Introducción al Control Industrial

Parcial 1 - (30 puntos) – 2011

Ejercicio 1 **(correcto +2 puntos; incorrecto -0,5 punto)**

Respuesta correcta: **ii)**

Ejercicio 2 **(2 puntos)**

$$\begin{cases} X = G.(U - F.X - H.Y) \\ Y = S.(R.X - V - T.Y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1+G.F).X = G.U - G.H.Y \\ (1+S.T).Y = S.R.X - S.V \end{cases}$$

$$(1+G.F).X = G.U - \frac{G.H.S}{1+S.T}.(R.X - V)$$

$$[(1+G.F).(1+S.T) + G.H.S.R]X = (1+S.T).G.U + G.H.S.V$$

$$\boxed{\frac{X}{V} = \frac{G.H.S}{(1+G.F).(1+S.T)+G.H.S.R}}$$

Ejercicio 3 **(8 puntos - correcto +1 punto; incorrecto -1 punto)**

	V	F
a)	X	
b)	X	
c)		X
d)	X	
e)	X	
f)		X
g)		X
h)	X	

Ejercicio 4 **(11 puntos)**

a) Por un lado, se tiene que la entrada es un escalón unitario, aplicado en t = 0.
Por el otro, se ve que la respuesta no comienza a manifestarse hasta transcurridos 0,1 segundos, por lo tanto hay un tiempo muerto $Tm = 0{,}1$ s.
Además, luego de transcurrido el tiempo muerto, no presenta sobretiro y la pendiente en el arranque es positiva, por lo que cabe intentar identificar un modelo de primer orden, de la forma:

$$H(s) = \frac{G.e^{-Tm.s}}{\tau.s+1}$$

Como el valor final de la salida es 5, y el de la entrada es 1, $G = 5$.

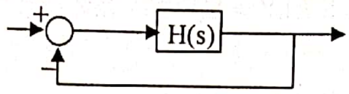
Finalmente, el tiempo transcurrido desde Tm hasta que la salida alcanza el 63% de su valor final - 3,16 = 5 x 0,632- es 0,25 (0,35 - 0,10). Por lo tanto: $\tau = 0{,}25\ s$

Entonces $\boxed{H(s) = \dfrac{5.e^{-0{,}1.s}}{0{,}25.s+1}}$

Que puede verificarse con cualquier otro punto de la gráfica, como por ejemplo para t = 0,5 s, donde la salida tiene valor 4: $y(t) = 5.\left(1-e^{-(t-0{,}1)/\tau}\right) = 5.\left(1-e^{-0{,}4/0{,}25}\right) = 3{,}99$

b) Dado que la planta no tiene polos en el semiplano derecho, para determinar la estabilidad del lazo cerrado con realimentación unitaria negativa basta ver si la curva imagen no rodea al -1. También puede verse directamente en los diagramas de Bode, viendo si los márgenes de estabilidad son positivos.

El esquema clásico de control es:



Entonces: $G^{OL} = H$ y $G^{CL} = \dfrac{5.e^{-0{,}1.s}}{0{,}25.s+1+5.e^{-0{,}1.s}}$

$|H(j.\omega)| = \dfrac{5}{\sqrt{0{,}25^2.\omega^2+1}}$ y $Arg\{H(j.\omega)\} = -Arctg\left(\dfrac{\omega}{4}\right) - 0{,}1.\omega$

Busco la frecuencia donde el Arg vale $-\pi$, $\omega_{-180°}$, y a esa frecuencia evalúo el módulo, imponiendo que sea menor a la unidad para que el sistema sea estable.

ω (rad/s)	Arg (º)
1	-19,8
10	-125,5
20	-193,3
18	-180,6
17,9	**-179.96**
17,91	180,03

El valor $\omega_{-180°} = 17{,}9$ rad/s ya es suficientemente bueno, pues Arg = -180,1 º, y el módulo es 1,09.

De aquí se deduce que el sistema es inestable.

Pues el margen de ganancia es menor que 1 (negativo en dB).

c) Y se tiene que $\boxed{MG = \dfrac{1}{1{,}09} = 0{,}917 = -0{,}752\ dB}$

Por otro lado, busco la frecuencia a la cual el módulo es unitario, ω_c.

$|H(j.\omega_c)| = 1 \Rightarrow 5^2 = \left(1+0{,}25^2.\omega_c^2\right)$

Operando: $\omega_c^2 = 24.16 \Rightarrow \omega_c = 8.\sqrt{6} = 19{,}6\ rad/s$

Evaluando el argumento a esa frecuencia: $Arg\{H(j.\omega_c)\} = -190{,}7\ °$

Por lo que se tiene que: $\boxed{\text{MF} = -10{,}7\ °}$

Ejercicio 5 (7 puntos)

Parte a)

Como Q=cte., del balance de masa al total de la bandeja se tiene:

$$\begin{cases} F + L_2 = V + L_1 \\ V = L_2 + D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1 = F - D\ (balance\ total\ a\ la\ torre) \\ L_2 = V - D\ (balance\ total\ al\ plato\ 1) \end{cases}$$

Del balance de masa al componente A en la bandeja 1, se tiene:

$$(Q.X_1)^{\cdot} = Q.\dot{X}_1 = F.X_f - L_1.X_1 + L_2.X_2 - V.\beta.X_1$$

Y en la bandeja 2, se tiene:

$$(Q.X_2)^{\cdot} = Q.\dot{X}_2 = V.\beta.X_1 - L_2.X_2 - D.\beta.X_2$$

Luego: $$\boxed{\begin{cases} .\dot{X}_1 = \dfrac{F.X_f}{Q} + \dfrac{D - F - V.\beta}{Q}.X_1 + \dfrac{V - D}{Q}.X_2 \\ \dot{X}_2 = \dfrac{V.\beta}{Q}.X_1 + \dfrac{D - V - D.\beta}{Q}.X_2 \end{cases}}$$ $Y=X$

Parte b)

La linealización resulta:

$$\boxed{\begin{cases} .\dot{x}_1 = \dfrac{D^{eq} - F^{eq} - V^{eq}.\beta}{Q}.x_1 + \dfrac{V^{eq} - D^{eq}}{Q}.x_2 + \dfrac{X_2{}^{eq} - \beta.X_1{}^{eq}}{Q}.v + \dfrac{X_1{}^{eq} - X_2{}^{eq}}{Q}.d \\ \dot{x}_2 = \dfrac{V^{eq}.\beta}{Q}.x_1 + \dfrac{D^{eq}.(1-\beta) - V^{eq}}{Q}.x_2 + \dfrac{\beta.X_1{}^{eq} - X_2{}^{eq}}{Q}.v + \dfrac{(1-\beta).X_2{}^{eq}}{Q}.d \end{cases}}$$

Con las condiciones de equilibrio:

$$\boxed{\begin{cases} F.X_f + (D^{eq} - F - V^{eq}.\beta)X_1 + (V^{eq} - D^{eq})X_2{}^{eq} = 0 \\ V^{eq}.\beta.X_1{}^{eq} = (V^{eq} + (\beta - 1).D^{eq})X_2{}^{eq} \end{cases}}$$

Para la aplicación numérica:

$$\begin{cases} F = L_1{}^{eq} + D^{eq} = 0{,}15 \\ L_2{}^{eq} = V^{eq} - D^{eq} = 0{,}05 \end{cases} \quad y \quad X_1{}^{eq} = \frac{V^{eq} + (\beta - 1).D^{eq}}{V^{eq}.\beta}.X_2{}^{eq} = \frac{0{,}1 + 0{,}5.0{,}05}{0{,}1.0{,}5}.0{,}6 = 0{,}5$$

Y entonces:

$$\boxed{\begin{cases} .\dot{x}_1 = -0{,}25.x_1 + 0{,}05.x_2 - 0{,}15.v + 0{,}10.d \\ \dot{x}_2 = +0{,}15.x_1 - 0{,}125.x_2 + 0{,}15.v - 0{,}30.d \end{cases}}$$