

## 16 DISEÑO Y AJUSTE DE CONTROLADORES

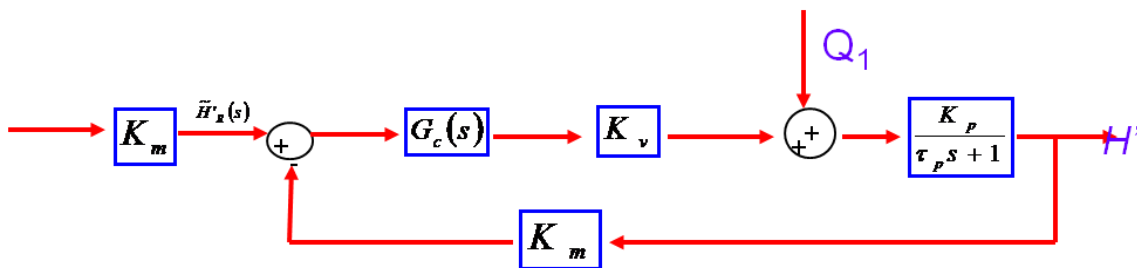
Cuando vamos a implementar un lazo de control se nos plantea una serie de preguntas: Primero, ¿qué tipo de controlador (on-off, P, PI, PID, otros) debemos elegir para una situación dada? A veces existen antecedentes probados pero otras veces no. Y, segundo, en el caso de tener definido el tipo de controlador, ¿cómo seleccionar los valores de los parámetros del controlador? Esta última pregunta habitualmente requiere contestar la siguiente ¿con qué criterio de performance hacemos la selección y el ajuste de parámetros del controlador? Por ejemplo podemos seleccionar algunos de los siguientes criterios:

- Que el bucle cerrado sea estable
- Que los efectos de las perturbaciones se minimicen
- Que se obtengan respuestas rápidas y suaves frente a cambios en el set point
- Que se elimine el offset
- Que el sistema sea robusto, esto es, poco sensible a cambios en las condiciones de proceso o debidos a errores
- Etc.

En principio puede considerarse cualquier propiedad para seleccionar la respuesta del sistema, por ejemplo:

- Overshoot
- Tiempo de decaimiento (“rise time”; hasta alcanzar el valor deseado por primera vez)
- Tiempo de asentamiento (“settling time”, hasta quedar en  $\pm 5\%$  del valor deseado, p.ej).
- Relación de decaimiento (“decay ratio”, la relación entre la altura del 2º y el 1er. Pico)
- Frecuencia de oscilación

Por ejemplo, uno de los criterios más utilizados es considerar una relación de decaimiento de  $\frac{1}{4}$ . Supongamos que tenemos el siguiente bucle de control.



Y elegimos un controlador PI.

$$G_c(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} \right)$$

La relación entre la salida  $H'$  y la perturbación o carga  $Q_I$  aplicada sobre el sistema es

$$\frac{H'(s)}{Q_1'(s)} = \frac{K_p / (\tau_p s + 1)}{1 + K_{OL} \left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right) / (\tau_p s + 1)}$$

donde  $K_{OL} = K_c K_v K_p K_m$

reordenando

$$\begin{aligned} \frac{H'(s)}{Q_1'(s)} &= \frac{K_p \tau_I s}{\tau_I s (\tau_p s + 1) + K_{OL} (\tau_I s + 1)} \\ &= \frac{K_3 s}{\tau_3^2 s^2 + 2\zeta_3 \tau_3 s + 1} \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} K_3 &= \tau_I / K_c K_v K_m \\ \zeta_3 &= \frac{1}{2} \left( \frac{1 + K_{OL}}{\sqrt{K_{OL}}} \right) \sqrt{\tau_I / \tau_p} \\ \tau_3 &= \sqrt{\tau_I \tau_p / K_{OL}} \end{aligned}$$

Esto es, la respuesta con bucle cerrado tiene una dinámica de segundo orden y sabemos que la relación de decaimiento tiene la siguiente expresión:

$$decay\ ratio = \exp\left(\frac{-2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

Igualando esta expresión al valor  $1/4$ :

$$\exp\left[\frac{-2\pi \times \frac{1}{2} \left(\frac{1 + K_{OL}}{\sqrt{K_{OL}}}\right) \sqrt{\tau_I / \tau_p}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4} \left(\frac{1 + K_{OL}}{K_{OL}}\right)^2 \frac{\tau_I}{\tau_p}}}\right] = \frac{1}{4}$$

Hay diferentes pares de  $K_c$  y  $\tau_I$  que pueden cumplir la relación. En general se fija primero  $K_c$  y luego de la expresión anterior se saca el otro parámetro.

Aún cuando se haya diseñado el sistema de control con algún criterio previo es necesario hacer ajustes en campo cuando se instala el controlador (tuning, sintonía fina).

### Ajuste por ensayo y error

El ajuste por ensayo y error, si bien requiere cierta experiencia, sigue siendo válido, y particularmente se torna necesario cuando no se tiene mayor idea del modelo del proceso. Muchas veces se parte de la base de algún proceso similar por lo que ya se tiene cierta noción del rango en que se sitúan los valores de los parámetros. El procedimiento a seguir es el siguiente:

- 1) Eliminar las acciones integral y derivativa seteando  $\tau_I$  al máximo y  $\tau_D$  al mínimo.
- 2) Sintonizar  $K_c$  en un valor bajo (p.ej. 0.5 si es adimensional) y prender el controlador.
- 3) Aumentar la ganancia con pequeños incrementos hasta conseguir una oscilación continua o permanente ( $K_{cu}$ , “ganancia última”).
- 4) Reducir dicha ganancia a la mitad.
- 5) Disminuir  $\tau_I$  en pequeños incrementos hasta que alcanzar nuevamente la oscilación continua. Sintonizar  $\tau_I$  en un valor tres veces mayor.
- 6) Aumentar  $\tau_D$  en pequeños incrementos hasta alcanzar nuevamente la oscilación. Sintonizar  $\tau_D$  en un tercio de ese valor.

Véase ‘[ejem16.1](#)’. Este método presenta algunas desventajas, a saber:

- Consume mucho tiempo, además de las consiguientes pérdidas de productividad del proceso o la disminución de la calidad del producto si se ejecuta en una planta real.
- El hecho de llegar a un comportamiento cíclico continuo es objetable pues pone al sistema en el límite de la estabilidad, pudiendo inclusive provocar situaciones de riesgo.
- No es aplicable a procesos que son inestables en bucle abierto porque dichos procesos suelen ser inestables para altos o bajos valores de la ganancia.
- Algunos procesos simples no tienen “ganancia última” (el valor de  $K_c$  en el cual se alcanza la oscilación sostenida), p.ej. procesos de primer orden o de segundo orden sin delay.

### Método de Ziegler-Nichols

Este método mantiene la técnica de ensayo y error para hallar la ganancia y estima los demás parámetros para que la respuesta (oscilatoria) tenga una relación de decaimiento de  $1/4$ .

- Se determina experimentalmente la “ganancia última”  $K_{cu}$ , al igual que en el método de ensayo y error.  $P_u$  es el “período último” asociado.
- Los parámetros del PID se calculan según la siguiente tabla (desarrollada para una “decay ratio” de  $1/4$ ).

controlador	$K_c$	$\tau_i$	$\tau_D$
P	$0.5 K_{cu}$	-	-
PI	$0.45 K_{cu}$	$P_u/1.2$	-
PID	$0.6 K_{cu}$	$P_u/2$	$P_u/8$

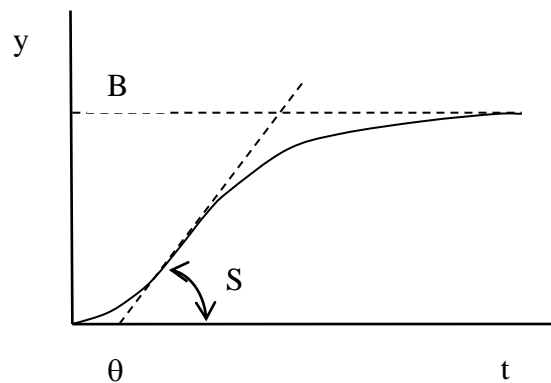
Ver ‘[ejem16.2](#)’. A veces se utilizan otros valores cuando se puede aceptar algo de overshoot o bien cuando hay que ser algo más estrictos con las oscilaciones:

PID	$K_c$	$\tau_i$	$\tau_D$
Original Z-N	$0.6 K_{cu}$	$P_u/2$	$P_u/8$
Algo de overshoot	$0.33 K_{cu}$	$P_u/2$	$P_u/3$
Sin overshoot	$0.2 K_{cu}$	$P_u/2$	$P_u/3$

Diseño en base a relaciones

Muchas veces, cuando se introduce una señal en escalón en la entrada de un proceso la señal de salida se puede aproximar a una función de primer orden con tiempo muerto:

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$



Los parámetros de la función de transferencia del proceso pueden determinarse gráficamente en forma aproximada recurriendo a las relaciones gráficas, de modo que

$$K = B / \text{altura del escalón aplicado}$$

$$\tau = B / S$$

$$\theta = \text{tiempo que "demora" en responder}$$

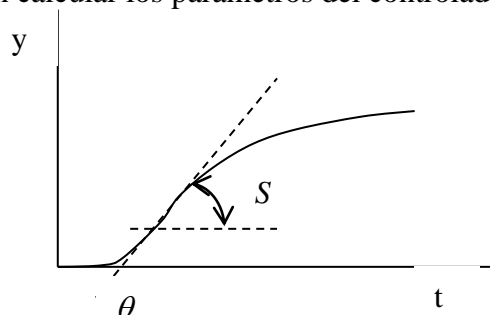
Para el caso en que la función de transferencia del proceso es de primero orden con tiempo muerto (ya sea que se determinó experimentalmente o se dedujo a partir de ecuaciones fundamentales) Cohen y Coon desarrollaron empíricamente ciertas relaciones para obtener respuestas de bucle cerrado oscilatorias con una relación de decaimiento de 1/4:

controlador	parámetro	relación de Cohen - Coon
P	$K_c$	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta} \left( 1 + \frac{\theta}{3\tau} \right)$
PI	$K_c$	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta} \left( 0.9 + \frac{\theta}{12\tau} \right)$
	$\tau_I$	$\frac{\theta(30 + 3\theta/\tau)}{9 + 20\theta/\tau}$
PID	$K_c$	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta} \left( \frac{16\tau + 3\theta}{12\tau} \right)$
	$\tau_I$	$\frac{\theta(32 + 6\theta/\tau)}{13 + 8\theta/\tau}$
	$\tau_D$	$\frac{4\theta}{11 + 2\theta/\tau}$

Véase ‘[ejem16.3](#)’ (cambiar la dinámica de la válvula por ejemplo para comprobar como incide en la estabilidad).

Método basado en la curva de proceso

Si la función de transferencia no es de primer orden con tiempo muerto, igual se puede realizar un ensayo provocando un escalón en la señal de entrada y midiendo la curva de respuesta en la salida del proceso. De esta última se pueden determinar gráficamente los parámetros que permiten calcular los parámetros del controlador.



Si  $\Delta p$  es la magnitud del salto en la salida del controlador se toma

$$S^* = \frac{S}{\Delta p}$$

Entonces, los parámetros del controlador se calculan según la siguiente tabla:

controlador	$K_c$	$\tau_i$	$\tau_D$
P	$\frac{1}{\theta S^*}$	-	-
PI	$\frac{0.9}{\theta S^*}$	$3.33\theta$	-
PID	$\frac{1.2}{\theta S^*}$	$2\theta$	$0.5\theta$

Como ventajas de estos métodos se pueden destacar:

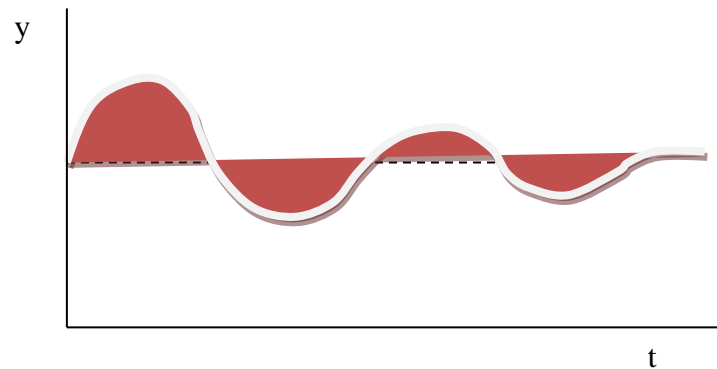
- Solo requiere un experimento simple si es que no se conoce la función de transferencia del proceso.
- No requiere ensayo y error.
- Los parámetros del controlador se calculan fácilmente.

Y como desventajas

- El ensayo debe realizarse con bucle abierto. Por lo tanto si se aplica una carga significativa, como no hay acción correctiva los resultados pueden estar distorsionados o generar una respuesta inestable.
- Puede ser difícil determinar la pendiente y el punto de inflexión.
- Tiende a ser sensible a los errores de calibración.
- En bucle cerrado las respuestas son oscilatorias (en la medida en que está concebido para alcanzar la “decay ratio” de ¼).
- No es recomendado para procesos que tienen comportamiento oscilatorio en bucle abierto.

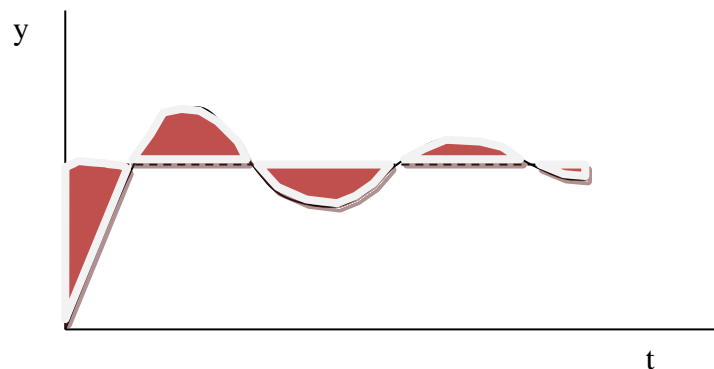
### Diseño basado en la integral del error

Cuando se producen cambios en la carga en un ciclo de control feedback, normalmente la salida presenta oscilaciones en torno al punto de trabajo que, si el sistema está bien diseñado van disminuyendo hasta extinguirse.



La diferencia entre el valor de la salida y el de referencia es el error; el área sombreada es la integral del error a lo largo del tiempo.

De la misma manera cuando se cambia el set point también ocurre un comportamiento similar:



Se trata entonces de minimizar determinados índices relacionados con esa integral del error, a saber:

- Integral del valor absoluto del error  $IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$
- Integral del cuadrado del error (tiende a penalizar los errores grandes)  $ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$
- Integral del valor absoluto del error ponderado por el tiempo (tiende a penalizar los errores persistentes)  $ITAE = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt$

Se han preparado tablas empíricas que permiten calcular fácilmente los parámetros del controlador en función de minimizar alguno de estos índices. Por ejemplo para ITAE:

input	controlador	modo	A	B
carga	P	P	0.490	-1.084
		I	0.674	-0.680
	PI	P	0.859	-0.977
		I	0.674	-0.680
		D	0.381	0.995
	Set point	PI	P	0.586
I			103 <sup>b</sup>	-0165 <sup>b</sup>
PID		P	0.965	-0.85
		I	0.796 <sup>b</sup>	-0.1465 <sup>b</sup>
		D	0.308	0.929

La relación de diseño es:  $Y = A(\theta/\tau)^B$  con  $Y = KK_c$ ,  $\tau/\tau_I$  ó  $\tau_D/\tau$  para modo proporcional, integral o derivativo respectivamente

b) en este caso  $\tau/\tau_I = A+B(\theta/\tau)$

En todos los casos se asume que  $G_P = G_L$

Véase '[ejem16.4](#)'.

Para IAE la tabla es

input	controlador	modo	A	B
carga	P	P	0.902	-0.985
		I	0.608	0.707
	PI	P	0.984	0.986
		I	0.608	0.707
		D	0.482	1.137
	Set point	PID	P	1.435
I			0.878	0.748
PI		P	0.758	-0.861
		I	1.02 <sup>b</sup>	-0.323 <sup>b</sup>
		D	0.348	0.914



Para ISE

input	controlador	modo	A	B
carga	P	P	1.411	-0.917
	PI	P	1.305	-0.959
		I	0.482	0.738
	PID	P	1.495	-0.845
		I	1.101	0.771
		D	0.560	1.006

Consideraciones generales de los métodos anteriores

- La ganancia del controlador  $K_c$  tiende a ser inversamente proporcional a la ganancia del resto del loop.
- Debe disminuirse  $K_c$  en la medida en que aumenta  $\theta/\tau$ .
- La relación  $\tau_D/\tau_I$  típicamente se encuentra entre 0.1 y 0.3 .
- Cuando se agrega la acción de control integral la  $K_c$  puede reducirse. Por el contrario si se agrega una acción derivativa puede aumentarse.
- Las relaciones Cohen-Coon tienden a generar respuestas oscilatorias. Para disminuir esta tendencia puede disminuirse  $K_c$  o aumentar  $\tau_I$ .
- De los tres criterios integrales ITAE es el más conservador e ISE el menos. El ISE tiende a penalizar los grandes errores; el ITAE tiende a penalizar los errores que persisten en el tiempo.

Método de síntesis directa

En principio, un controlador feedback puede diseñarse usando un modelo del proceso y especificando una respuesta determinada para el bucle cerrado. Como vimos la respuesta de bucle cerrado para cambios en el set point está dada por

$$\frac{Y}{R} = \frac{K_m G_c G_v G_p}{1 + G_c G_v G_p G_m}$$

Llamando  $G = G_v G_p G_m$  y asumiendo que el elemento de medida tiene una dinámica despreciable, esto es,  $G_m = K_m$

$$\frac{Y}{R} = \frac{G_c G}{1 + G_c G}$$

Por lo tanto la función del controlador estaría dada por

$$G_c = \frac{1}{G} \left( \frac{Y/R}{1 - Y/R} \right)$$

En general, la función de transferencia del proceso  $G$  no es conocida y la relación  $Y/R$  tampoco, porque depende del controlador que elijamos; por lo tanto la relación anterior estaría indeterminada. Observemos además que nunca podríamos obtener un controlador “perfecto”, esto es, que la salida  $Y$  reproduzca en forma perfecta el cambio en  $R$ , que corresponde a  $Y/R = 1$ , con lo que el denominador se anularía. No obstante se puede asumir determinado modelo  $G^*$  y determinada relación que deseamos obtener  $(Y/R)_d$

$$G_c = \frac{1}{G^*} \left( \frac{\left(\frac{Y}{R}\right)_d}{1 - \left(\frac{Y}{R}\right)_d} \right)$$

Puede considerarse por ejemplo

$$G_c = \frac{K_c}{G^*}$$

Y entonces 
$$\frac{Y}{R} = \frac{K_c}{1 + K_c}$$

que tiende a 1 cuando  $K_c$  tiende a infinito.

Por ejemplo, si la función del proceso es

$$G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

entonces el controlador sería

$$G_c(s) = \frac{K_c}{K} [\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + 1]$$

En este caso, el término en  $s^2$  implica que el controlador va a responder con la derivada segunda por lo que va a ser en extremo sensible a las perturbaciones; por lo tanto no sería una buena alternativa.

Como vimos en el razonamiento anterior el controlador está basado en la idea de lograr un acomodamiento inmediato frente a variaciones del set point. En tal sentido, así diseñados, los controladores anteriores no son muy realistas. Más real es considerar por ejemplo una respuesta de este estilo:

$$\left(\frac{Y}{R}\right)_d = \frac{1}{\tau_c s + 1}$$

Entonces

$$\left(\frac{Y}{R}\right)_d = \frac{G_c G}{1 + G_c G} = \frac{1}{\tau_c s + 1}$$

Y por lo tanto el controlador se diseñaría así:

$$G_c = \frac{1}{G^*} \times \frac{1}{\tau_c s}$$

Nótese que el término  $1/\tau_c s$  proporciona un tipo de control integral, con lo cual se elimina el offset. También cabe notar que estamos agregando un parámetro más ( $\tau_c$ ).

Por ejemplo si tenemos un proceso de orden uno:  $G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$

El controlador se diseñaría así:

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{K \tau_c s} = \frac{\tau}{\tau_c K} \left( 1 + \frac{1}{\tau s} \right)$$

Que lo podemos expresar como un controlador PI

$$G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} \right)$$

donde  $K_c = \frac{\tau}{\tau_c K}$      $\tau_I = \tau$

Si por ejemplo el proceso es de orden dos:  $G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$

El controlador será

$$G_c(s) = \frac{(\tau_1 + \tau_2)}{\tau_c K} \left( 1 + \frac{1}{(\tau_1 + \tau_2)s} + \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} s \right)$$

Que tiene la forma de un controlador PID

$$G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right)$$

donde  $K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_c}$      $\tau_I = \tau_1 + \tau_2$      $\tau_D = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$

Si el proceso presenta un delay o tiempo muerto conviene tomar

$$\left( \frac{Y}{R} \right)_d = \frac{e^{-\theta s}}{\tau_c s + 1}$$

Debe tomarse  $\theta_c \geq \theta$  para que la variable controlada pueda responder a los cambios de set point. Tomando  $\theta_c = \theta$  para simplificar, el controlador queda

$$G_c = \frac{1}{G} \times \frac{e^{-\theta s}}{\tau_c s + 1 - e^{-\theta s}}$$

Expresión que es difícil de manejar. Pero podemos aproximar en el denominador  $e^{-\theta s} \approx 1 - \theta s$  y entonces

$$G_c = \frac{1}{G} \times \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_c - \theta)s}$$

Si el modelo de proceso es de primer orden con tiempo muerto

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

el controlador queda con formato PI, siendo

$$K_c = \frac{1}{K} \times \frac{\tau}{\tau_c + \theta} \quad \tau_I = \tau$$

Si el proceso es de segundo orden con tiempo muerto

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

el controlador queda como PID, siendo

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_c + \theta} \quad \tau_I = \tau_1 + \tau_2 \quad \tau_D = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$$

### Algunos lazos de control comunes en la industria de procesos

Se pueden establecer ciertos lineamientos generales para los sistemas más comunes encontrados en la industria de procesos:

- Control de flujo
  - Los lazos de control de caudales líquidos se caracterizan en general por respuestas rápidas (del orden de los segundos), sin tiempo muerto o delay. Las dinámicas comienzan a aparecer cuando se trata de fluidos compresibles (gas, vapor) o debido a eventuales procesos inerciales en líquidos.
  - Los sensores y líneas de transmisión neumáticas pueden introducir dinámicas significativas.
  - Cuando las perturbaciones tienden a ser frecuentes pero de pequeña magnitud, normalmente se trata de ruidos de alta frecuencia debidos a turbulencias, cambios en válvulas, vibraciones en las bombas, etc.
  - Por estos motivos en principio es conveniente utilizar controladores PI (sin acción derivativa), con valores intermedios de  $K_c$ .
  
- Nivel de líquido
  - Debido a la naturaleza “integradora” del proceso en general alcanza con un control proporcional, con ganancia elevada, pues el propio sistema tiende a amortiguar las oscilaciones.
  - Puede usarse también la acción integral pero si pueden tolerarse pequeños offsets no sería necesario.
  - La acción derivativa normalmente no se emplea porque tiende a amplificar los ruidos.
  - Si el tanque se utiliza como fuente de alimentación para otro proceso, y se utiliza la corriente de salida como variable de manipulación, se debe ser conservador con el ajuste para evitar fluctuaciones.

- Presión de gas
  - Debido a la naturaleza compresible del gas (cuando está en equilibrio con el líquido puede ser más complicado) el proceso actúa como autorregulado. Por lo tanto suele alcanzar con un control proporcional.
  - Si se usa PI (porque es importante eliminar el offset), normalmente la acción integral es pequeña (valor grande de  $\tau_I$ ).
  - Como normalmente los tiempos de residencia son bajos, las constantes de tiempo involucradas suelen ser también bajas.
- Temperatura
  - Dependiendo de la situación (p.ej. intercambiadores, reactores, columnas de destilación, evaporadores) se pueden dar diferentes dinámicas incluyendo delays. En general es necesario recurrir a PID.
- Composición
  - También tienen en general dinámicas más complicadas y es necesario recurrir a PID.
  - El problema del ruido tiende a ser muy importante.
  - Los delays debidos a los analizadores suelen ser significativos.
  - Por tal razón la acción derivativa suele tener limitaciones y eventualmente puede ser necesario recurrir a estrategias más complejas.

### Aspectos prácticos a ser tenidos en cuenta

En general existe una tendencia en los operadores a resintonizar los parámetros del controlador cuando se manifiestan problemas. Sin embargo no es esta necesariamente la primera acción que debería encararse.

El proceso puede haberse vuelto inestable por múltiples causas: ensuciamiento de los sensores, líneas tapadas, cambio en las condiciones de entrada, fouling en los intercambiadores, cavitación de bombas, etc.

Debe chequearse entonces el funcionamiento de cada parte del sistema, y en último término si es necesario retocar la sintonía del controlador.