ $\bar{Z}_B = \dfrac{\sum \bar{Z}\bar{Z}}{\bar{Z}_a}$ $\bar{Z}_C = \dfrac{\sum \bar{Z}\bar{Z}}{\bar{Z}_c}$	

FACULTAD DE INGENIERIA

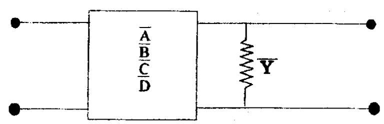
Interpretación del cuadripolo en una red trifásica

- En una red trifásica equilibrada, las impedancias que aparecen en las distintas fases son iguales entre sí
- La representación de una única fase es suficiente para describir la red
- Cuando se representa un cuadripolo en una red trifásica, se está trabajando por fase
- Los 2 terminales de cada lado del cuadripolo son una fase y el neutro del sistema (las tensiones son estrelladas y las corrientes son de línea)

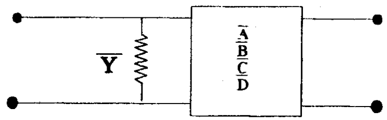
Algebra de cuadripolos



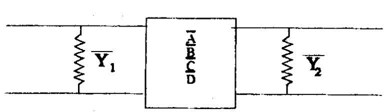
$$\overline{A}_t = \overline{A} + \overline{C}\,\overline{Z}_1$$
$$\overline{B}_t = \overline{B} + \overline{A}\,\overline{Z}_2 + \overline{D}\,\overline{Z}_1 + \overline{C}\,\overline{Z}_1\,\overline{Z}_2$$
$$\overline{C}_t = \overline{C}$$
$$\overline{D}_t = \overline{D} + \overline{C}\,\overline{Z}_2$$



$$\overline{A}_t = \overline{A} + \overline{B}\,\overline{Y} \qquad \overline{C}_t = \overline{C} + \overline{D}\,\overline{Y}$$
$$\overline{B}_t = \overline{B} \qquad \overline{D}_t = \overline{D}$$



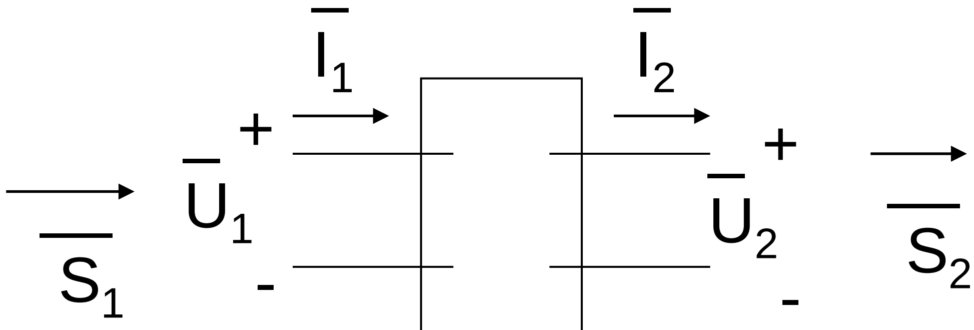
$$\overline{A}_t = \overline{A} \qquad \overline{C}_t = \overline{C} + \overline{A}\,\overline{Y}$$
$$\overline{B}_t = \overline{B} \qquad \overline{D}_t = \overline{D} + \overline{B}\,\overline{Y}$$

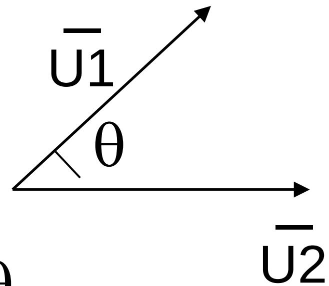


$$\overline{A}_t = \overline{A} + \overline{B}\,\overline{Y}_2$$
$$\overline{B}_t = \overline{B}$$
$$\overline{C}_t = \overline{C} + \overline{A}\,\overline{Y}_2 + \overline{D}\,\overline{Y}_1 + \overline{B}\,\overline{Y}_1\,\overline{Y}_2$$
$$\overline{D}_t = \overline{D} + \overline{B}\,\overline{Y}_1$$

FACULTAD DE INGENIERIA

Potencias entrantes y salientes en función de tensiones terminales y su defasaje





Datos : U1, U2 ,θ

θ =adelanto de $\overline{U}_1$ respecto de $\overline{U}_2$.

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

Potencias entrantes y salientes en función de tensiones terminales y su defasaje

El funcionamiento de un cuadripolo queda totalmente determinado si sus terminales están conectadas a determinadas tensiones, defasadas entre sí en un determinado ángulo

$$\begin{cases} \overline{U}_1 = \overline{A}\ \overline{U}_2 + \overline{B}\ \ \overline{I}_2 \\ \overline{I}_1 = \overline{C}\ \overline{U}_2 + \overline{D}\ \ \overline{I}_2 \end{cases}$$

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

Potencias entrantes y salientes en función de tensiones terminales y su defasaje

$$\overline{U}_2 = U_2, \overline{U}_1 = U_1 e^{j\theta}$$

$$\overline{S}_1 = \overline{U_1}\,\hat{I}_1 = U_1 e^{j\theta}(\hat{C}U_2 + \hat{D}\hat{I}_2).$$

$$\overline{I}_2 = \frac{1}{\overline{\overline{B}}}(\overline{U}_1 - \overline{A}\,\overline{U}_2) = \frac{1}{\overline{\overline{B}}}(U_1 e^{j\theta} - \overline{A}\,U_2)$$

$$\overline{S}_1 = U_1 e^{j\theta}\left[\hat{C}U_2 + \frac{\hat{D}}{\hat{B}}\left(U_1 e^{-J\theta} - \hat{A}U_2\right)\right] \qquad \overline{S}_1 = \frac{\hat{D}}{\hat{B}}U_1^2 - \frac{U_1 U_2}{\hat{B}}e^{j\theta}$$

Potencias entrantes y salientes en función de tensiones terminales y su defasaje

$$\overline{S}_1 = \frac{\hat{D}}{\hat{B}} U_1^2 - \frac{U_1 U_2}{\hat{B}} e^{j\theta}$$

- En un sistema trifásico equilibrado, si multiplicamos por 3 la potencia por fase y por $\sqrt{3}$ la tensión estrellada, obtenemos respectivamente la potencia total y la tensión compuesta

- Esta observación muestra que si multiplicamos por 3 las igualdades indicadas en este capítulo, las fórmulas halladas pueden aplicarse empleando potencias totales y tensiones compuestas, que son magnitudes directamente manejables en un sistema trifásico

FACULTAD DE INGENIERIA

Potencias entrantes y salientes en función de tensiones terminales y su defasaje

$$\overline{\mathcal{P}}_1 = \frac{\hat{D}}{\hat{B}} U_1^2 - \frac{U_1 U_2}{\hat{B}} e^{j\theta}$$

$$\overline{\mathcal{P}}_2 = -\frac{\hat{A}}{\hat{B}} U_2^2 + \frac{U_1 U_2}{\hat{B}} e^{-j\theta}$$

FACULTAD DE INGENIERIA

Potencias entrantes y salientes en función de tensiones terminales y su defasaje

<u>En forma escalar:</u>

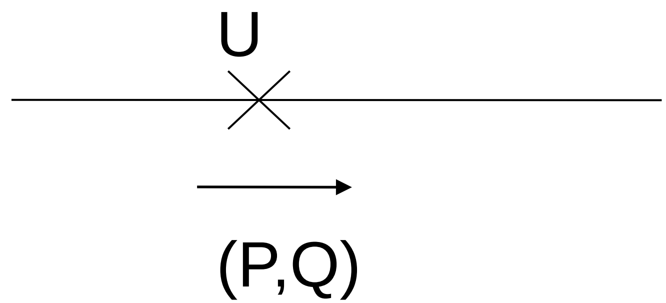
$$\boxed{\begin{aligned} P_1 &= \frac{D}{B}U_1^2\cos(\beta-\delta)-\frac{U_1U_2}{B}\cos(\theta+\beta) \\ Q_1 &= \frac{D}{B}U_1^2\,\mathrm{sen}(\beta-\delta)-\frac{U_1U_2}{B}\,\mathrm{sen}(\theta+\beta) \end{aligned}}$$

ENTRADA.

$$\boxed{\begin{aligned} P_2 &= -\frac{A}{B}U_2^2\cos(\alpha-\beta)+\frac{U_1U_2}{B}\cos(\theta-\beta) \\ Q_2 &= \frac{A}{B}U_2^2\,\mathrm{sen}(\alpha-\beta)-\frac{U_1U_2}{B}\,\mathrm{sen}(\theta-\beta) \end{aligned}}$$

SALIDA.

Modificación introducida por un cuadripolo en las condiciones eléctricas de un circuito

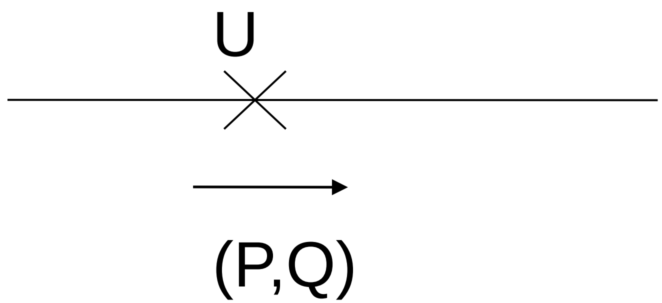


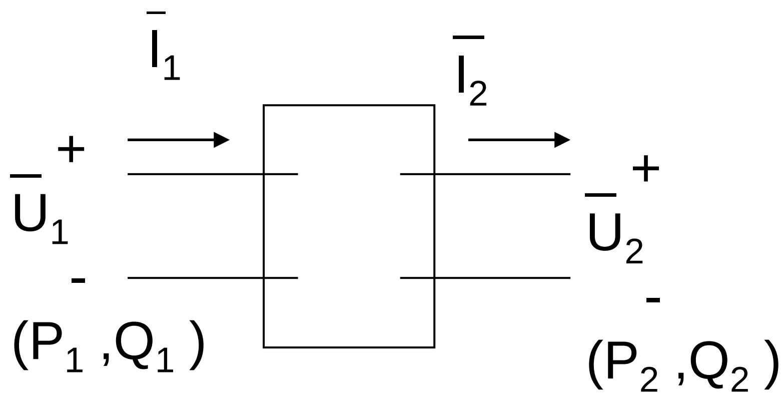
- La condición eléctrica de un punto de un circuito trifásico, equilibrado está definida por la tensión U en el punto (respecto al neutro) y el flujo de potencia (activa P y reactiva Q) en determinado sentido, o sea por 3 magnitudes escalares (U,P,Q)

- Al intercalar un cuadripolo después del punto, obtenemos a la salida del mismo un punto con otras condiciones eléctricas

FACULTAD DE INGENIERIA

Modificación introducida por un cuadripolo en las condiciones eléctricas de un circuito

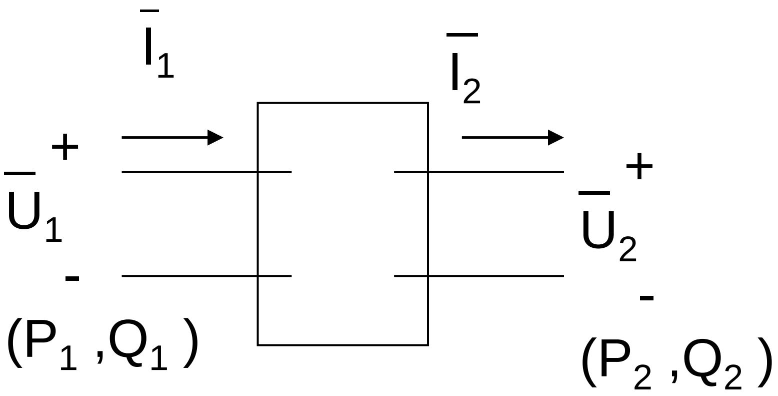




FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

Modificación introducida por un cuadripolo en las condiciones eléctricas de un circuito



$$\begin{cases} \overline{U}_1 = \overline{A}\,\overline{U}_2 + \overline{B}\,\overline{I}_2 \\ \overline{I}_1 = \overline{C}\,\overline{U}_2 + \overline{D}\,\overline{I}_2 \end{cases}$$

N° de ecuaciones escalares: 4

N° de variables: 7 $\quad U_1, \arg\overline{U}_1, I_1, \arg\overline{I}_1, U_2, \arg\overline{U}_2, I_2, \arg\overline{I}_2$

Grados de libertad: 3

Modificación introducida por un cuadripolo en las condiciones eléctricas de un circuito

- Se ve que en todo problema de transmisión a través de un cuadripolo, deben darse 3 datos escalares para que queden determinadas todas las demás variables eléctricas

- En este caso, podemos darnos las 3 magnitudes de entrada (U1,P1,Q1) y deducir las de salida (U2, P2, Q2), o viceversa

- Obtenemos así fórmulas que nos dan las condiciones de “salida” en función de las de “entrada” o viceversa

FACULTAD DE INGENIERIA

Modificación introducida por un cuadripolo en las condiciones eléctricas de un circuito

SALIDA EN FUNCIÓN DE ENTRADA:

$$\overline{U}_2 = \overline{D}\,U_1 - \overline{B}\,\overline{I}_1 \qquad \overline{U}_1 = U_1$$

$$\overline{S}_1 = U_1 \hat{I}_1 \qquad \overline{I}_1 = \frac{\hat{S}_1}{U_1}$$

$$\overline{U}_2 = \overline{D}\,U_1 - \overline{B}\,\frac{\hat{S}_1}{U_1}$$

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

Modificación introducida por un cuadripolo en las condiciones eléctricas de un circuito

SALIDA EN FUNCIÓN DE ENTRADA:

$$\overline{S}_2 = \overline{U}_2 \hat{I}_2 = \left(\overline{D} U_1 - \overline{B}\,\frac{\hat{S}_1}{U_1} \right)(-\hat{C} U_1 + \hat{A} \hat{I}_1)$$

$$\overline{S}_2 = \hat{A}\,\overline{D}\,\overline{S}_1 + \overline{B}\,\hat{C}\,\hat{S}_1 - \hat{C}\,\overline{D} U_1^2 - \frac{\hat{A}\,\overline{B}}{U_1^2} S_1^2$$

FACULTAD DE INGENIERIA

Modificación introducida por un cuadripolo en las condiciones eléctricas de un circuito

ENTRADA EN FUNCIÓN DE SALIDA:

$$\boxed{\begin{aligned} \overline{U}_1 &= \overline{A}\,U_2 + \overline{B}\,\frac{\hat{\mathcal{P}}_2}{U_2} \\ \overline{\mathcal{P}}_1 &= \overline{A}\,\hat{D}\,\overline{\mathcal{P}}_2 + \overline{B}\,\hat{C}\,\hat{\mathcal{P}}_2 + \overline{A}\,\hat{C}\,U_2^2 + \frac{\overline{B}\,\hat{D}}{U_2^2}\,\mathcal{P}_2^2 \end{aligned}}$$

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE

Modificación introducida por un cuadripolo en las condiciones eléctricas de un circuito

FORMULAS ESCALARES:

$$U_2^2 = D^2 U_1^2 + \frac{B^2}{U_1^2}\left(P_1^2 + Q_1^2\right) - 2BD\left[P_1 \cos(\beta - \delta) + Q_1 \operatorname{sen}(\beta - \delta)\right]$$

$$P_2 = AD\left[P_1 \cos(\alpha - \delta) + Q_1 \operatorname{sen}(\alpha - \delta)\right] + BC\left[P_1 \cos(\beta - \gamma) + Q_1 \operatorname{sen}(\beta - \gamma)\right] -$$
$$- CDU_1^2 \cos(\delta - \gamma) - AB\frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2}\cos(\beta - \alpha)$$

$$Q_2 = AD\left[P_1 \operatorname{sen}(\delta - \alpha) + Q_1 \cos(\delta - \alpha)\right] + BC\left[P_1 \operatorname{sen}(\beta - \gamma) - Q_1 \cos(\beta - \gamma)\right] -$$
$$- CDU_1^2 \operatorname{sen}(\delta - \gamma) - AB\frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2}\operatorname{sen}(\beta - \alpha)$$

Modificación introducida por un cuadripolo en las condiciones eléctricas de un circuito

FORMULAS ESCALARES:

$$U_1^2 = A^2 U_2^2 + \frac{B^2}{U_2^2}\left(P_2^2 + Q_2^2\right) + 2AB\left[P_2 \cos(\beta - \alpha) + Q_2 \operatorname{sen}(\beta - \alpha)\right]$$

$$P_1 = AD\left[P_2 \cos(\delta - \alpha) + Q_2 \operatorname{sen}(\delta - \alpha)\right] + BC\left[P_2 \cos(\beta - \gamma) + Q_2 \operatorname{sen}(\beta - \gamma)\right] +$$
$$+ ACU_2^2 \cos(\alpha - \gamma) + BD\frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2}\cos(\beta - \delta)$$

$$Q_1 = AD\left[P_2 \operatorname{sen}(\alpha - \delta) + Q_2 \cos(\alpha - \delta)\right] + BC\left[P_2 \operatorname{sen}(\beta - \gamma) - Q_2 \overset{\cos}{\cancel{\operatorname{sen}}}(\beta - \gamma)\right] +$$
$$+ ACU_2^2 \operatorname{sen}(\alpha - \gamma) + BD\frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2}\operatorname{sen}(\beta - \delta)$$

FACULTAD DE INGENIERIA

IIE