# Introducción al control industrial

## Parcial 1 - (35 puntos) – 2007

**Ejercicio 1** **(6 puntos)** (respuesta correcta 2 puntos / respuesta incorrecta –0,5 punto).
Indicar la respuesta correcta rodeando con un círculo

| Ejercicio \ Versión | 1A | 1B |
|---|---|---|
| a) | i) | iii) |
| b) | iii) | ii) |
| c) | iv) | ii) |

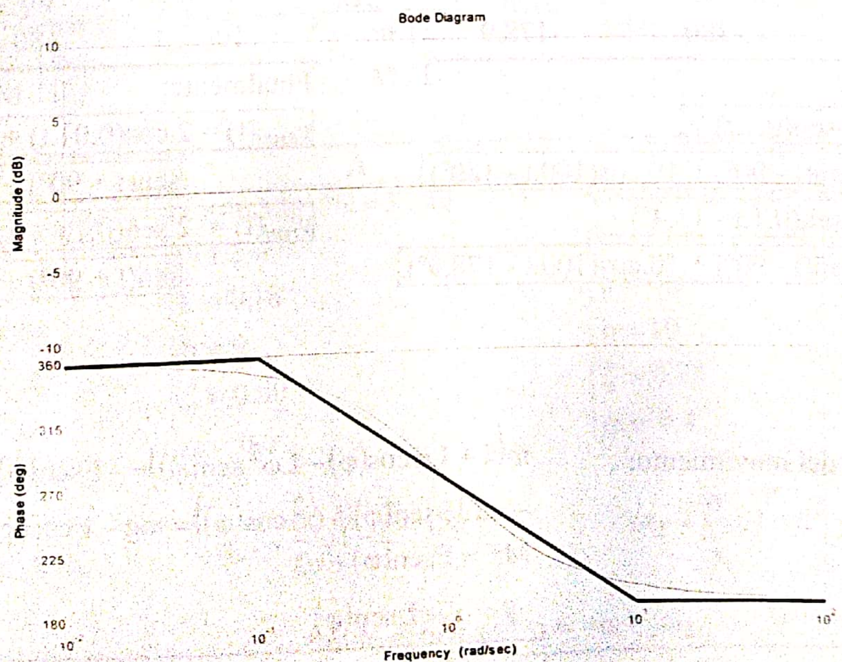
**Ejercicio 2** **(6 puntos - correcto +1 punto; incorrecto -1 punto)**
Para cada una de las siguientes afirmaciones, indicar si es verdadera o falsa.

| Ejercicio \ Versión | 1A | 1B |
|---|---|---|
| a) | V | V |
| b) | F | F |
| c) | F | F |
| d) | V | V |
| e) | F | V |
| f) | F | V |

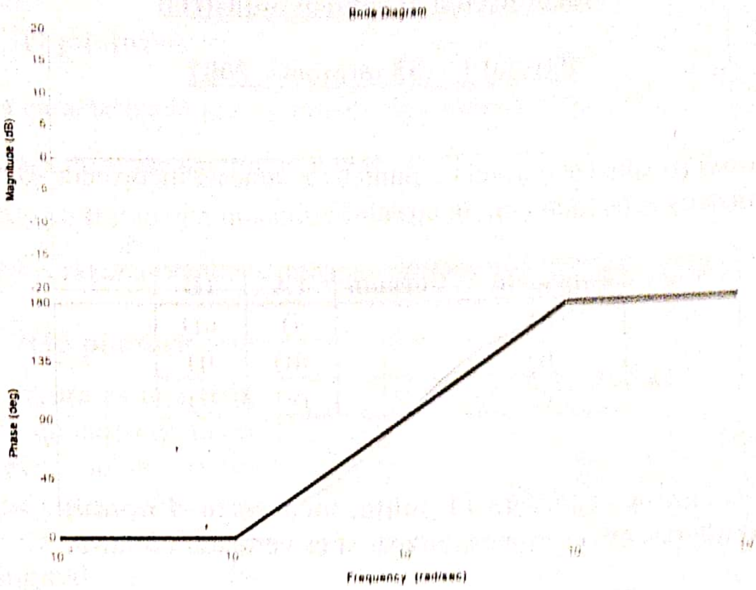
**Ejercicio 3**

Parte a)

Parcial A)



Parcial B)




Parte b)

**A**

Respuesta en frecuencia a entrada:

$u(t) = 2.\mathrm{sen}(0{,}1.t) + \mathrm{sen}(t) + 10.\cos(100.t)$

Que se trate de senos o cosenos no altera.

El módulo es constante y vale: **1**

Para la fase:

| Frec (rad/s) | Fase asint (º) | Fase real (º) |
|---|---|---|
| 0,1 | 0 | -11,4 |
| 1 | -90 | -90 |
| 100 | -180 | -178,9 |

Finalmente:

$\boxed{y_{asint}(t) = 2.\mathrm{sen}(0{,}1.t) +}$
$\boxed{\mathrm{sen}(t - 90º) + 10.\cos(100.t - 180º).}$

$\boxed{y_{real}(t) = 2.\mathrm{sen}(0{,}1.t - 11{,}4º) +}$
$\boxed{\mathrm{sen}(t - 90º) + 10.\cos(100.t - 178{,}9º).}$

**B**

Respuesta en frecuencia a entrada:

$u(t) = 2.\cos(0{,}01.t) + \mathrm{sen}(t) + 10.\mathrm{sen}(10.t)$

Que se trate de senos o cosenos no altera.

El módulo es constante y vale: **1**

Para la fase:

| Frec (rad/s) | Fase asint (º) | Fase real (º) |
|---|---|---|
| 0,01 | 0 | 1,1 |
| 1 | 90 | 90 |
| 10 | 180 | 168,6 |

Finalmente:

$\boxed{y_{asint}(t) = 2.\cos(0{,}01.t) +}$
$\boxed{\mathrm{sen}(t + 90º) + 10.\mathrm{sen}(10.t + 180º).}$

$\boxed{y_{real}(t) = 2.\mathrm{sen}(0{,}1.t + 1{,}1º) +}$
$\boxed{\mathrm{sen}(t + 90º) + 10.\mathrm{sen}(10.t + 168{,}6º).}$

## Ejercicio 4

Ecuaciones del movimiento:

$$m\left(\ddot{x} + L\ddot{\varphi}\cos(\varphi) - L\dot{\varphi}^2\,\mathrm{sen}(\varphi)\right) = -F\,\mathrm{sen}(\varphi) \quad (1)$$

$$-mL\left(\ddot{\varphi}\,\mathrm{sen}(\varphi) + \dot{\varphi}^2\cos(\varphi)\right) = mg - F\cos(\varphi) \quad (2)$$

$$M\ddot{x} = F\,\mathrm{sen}(\varphi) + u \quad (3)$$

Vínculo:

$$y = x + L\,\mathrm{sen}(\varphi) \quad (4)$$

(1),(3) =>

(1),(2) =>

$$\boxed{\begin{array}{ll} (M+m)\ddot{x} + mL\left(\ddot{\varphi}\cos(\varphi) - \dot{\varphi}^2\,\mathrm{sen}(\varphi)\right) = u & (\mathrm{I}) \\ \ddot{x}\cos(\varphi) + L\ddot{\varphi} = -g\,\mathrm{sen}(\varphi) & (\mathrm{II}) \end{array}}$$

Para $\varphi$ y $\dot{\varphi}$ pequeños: $\mathrm{sen}(\varphi) \approx \varphi$ , $\cos(\varphi) \approx 1$ , $\dot{\varphi}^2 \mathrm{sen}(\varphi) \approx 0$ .
Entonces:

$$(M+m)\ddot{x} + mL\ddot{\varphi} = u \quad (I')$$
$$\ddot{x} + L\ddot{\varphi} = -g\varphi \quad (II')$$
$$y = x + L\varphi \quad (IV')$$

(I'), (II') =>
(I'), (II') =>

$$\boxed{\begin{array}{ll} M\ddot{x} = mg\varphi + u & (I'') \\ LM\ddot{\varphi} = -u - g(M+m)\varphi & (II'') \end{array}}$$

Representación matricial:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g\dfrac{m}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\dfrac{g}{L}\left(1+\dfrac{m}{M}\right) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{M} \\ 0 \\ \dfrac{-1}{LM} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}$$

Aplicando Transf. de Laplace a (I''), (II'') y (IV'):

$$Ms^2X(s) = mg\Phi(s) + U(s) \quad (A)$$
$$MLs^2\Phi(s) = -(M+m)g\Phi(s) - U(s) \quad (B)$$
$$Y(s) = X(s) + L\Phi(s) \quad (C)$$

Luego:

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{\frac{1}{M}\left(s^2 + \frac{g}{L}\right)}{s^2\left(s^2 + \left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{g}{L}\right)}; \quad \frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{-\frac{1}{ML}}{s^2 + \left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{g}{L}}; \quad \boxed{H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{g}{ML}}{s^2\left(s^2 + \left(1+\frac{m}{M}\right)\frac{g}{L}\right)}}$$

| **Parte d)** | **A** | **B** |
|---|---|---|
| Valores numéricos: $g = 10\ m/s^2$ | $M = 46{,}3\ kg$ $\quad m = 3{,}7\ kg$ <br> $L = 1{,}2\ m$ | $M = 40{,}0\ kg$ $\quad m = 10{,}0\ kg$ <br> $L = 1{,}25\ m$ |
| $H(s) = \dfrac{a}{s^2(s^2+b)}$ donde | $\begin{cases} a = 0{,}18 \\ b = 9 \end{cases}$ | $\begin{cases} a = 0{,}2 \\ b = 10 \end{cases}$ |
| Se desea que | $\begin{cases} \zeta = 0{,}80 \\ \alpha = 0{,}5 \end{cases}$ | $\begin{cases} \zeta = 0{,}75 \\ \alpha = 0{,}4 \end{cases}$ |
| $\begin{cases} \omega_n = \dfrac{\alpha}{\zeta} \\ \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \end{cases} \Longrightarrow$ | $\omega_d = \dfrac{\alpha}{\zeta}\sqrt{1-\zeta^2} \approx 0{,}375$ | $\omega_d = \dfrac{\alpha}{\zeta}\sqrt{1-\zeta^2} \approx 0{,}353$ |

Los polos dominantes del sistema en lazo cerrado deben ser: $p = -\alpha + j\omega_d$ y $\overline{p} = -\alpha - j\omega_d$