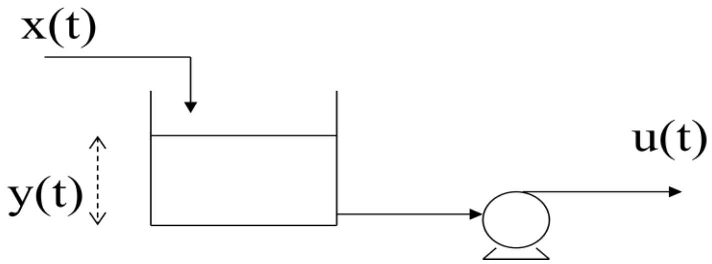
13 EL BUCLE DE CONTROL

El operador de un proceso normalmente monitorea ciertas variables y actúa sobre otras de modo de tener controlado el proceso. Resulta sumamente práctico realizar eso de manera automática, esto es, conectando las variables medidas con las manipuladas a través de un controlador, que actúa de acuerdo a una lógica definida sobre un elemento de control. Veamos un ejemplo, consideremos un tanque:



Como sabemos, el comportamiento dinámico del sistema está dado por la siguiente ecuación, derivada del balance de materia:

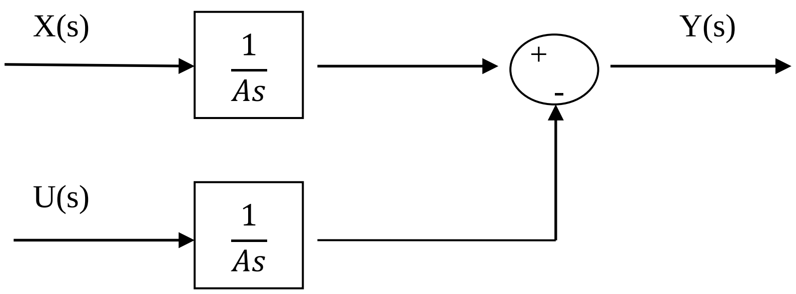
$$A\frac{dy}{dt} = x - u$$

Si la llevamos al dominio de Laplace $A\ s\ Y(s) = X(s) - U(s)$

O bien, expresando la salida en función de las entradas

$$Y(s) = \frac{1}{As}X(s) - \frac{1}{As}U(s)$$

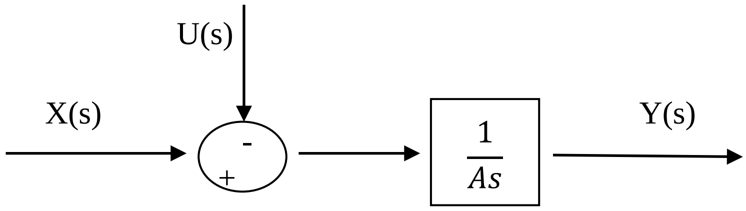
El proceso se puede representar en un diagrama de bloques según



Pero también podemos escribir la expresión de la siguiente manera:

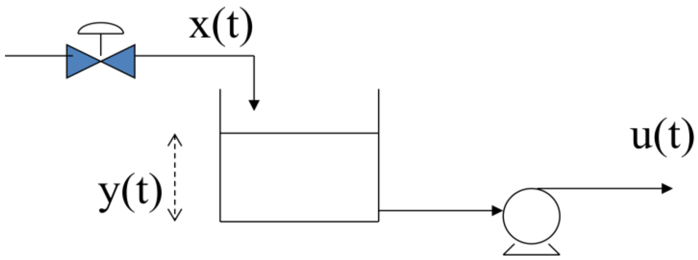
$$Y(s) = \frac{1}{As}\left[X(s) - U(s)\right]$$

Y en este caso el diagrama de bloques sería

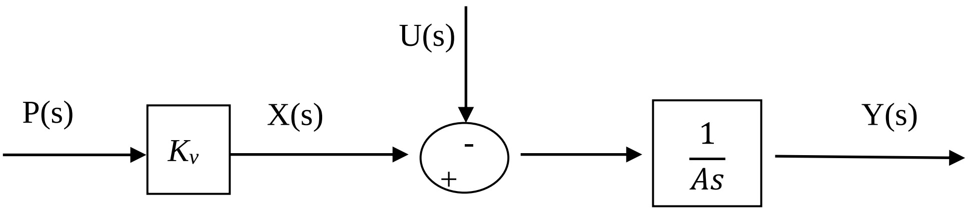


En este esquema, y es la variable de estado a controlar, x es la variable que se manipula y u es la que no se manipula, que puede variar libremente (perturbación). Recordemos que en el diagrama de bloques estamos representando flujos de información donde las entradas y salidas no necesariamente coinciden con flujos físicos de materia.

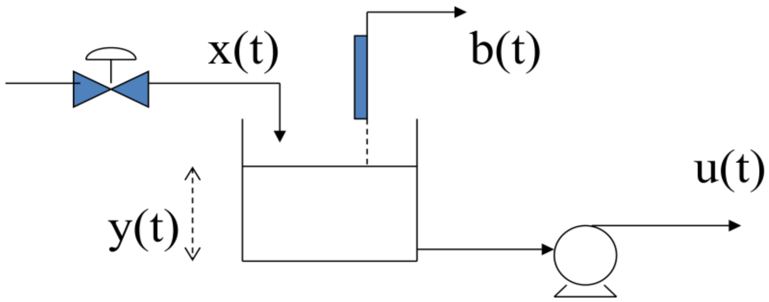
Volviendo al sistema, supongamos que agregamos una válvula para regular el flujo de entrada:



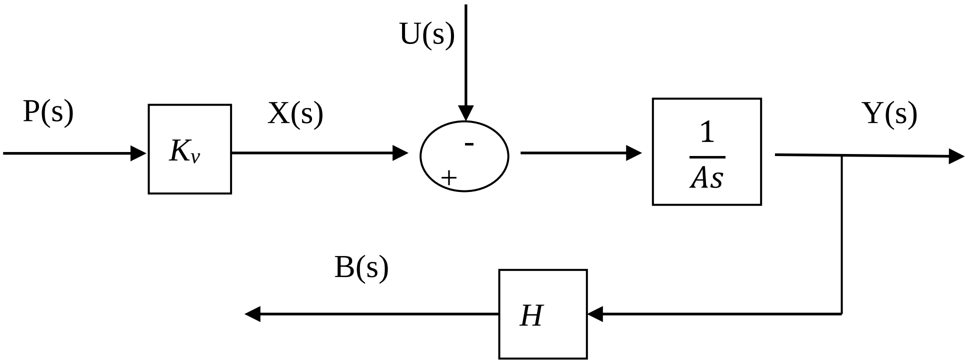
Tal que $X(s) = K_v P(s)$ donde P es una señal que actúa sobre la válvula (para simplificar la función de transferencia de la válvula se tomó con dinámica despreciable, esto es $G_v = K_v$).



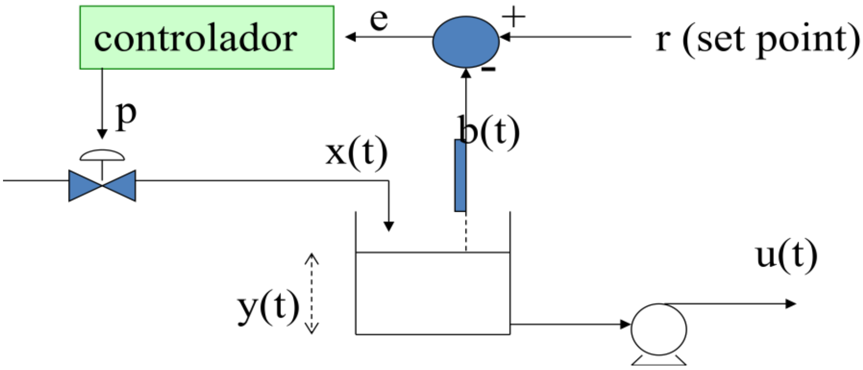
Supongamos que agregamos ahora un sensor para medir la altura del líquido:



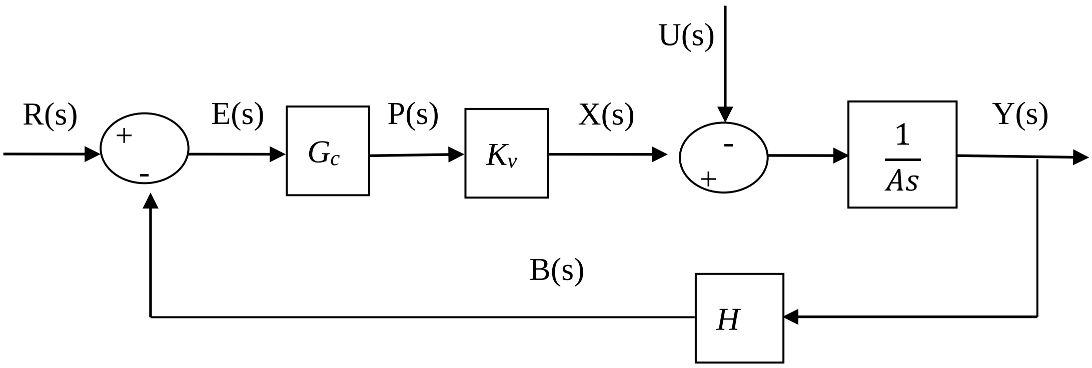
Tal que $B(s) = HY(s)$ donde B es la señal que devuelve el sensor (también en este caso se considera el sensor-trasmisor con dinámica despreciable $G_m = H$).



Compararemos ahora la señal que mide el sensor con un cierto valor deseado (valor de referencia, de consigna o “set point”) y la diferencia entre ambos (error) es la señal que se introduce a un controlador que es quien comanda la válvula de actuación.



Se cierra ahora el bucle de control por lo que se denomina control por retroalimentación o control “feedback”:



Normalmente necesitaremos mantener estable la salida, operando el sistema en **modo de *regulación***. En ese caso el set point es constante, entonces $R(s) = 0$, $E(s) = -B(s)$

$$
\begin{aligned}
Y(s) &= G[X(s) - U(s)] \\
&= -GU(s) + GX(s) \\
&= -GU(s) + GG_v P(s) \\
&= -GU(s) + GG_v G_c E(s) \\
&= -GU(s) - GG_v G_c B(s) \\
&= -GU(s) - GG_v G_c HY(s)
\end{aligned}
$$

Finalmente, podemos expresar la salida en función de la perturbación:

$$
Y(s) = -\left(\frac{G}{1 + GG_c G_v H}\right) U(s)
$$

Este resultado es general, independiente de cuáles sean las funciones de transferencia involucradas. O sea que directamente podemos construir la función de transferencia del sistema con bucle de control operando en modo de regulación de la siguiente manera: en el numerador, el producto de las funciones que hay entre la entrada (en este caso *U*) y la salida (*Y*) ; en el denominador, uno más el producto de todas las funciones que aparecen en el bucle (considerar el signo de menos que aparece en la sumatoria donde se genera la señal de error).

En otras ocasiones, por ejemplo al arrancar un proceso, necesitamos una variación de la señal de entrada, operando el sistema en **modo de *servo***. En ese caso es varía el valor de referencia y probablemente podamos despreciar las perturbaciones, o sea $U(s) = 0$.

$$
\begin{aligned}
Y(s) &= GX(s) \\
&= GG_v P(s) \\
&= GG_v G_c E(s) \\
&= GG_v G_c [R(s) - B(s)] \\
&= GG_v G_c R(s) - GG_v G_c HY(s)
\end{aligned}
$$

Y finalmente podemos expresar la salida en función del cambio en el set point:

$$
Y(s) = \left(\frac{GG_v G_c}{1 + GG_c G_v H}\right) R(s)
$$

También en este caso el resultado es general, independiente de cuáles sean las funciones de transferencia involucradas. La construcción de la función de transferencia del sistema con bucle de control operando en modo servo se realiza de la misma manera que antes:

en el numerador, el producto de todas las funciones de transferencia entre la entrada (en este caso *R*) y la salida (*Y*); en el denominador, al igual que antes, uno menos el producto de todas las funciones que aparecen en el bucle (considerar el signo menos de la sumatoria donde se genera la señal de error).

¿Qué ocurre si las dos entradas actúan simultáneamente? Puede aplicarse entonces el principio de superposición:

$$Y(s)=\left(\frac{GG_cG_v}{1+GG_cG_vH}\right)R(s)-\left(\frac{G}{1+GG_cG_vH}\right)U(s)$$

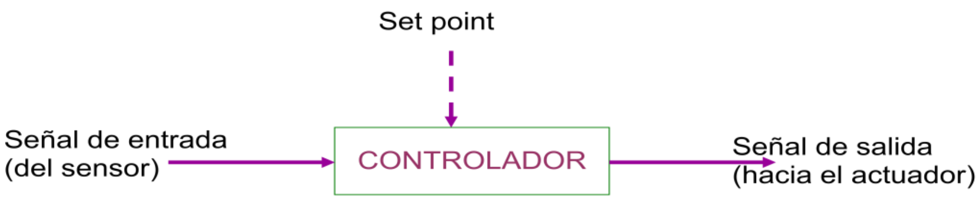
Observemos que si el bucle de control se rompe, queda

$$Y(s)=GG_cG_vR(s)-GU(s)$$

Que equivale a igualar a uno el denominador (o sea no aparece el producto de las funciones del bucle porque éste está roto).

Controladores

El controlador recibe una señal que viene del sensor, la compara con el valor de referencia o set point y mediante algún algoritmo genera una señal que es la que comanda al actuador.



Según el tipo de algoritmo tendremos distintos tipos de controladores.

Control on-off - El tipo más simple de controlador es el control *on – off*, la señal que envía el controlador toma un valor si el error es positivo y otro si es negativo:

$$p(t)=\begin{cases} p_{\max} & si \quad e\geq 0 \\ p_{\min} & si \quad e<0 \end{cases}$$

Aunque en la práctica, los controladores incluyen una “banda muerta” de ancho 2δ para evitar el continuo prendido y apagado:

$$p(t)=\begin{cases} p_{min} \quad si \quad e\geq \delta \\ p_{max} \quad si \quad e\leq -\delta \\ mantiene\ valor\ si \ -\delta\leq e\leq \delta \end{cases}$$

(ver ejem 13.1).

Control proporcional – El siguiente paso de complejidad creciente para el controlador es que la señal que genera sea proporcional a la señal que recibe, o sea proporcional al error, la diferencia entre el valor deseado y el valor medido. Sea $R(t)$ el valor deseado o Set Point y $B(t)$ el valor medido de la variable controlada. Llamamos señal de error a:

$$e(t) = R(t) - B(t)$$

El controlador proporcional genera una salida

$$p(t) = p_0 + K_c e(t)$$

donde p_0 es el valor de base de la salida (bias)
K_c es la ganancia del controlador

La ganancia es el parámetro de ajuste del controlador; para lograr mayor o menor sensibilidad a los cambios se varía la ganancia. A su vez, su signo se elige de manera que el controlador actúe en el mismo sentido o en sentido opuesto a los cambios de entrada. La ganancia puede tener o no unidades dependiendo de que las dimensiones (y unidades) de la entrada y la salida sean o no iguales.

Aparece también en la literatura en lugar de la ganancia (en el caso de que esta sea adimensional) la Banda Proporcional

$$PB = \frac{100\%}{K_c}$$

El bias p_0 se ajusta de manera que coincida con el valor nominal de la salida cuando se pretende que el sistema trabaje en el valor de set point (o sea cuando $e = 0$).

Si escribimos en variables desviación $p'(t) = K_c e(t)$

Por lo que tomando transformadas la función de transferencia del controlador P es

$$\frac{P(s)}{E(s)} = K_c$$

El controlador P es muy sencillo; no obstante, presenta un problema: más allá del valor de la ganancia no es capaz de impedir que cambie el valor de estado estacionario cuando hay un cambio sostenido en la entrada (cambio en escalón). Este fenómeno se llama "*offset*" (ver ejem13.2, ejem13.2.xcox, ejem13.3, ejem13.3.xcos).

Control integral - En este caso la salida del controlador es proporcional a la integral en el tiempo de la señal de error:

$$p(t) = p_0 + \frac{1}{\tau_I}\int_0^t e(t^*)dt^*$$

En este caso el parámetro del controlador es τ_I. Con este tipo de controlador la señal de salida va cambiando hasta que el error es cero, esto es, automáticamente se acomoda al valor del set point, eliminando por lo tanto el offset. Es por eso que en general se usa junto al controlador proporcional y entonces hablamos de control Proporcional-Integral (PI):

$$p(t) = p_0 + K_c\left[e(t) + \frac{1}{\tau_I}\int_0^t e(t^*)dt^*\right]$$

En este caso la función de transferencia es

$$\frac{P(s)}{E(s)} = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right) = K_c\left(\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s}\right)$$

Si bien se elimina el problema del offset muchas veces tienden a producirse oscilaciones y esto puede ocasionar problemas de saturación en los sistemas reales (“reset windup”; ver ejem13.4.xcos y observar el pico que tendría la variable que devuelve el controlador; en los sistemas reales esa señal está acotada, por ejemplo la válvula tiene una apertura máxima y por lo tanto un modelado más realista debe incluir un bloque de saturación).

En el control Diferencial la acción del controlador es proporcional a la derivada del error:

$$p(t) = p_0 + \tau_D \frac{de}{dt}$$

Siendo τ_D el parámetro del controlador. Obsérvese que si el error permanece constante, entonces no ocurre ninguna acción con el control derivativo. Por esta razón este tipo de control nunca se usa solo.

Suele utilizarse frecuentemente la combinación de los tres tipos de control, que denominamos **PID:**

$$p(t) = p_0 + K_c\left[e(t) + \frac{1}{\tau_I}\int_0^t e(t^*)dt^* + \tau_D \frac{de}{dt}\right]$$

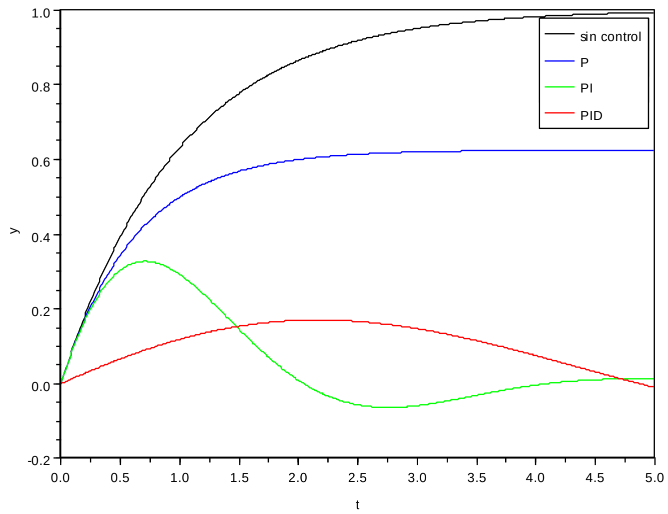
La función de transferencia de este controlador es

$$\frac{P(s)}{E(s)} = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s\right)$$

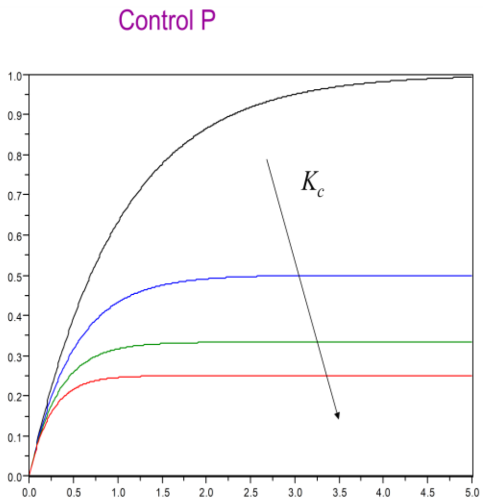
El control derivativo aumenta la velocidad de respuesta para alcanzar el estado estacionario. Pero por la misma razón puede amplificar demasiado la respuesta a los “ruidos”, salvo que estos sean “filtrados”.

Si la ganancia $K_c > 0$ (acción reversa) la señal del controlador aumenta cuando la señal medida disminuye respecto al set point (porque aumenta la señal de error, $e = R - B$). Por el contrario, si $K_c < 0$ (acción directa) la señal del controlador aumenta cuando la señal medida aumenta respecto al set point. Si se trata por ejemplo de controlar un flujo, las válvulas pueden estar diseñadas para abrir (“air-to-open”) o cerrar “(air-to-close”) cuando aumenta la señal sobre ellas. Es importante conocer este detalle para implementar el tipo de acción del controlador en forma adecuada, eligiendo en consecuencia el signo de la ganancia del controlador.

En la siguiente gráfica se muestra la respuesta típica de un sistema frente a un cambio en escalón en la señal de entrada (ver ‘ejem13.5’ y ‘ejem13.5.xcos’):

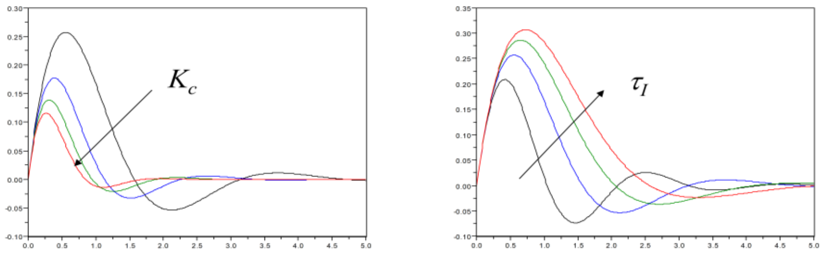


El aumento de la ganancia provoca una disminución en el offset del control proporcional:



En las siguientes gráficas vemos los efectos de aumentar la ganancia o la constante de tiempo en el control PI:

Control PI



Finalmente el efecto de aumentar la constante τ_D sobre la respuesta del controlador PID es la siguiente:

Control PID