

## Práctico 9

Cálculo 3 - año 2014

1. Calcular los siguientes productos exteriores.

(a)  $(x dx + y dy) \wedge (x dx - y dy)$ .      (b)  $[(x^2 + y^2)dx + 2x dy] \wedge [2xy dx + (x^2 - y^2)dy]$ .

(c)  $(x dydz + y dzdx + z dxdy) \wedge (yz dx + zx dy + xy dz)$ .

2. Sean  $\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3$  y  $\omega_4$  1-formas en  $\mathbb{R}^3$ . Probar las siguientes identidades.

(a)  $\omega \wedge \omega = 0$ .      (b)  $(\omega_1 + \omega_2) \wedge (\omega_1 - \omega_2) = 2\omega_1 \wedge \omega_2$ .

(c)  $(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) \wedge (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) = 2(\omega_2 + \omega_4) \wedge (\omega_1 + \omega_3)$ .

3. Calcular la derivada exterior  $d\omega$  de las siguientes formas.

(a)  $\omega = \text{sen}(x^2y)$ ,  $\omega = (x^2 + y^3)z^2$ ,  $\omega = x$ .

(b)  $\omega = xy dx + (x + y) dy$ ,  $\omega = xyz dx + (xy + yz + zx)dy + (x + y + z)dz$ .

(c)  $\omega = xyz dydz + x(y + z)dzdx + (xy + z)dxdy$ ,  $\omega = (x^2 + yz) dydz + x^2(y + z)dzdx$ .

4. Sean  $\omega$  y  $\eta$  1-formas en  $\mathbb{R}^3$ . Probar que  $d(\omega \wedge \eta) = (d\omega) \wedge \eta - \omega \wedge (d\eta)$ .

5. Sea  $\omega$  una 2-forma diferencial de clase  $C^1$  definida en  $U = \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}$ . Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o no.

(a) Si  $\omega$  es exacta entonces es cerrada.      (b) Si  $\omega$  es cerrada entonces es exacta.

6. Probar las siguientes afirmaciones.

(a) Toda 1-forma exacta es cerrada.      (b) Toda 2-forma exacta es cerrada.

(c) No toda 1-forma cerrada es exacta.      (d) No toda 2-forma cerrada es exacta.