Solución 2018

Ejercicio 1

1 – F
2 – V
3 – V
4 – F
5 – F
6 – V

Ejercicio 2

Considere el sistema de la figura donde el bloque caracterizado por la transferencia P(s) es una planta y el de C(s) es un controlador PID. Se ha determinado que para el entorno del punto de operación elegido, un buen modelo de la planta viene dado por $P(s)=\dfrac{4}{(s+2)^3}$.

1) *Determine analíticamente los valores de la ganancia crítica **Ku** y el período crítico **Tu**, que surgen del método de ciclo continuo de Ziegler-Nichols para sintonía de un PID serie*. (6p)

La función de transferencia en lazo cerrado con un controlador proporcional en serie con la planta queda: $H^{CL}(s)=\dfrac{4.K_p}{(s+2)^3+4.K_p}$.

El método consiste en elevar el valor de ***Kp*** hasta que se tengan oscilaciones de amplitud constante a la salida, fruto de poner a la planta al límite de la estabilidad, o sea con los polos sobre el eje imaginario, de manera que la respuesta a escalones (debidos a perturbaciones propias de la planta) sean sinusoidales de amplitud constante. El valor de ***Kp*** en que esto ocurre es el ***Ku***, y el período de la sinusoidal, resulta ser el ***Tu***, que se relaciona directamente con la frecuencia de los polos sobre el eje imaginario como $T_u=\dfrac{2.\pi}{\omega_p}$

Aplicando el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz al denominador de la transferencia en lazo cerrado, $s^3+6.s^2+12.s+8+4.K_p$:

s^3	1	12
s^2	6	$8+4.K_p$
s^1	$12-\dfrac{8+4.K_p}{6}$	
s^0	$8+4.K_p$	

La condición de estabilidad para ***Kp*** positivo surge de la 3 línea, de donde: $36-\left(4+2.K_p\right)>0 \quad \Rightarrow \quad 2.K_p<32$. Y de ahí: $\boxed{K_u=16}$

Con este valor de ***Kp*** sustituyo en la 2ª línea y se tiene: $6.s^2+8+4.K_u=0$, de donde $s^2=-12 \quad \Rightarrow \quad s=\pm j.\sqrt{12}=\pm j.2.\sqrt{3}$, y por tanto $\omega_p=2.\sqrt{3}=\sqrt{12}=3{,}464$, y $\boxed{T_u=\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}=1{,}814}$.

Otra forma de resolverlo:

Imponiendo desfasaje –180º, despejo la frecuencia angular asociada al período crítico: $-180^\circ=-3.Arctg\left(\dfrac{\omega_u}{2}\right)$, de donde $\dfrac{\omega_u}{2}=tg\left(60^\circ\right)=\sqrt{3}$ y se despeja T_u como antes.

Calculando el módulo de la respuesta en frecuencia a la frecuencia ω_u

$$\left|P(j.\omega_u)\right|=\frac{4}{\left(\left(\omega_u\right)^2+2^2\right)^{3/2}}=\frac{4}{2^3.\left(3+1\right)^{3/2}}=\frac{1}{2^4}=0{,}0625$$

e imponiendo que ***Kp*** es la inversa (es el margen de ganancia), se tiene $\boxed{K_u=16}$

2) *Diseñe un controlador proporcional de manera que el margen de ganancia del sistema controlado sea 2.* (1,5p)

Si el MG = 2, entonces $\boxed{K_p=\dfrac{K_u}{2}=8}$

3) *Calcule el margen de fase resultante del diseño de la parte 2).* (1,5p)

Para el valor de ***Kp*** de la parte 2), la transferencia en lazo abierto es:

$$H^{OL}(s)=\frac{4.K_p}{\left(s+2\right)^3}=\frac{32}{\left(s+2\right)^3}$$

Impongo el módulo unitario a la respuesta en frecuencia en lazo abierto, para obtener la frecuencia a la que esto ocurre, y con ella calcular el desfasaje introducido por el sistema y luego el margen de fase.

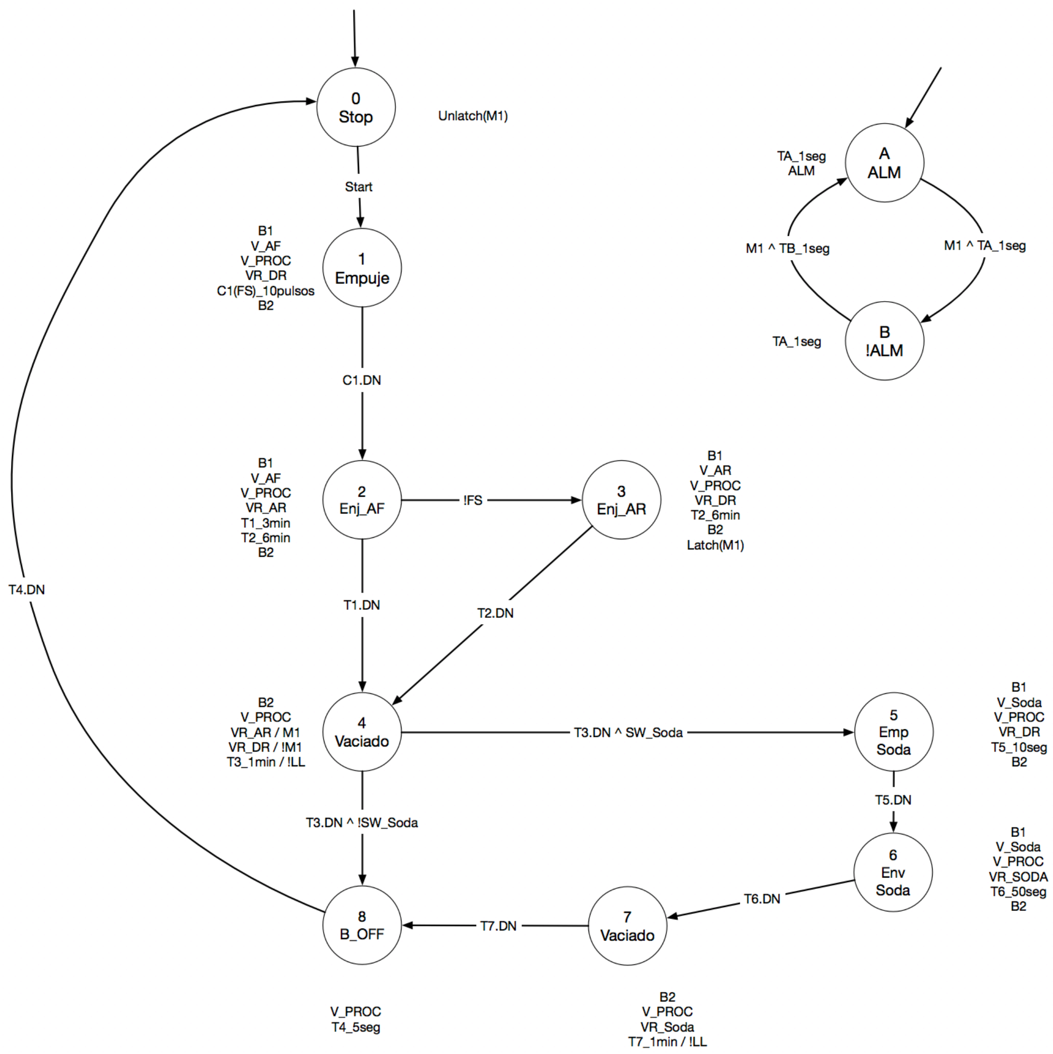
$\left|H^{OL}(j.\omega)\right|=\dfrac{32}{\sqrt{\left(\omega^2+2^2\right)^3}}=1$, de donde $32=\left(\omega^2+4\right)^{3/2}$, $\omega^2+4=\left(2^5\right)^{2/3}=2^{10/3}$,

$\omega_c=\sqrt{10{,}08-4}=2{,}46564$ *rad/s*

Desfasaje (ω_c) = $-3.Arctg\left(\dfrac{\omega_c}{2}\right)=-3.50{,}95^\circ=-152{,}86^\circ$

Finalmente, MF = 180º + Desfasaje (ω_c), $\boxed{\text{MF=27,14º}}$

Ejercicio 3


0
Stop
Unlatch(M1)
Start
B1
V_AF
V_PROC
VR_DR
C1(FS)_10pulsos
B2
1
Empuje
C1.DN
B1
V_AF
V_PROC
VR_AR
T1_3min
T2_6min
B2
2
Enj_AF
!FS
3
Enj_AR
B1
V_AR
V_PROC
VR_DR
T2_6min
B2
Latch(M1)
T4.DN
T1.DN
T2.DN
B2
V_PROC
VR_AR / M1
VR_DR / !M1
T3_1min / !LL
4
Vaciado
T3.DN ^ SW_Soda
5
Emp
Soda
B1
V_Soda
V_PROC
VR_DR
T5_10seg
B2
T5.DN
6
Env
Soda
B1
V_Soda
V_PROC
VR_SODA
T6_50seg
B2
T3.DN ^ !SW_Soda
T6.DN
8
B_OFF
T7.DN
7
Vaciado
V_PROC
T4_5seg
B2
V_PROC
VR_Soda
T7_1min / !LL
TA_1seg
ALM
A
ALM
M1 ^ TB_1seg
M1 ^ TA_1seg
TA_1seg
B
!ALM

Ejercicio 4

a) Como las pérdidas pueden llegar a los 1000 W, para poder controlar la temperatura, el modo Lo no resulta adecuado, debería funcionar en modo Hi para asegurar un potencia calorífica neta entrante positiva durante los periodos de calentamiento.

El balance energético resulta: $CC.\dot{T} = Pc - Pp$

$$Pc = \begin{cases} 1400\ W & durante\ el\ calentamiento \\ 0\ W & durante\ el\ enfriamiento \end{cases}$$

donde: $Pp \in [500\,;1000]\,W \quad y\ Pp^{típico} = 800\ W$

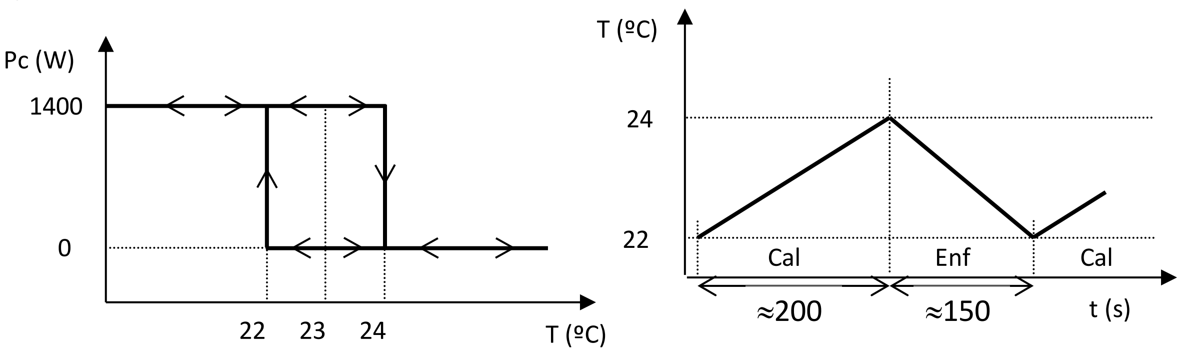
$CC = 60\ kJ/{}^{o}C$

Por lo tanto, las ecuaciones quedan:

	Pérdidas típicas (ºC/s)	Mínimas pérdidas (ºC/s)	Máximas pérdidas (ºC/s)
Calentamiento	$\dot{T} = \dfrac{1400-800}{60.10^3} = 0{,}01$	$\dot{T} = \dfrac{900}{60.10^3} = 1{,}5.0{,}01$	$\dot{T} = \dfrac{400}{60.10^3} = \dfrac{2}{3}.0{,}01$
Enfriamiento	$\dot{T} = \dfrac{-800}{60.10^3} = -\dfrac{4}{3}.0{,}01$	$\dot{T} = \dfrac{-500}{60.10^3} = -\dfrac{5}{6}.0{,}01$	$\dot{T} = \dfrac{-1000}{60.10^3} = -\dfrac{5}{3}.0{,}01$

Para variar 2 ºC, el tiempo anda por los 200 segundos, variando prácticamente en forma lineal pues las pérdidas son esencialmente constantes.

b)



c)

	Pérdidas típicas
Calentamiento	$\tau_{cal} = \dfrac{2\ {}^{o}C}{0{,}01\ {}^{o}C/s} = 200\ s$
Enfriamiento	$\tau_{enf} = \dfrac{-2\ {}^{o}C}{-4/3.0{,}01\ {}^{o}C/s} = 150\ s$
Periodo de oscilación	Típico 350 s

Ejercicio 5

a) Por un lado, se tiene que la entrada es un escalón unitario, aplicado en t = 0.
Por el otro, se ve que la respuesta no comienza a manifestarse hasta transcurridos 0,1 segundos, por lo tanto hay un tiempo muerto *Tm* = 0,1 s.
Además, luego de transcurrido el tiempo muerto, no presenta sobretiro y la pendiente en el arranque es positiva, por lo que cabe intentar identificar un modelo de primer orden, de la forma:

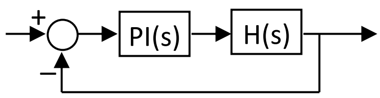
$$H(s) = \frac{G.e^{-Tm.s}}{\tau.s+1}$$

Como el valor final de la salida es 5, y el de la entrada es 1, *G* = 5.
Finalmente, el tiempo transcurrido desde Tm hasta que la salida alcanza el 63% de su valor final -3,16 = 5 x 0,632- es 0,25 (0,35 - 0,10). Por lo tanto: $\tau = 0{,}25\ s$

Entonces $\boxed{H(s) = \frac{5.e^{-0,1.s}}{0{,}25.s+1}}$

b) $PI(s) = Kp.\left(1+\frac{1}{Ti.s}\right)$ donde *Ti* = 0,1 s

El esquema clásico de control es:



Entonces: $$G^{OL} = \frac{Kp.(0{,}1.s+1)}{0{,}1.s}.\frac{.5.e^{-0,1.s}}{0{,}25.s+1} = \frac{50.Kp.(0{,}1.s+1).e^{-0,1.s}}{s.(0{,}25.s+1)}$$

y $$G^{CL} = \frac{50.Kp.(0{,}1.s+1).e^{-0,1.s}}{s.(0{,}25.s+1)+50.Kp.(0{,}1.s+1).e^{-0,1.s}}$$

El lazo abierto es estable si no rodeo el polo en *s* = 0, por lo que el diagrama de Nyquist no debe rodear al -1.
El cuarto de cfa. para rodear el polo en *s* = 0 se mapea como un cuarto de cfa. de radio infinito, con fase contraria, dejando la fase en -90º, lo que coincide con el arranque de los diagrama de Bode.

$$\left|G^{OL}(j.\omega)\right| = \frac{50.Kp.\sqrt{0{,}1^2.\omega^2+1}}{\omega.\sqrt{0{,}25^2.\omega^2+1}}$$

$$Arg\left\{G^{OL}(j.\omega)\right\} = -\frac{\pi}{2} + Arctg\left(\frac{\omega}{10}\right) - Arctg\left(\frac{\omega}{4}\right) - 0{,}1.\omega$$

Busco la frecuencia donde el Arg vale -π, $\omega_{-180º}$, y a esa frecuencia evalúo el módulo, imponiendo que sea menor a la unidad para que el sistema sea estable.

ω (rad/s)	**Arg + π/2 (rad)**
10	0,166
15	-0,257
12,5	-0,044
12	**-0,002**
11,98	-5×10^{-4}
11,97	3×10^{-4}

El valor $\omega_{-180º}$ = 12 rad/s ya es suficientemente bueno, pues Arg = -180,1 º, y el módulo es 2, 058.*Kp*. De aquí se deduce que $\boxed{Kp < \frac{1}{2{,}058} = 0{,}486 = Kp^{cr}}$

Si tomo $\omega_{-180º}$ = 11,975 rad/s, el Arg = -180,005 º, y el módulo es 2,064.*Kp*, de donde se tiene que $\boxed{Kp < \frac{1}{2{,}064} = 0{,}4845}$