Introducción al Control Industrial

Parcial 1 - (30 puntos) – 2012

Ejercicio 1 **(correcto +2 puntos; incorrecto -0,5 punto)**

Respuesta correcta: **iii)**

Ejercicio 2 **(2 puntos)**

$$\begin{cases} X = G.(U - F.X - H.Y) \\ Y = S.(R.X - V - T.Y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1+G.F).X = G.U - G.H.Y \\ (1+S.T).Y = S.R.X - S.V \end{cases}$$

$$(1+S.T).Y = \frac{S.R.G}{1+G.F}.(U - H.Y) - S.V$$

$$\left[(1+G.F).(1+S.T) + G.H.S.R\right].Y = -(1+G.F).S.V + G.S.R.U$$

$$\boxed{\frac{Y}{U} = \frac{G.S.R}{(1+G.F).(1+S.T) + G.H.S.R}}$$

Ejercicio 3 **(8 puntos - correcto +1 punto; incorrecto -1 punto)**

	V	F
a)	X	
b)	X	
c)		X
d)		X
e)	X	
f)		X
g)		X
h)	X	

Ejercicio 4 **(11 puntos)**

a) Por un lado, se tiene que la entrada es un escalón unitario, aplicado en t = 0.
Por el otro, se ve que la respuesta presenta en t = 0, un salto instantáneo de tamaño 1, por lo tanto hay una parte de la respuesta que corresponde a la respuesta impulsiva de tamaño 1, cuya función de transferencia es: 1.
Además, luego la respuesta evoluciona, a partir de t = 0+, desde el valor inicial de 1 hasta un valor final de –0,5, con una curva que parece aproximarse a la respuesta de un sistema de primer orden

(pendiente en el origen no nula, comportamiento aparentemente de exponencial sin sinusoidales), por lo que cabe intentar identificar un modelo de primer orden, de la forma: $\dfrac{G}{\tau.s+1}$

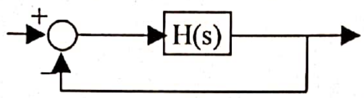
Que superpuesto al impulso unitario nos daría una trasferencia total $H(s)=1+\dfrac{G}{\tau.s+1}$

Como el cambio de la entrada desde t = 0+ a +∝ de la salida es –1,5, y el de la entrada es 1, G = -1,5.
El 63% de esta evolución corresponde al valor 1-1,5x0,632 = 0,052. Por lo tanto: $\tau = 0{,}5\ s$

Entonces $\boxed{H(s)=1-\dfrac{1{,}5}{0{,}5.s+1}=\dfrac{s-1}{s+2}}$

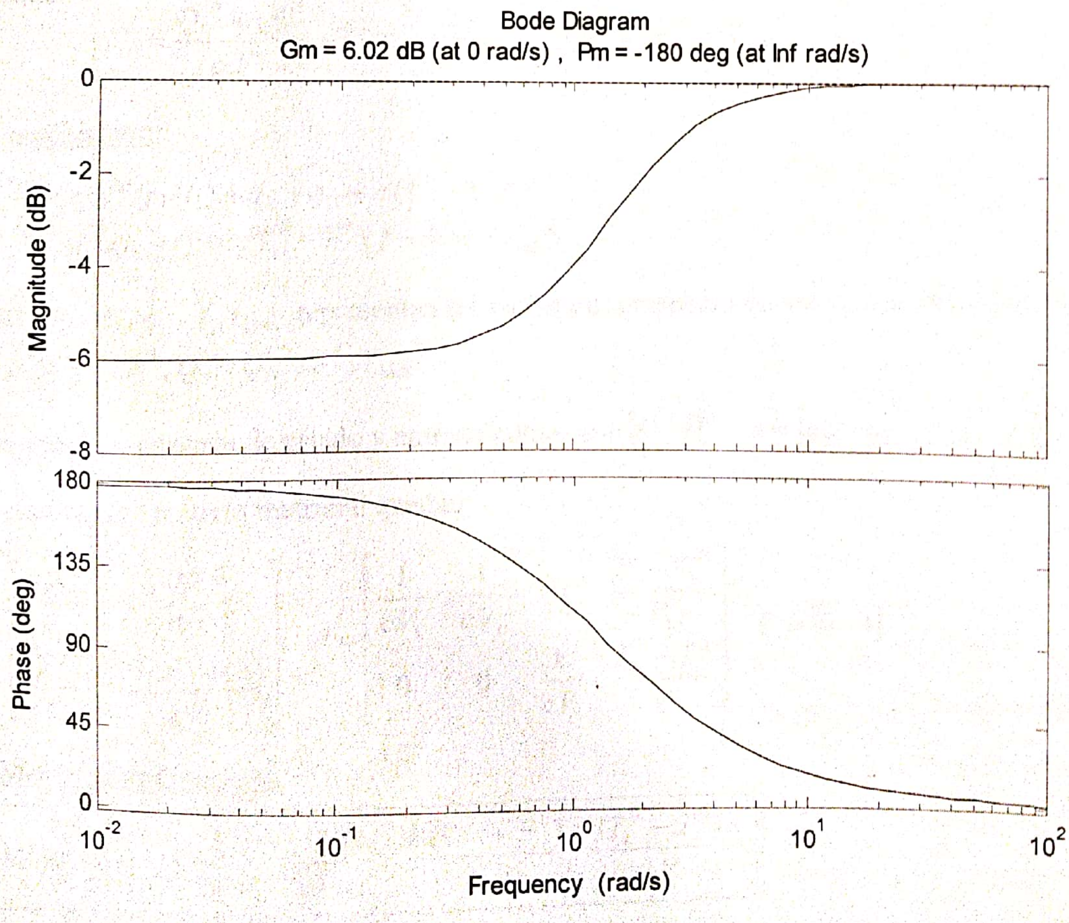
Que puede verificarse con cualquier otro punto de la gráfica, como por ejemplo para t = 1 s, donde la gráfica nos muestra una salida de valor aprox. –0,3: $y(t)=1-1{,}5.\left(1-e^{-1/0{,}5}\right)=-0{,}297$

b) El sistema en lazo cerrado indicado es:



Entonces: $G^{OL}=H$ y $G^{CL}=\dfrac{H}{1+H}=\dfrac{s-1}{2.s+1}$

Que tiene el polo (en –0,5) con parte real estrictamente negativa, por lo cual el sistema es estable.
c) El margen de ganancia es infinito pues la fase nunca corta los 180°.



Ejercicio 5 **(7 puntos)**

(1) Modelo

$$\begin{cases} c.V_1.\dot{T}_1 = c.F.(T - T_1) + Q_S + Q_G \\ c.V.\dot{T} = c.F.(T_1 - T) - k.(T - T_{amb}) \end{cases}$$

Representación matricial en variables de estado:
$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{F}{V_1}.(T - T_1) + \dfrac{1}{c.V_1} Q_S + \dfrac{1}{c.V_1} Q_G \\ \dfrac{F}{V}.(T_1 - T) - \dfrac{k}{c.V}.(T - T_{amb}) \end{bmatrix} \\ [T] = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} T_1 \\ T \end{bmatrix} \end{cases}$$

(2) Punto de operación

$$\begin{cases} Q_S{}^0 + Q_G{}^0 = c.F^0.(T_1{}^0 - T^0) \\ k.(T^0 - T_{amb}{}^0) = c.F^0.(T_1{}^0 - T^0) \end{cases} \Rightarrow Q_S{}^0 + Q_G{}^0 = k.(T^0 - T_{amb}{}^0) = c.F^0.(T_1{}^0 - T^0)$$

De donde:
$$\begin{cases} T^0 = \dfrac{Q_S{}^0 + Q_G{}^0}{k} + T_{amb}{}^0 \\ T_1{}^0 = \dfrac{Q_S{}^0 + Q_G{}^0}{c.F^0} + T^0 = \left(\dfrac{1}{c.F^0} + \dfrac{1}{k}\right).(Q_S{}^0 + Q_G{}^0) + T_{amb}{}^0 \end{cases}$$

(3) Linealización

$$\begin{cases} c.V_1.\dot{t}_1 = c.F^0.(t - t_1) + q_S + q_G + c.(T^0 - T_1{}^0).f \\ c.V.\dot{t} = c.F^0.(t_1 - t) + c.(T_1{}^0 - T^0).f - k.(t - t_{amb}) \end{cases}$$

donde $t, t_1, q_S, q_G, f, t_{amb}$ representan las variaciones respecto de los valores del punto de operación $T^0, T_1{}^0, Q_S{}^0, Q_G{}^0, F^0, T_{amb}{}^0$

Definiendo los vectores de estado y entrada como: $x = [t_1 \quad t]^{tr}$ $u = [q_G \quad q_S \quad t_{amb} \quad f]^{tr}$

Las matrices del modelo matricial quedan:

$$A = \begin{bmatrix} \dfrac{-F^0}{V_1} & \dfrac{F^0}{V_1} \\ \dfrac{F^0}{V} & \dfrac{-(c.F^0 + k)}{c.V} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{c.V_1} & \dfrac{1}{c.V_1} & 0 & \dfrac{T^0 - T_1{}^0}{V_1} \\ 0 & 0 & \dfrac{k}{c.V} & \dfrac{T_1{}^0 - T^0}{V} \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 1]$$

(4) Matriz de transferencia

$$\boxed{MF(s) = \frac{1}{\Delta(s)}.\begin{bmatrix} \dfrac{F^0}{c.V.V_1} & \dfrac{F^0}{c.V.V_1} & \dfrac{k.(V_1.s + F^0)}{c.V.V_1} & \dfrac{(T_1{}^0 - T^0).s}{V} \end{bmatrix}}$$

donde $\Delta(s) = \det(sI - A) = s^2 + \left(\dfrac{k}{c.V} + \left(\dfrac{1}{V_1} + \dfrac{1}{V}\right).F^0\right).s + \dfrac{k.F^0}{c.V.V_1}$