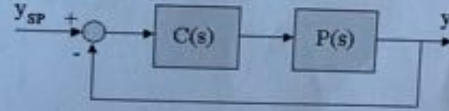


**Ejercicio 4 (9 puntos)**

Considere el sistema de la figura donde el bloque caracterizado por la transferencia  $P(s)$  es una planta y el de  $C(s)$  es un controlador PID. Se ha determinado que para el entorno del punto de operación elegido, un buen modelo de la planta viene dado por  $P(s) = \frac{4}{(s+2)^3}$ .

- 1) Determine analíticamente los valores de la ganancia crítica  $K_u$  y el período crítico  $T_u$ , que surgen del método de ciclo continuo de Ziegler-Nichols para sintonía de un PID serie.
- 2) Diseñe un controlador proporcional de manera que el margen de ganancia del sistema controlado sea 2.
- 3) Calcule el margen de fase resultante del diseño de la parte 2).



$$P(s) = \frac{4}{(s+2)^3}$$

Por método de Z-N para CC usamos solo el controlador proporcional  $k_p$

$$H_{CL}(s) = \frac{4 \cdot k_p}{(s+2)^3 + 4 \cdot k_p}$$

$$R-H: \begin{matrix} (s^2+4s+4)(s+2) + 4k_p \\ s^3+4s^2+4s+2s^2+8s+8+4k_p \\ s^3+6s^2+12s+8+4k_p \end{matrix}$$

$s^3$	1	12
$s^2$	6	$8+4k_p$
$s^1$	$12 - \frac{(8+4k_p)}{6}$	
$s^0$	$8+4k_p$	

$$36 - (4+2k_p) > 0 \quad k_p = k_u = 16$$

Resta hallar  $T_u$  que sale de la frecuencia  $w_u$   $T_u = 2\pi / w_u$

Nota:

Tercer orden genérico:  $s^3 + A \cdot s^2 + B \cdot s + C = 0$

Si  $s = jw$ :  $-jw^3 - A \cdot w^2 + jw \cdot B + C = 0$

$$\begin{cases} -w^3 + B \cdot w = 0 \\ -A \cdot w^2 + C = 0 \end{cases} \quad w = + \sqrt{C/A}$$

En  $s^2$  de R-H:  $6s^2 + 8 + 64 = 0$

$$s^2 = -12$$

$$s = \pm j \sqrt{12}$$

$w_p = 3,46$   
 $T_u = 1,81 \text{ seg}$

\*\*\*\* Verifico que  $w_p = 3.46 \text{ rad/seg}$  es solución

$$\begin{cases} -w^3 + B \cdot w = 0 \\ -A \cdot w^2 + C = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}$$

\*\*\*\* Verificación alternativa

Calculo  $|P(jw_p)| = \frac{4}{((w_p^2+2^2)^{3/2})} = 0,0625$

Como oscilando:  $k \cdot |P(jw_p)| = 1 \quad k_p = \frac{1}{|P(jw_p)|} = 16$

Parte 2

Nos piden  $MG=2$ :

$$k_{\text{Parte2}} = \frac{k_{\text{critico}}}{2} = 8$$

Parte 3

$$|H_{OL}(jw)| = 1 \quad \Rightarrow \frac{32}{\sqrt{w^2+2^2}} = 1 \quad w_p = 2.46 \text{ rad/seg}$$

$$\text{Arg}\{H_{OL}(jw_p)\} = -3 \text{ Arctg}(w_p/2) = -152.86 \text{ grados}$$

$$MF = 180 + \text{Arg}\{H_{OL}(jw_p)\} = 27.14 \text{ grados}$$

## Ejercicio 2 (10 puntos)

Se desea diseñar un equipo calefactor para una piscina. La piscina recibe un caudal de entrada  $Q$  de 5 L/s de agua a 10 °C y se conoce que debido a las pérdidas de agua el volumen de agua se mantiene constante en 2500L a lo largo del tiempo. Las pérdidas de calor al exterior se aproximan constante y de 400 cal/s.

El objetivo es mantener la temperatura de la piscina en  $(30 \pm 4)$  °C utilizando alguno de los siguientes equipos propuestos:

- Inyector de vapor a un serpentín ( $Q = 1000$  cal/s)
- Calefactor a gas ( $Q=750$  cal/s)
- Recirculación con calentadores solares ( $Q=500$  cal/s)

Decidir qué equipo sería más conveniente adquirir si se desea maximizar el periodo de oscilación y calcular el mismo. Dibujar la curva de temperatura en función del tiempo y de potencia entregada por el calentador en función de la temperatura del agua.

### Nota:

Se asume que la temperatura del agua de la piscina es homogénea e igual a la temperatura del agua de las pérdidas.

Datos del agua:

Capacidad calorífica específica: 1 cal/(kg.°C)

Densidad: 1 kg/L

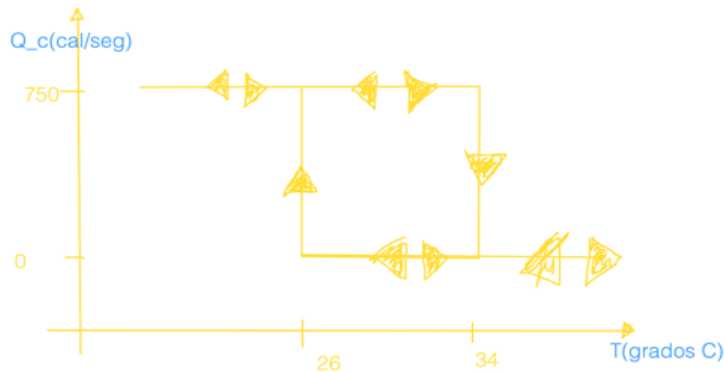
Ejercicio 2

Conservación en el tk:  $V\rho C T^* = Q_c - Q_{ext} + mC(T_{in}-T)$   
 $2500 T^* = Q_c - 400 + 5(10-T)$

Las pérdidas son mayores a  $T=34$ : -520

Quiero  $Q_c > 520$

Curva del controlador o de potencia entregada por el calentador en función de la temperatura del agua.



1) Calefactor apagado

$$2500 T^* = -400 - 5T + 50$$

$$T(0) = 34$$

Laplace:  $2500(sT-34) = (-400+50)/s - 5T$   
 $500(sT-34) = -70/s - T$   
 $T(s+1/500) = 34 - (70/500)/s$

$$T = \frac{34}{s+1/500} - \frac{70/500}{s(s+1/500)} = \frac{34}{s+1/500} + \frac{-70}{s} + \frac{70}{s+1/500}$$

Antitransformo:  $T(t) = 104 e^{(-t/500)} - 70$

2) Calefactor encendido

$$2500 T^* = +750 - 400 - 5T + 50$$

$$T(0) = 26$$

Laplace:  $2500(sT-26) = (750-400+50)/s - 5T$   
 $500(sT-26) = 80/s - T$

$$T(s+1/500) = 26 + (80/500)/s$$

$$T = \frac{26}{s+1/500} + \frac{80/500}{s(s+1/500)} = \frac{26}{s+1/500} + \frac{80}{s} + \frac{-80}{s+1/500}$$

Antitransformo:  $T(t) = -54 e^{-(t/500)} + 80$

Busco el período de oscilación del sistema:

Tiempo de enfriamiento:

$$T(t_{enf}) = 26 = 104 e^{-(t_{enf}/500)} - 70 \quad t_{enf} = 40 \text{ segundos}$$

Tiempo de calentamiento

$$T(t_{cal}) = 34 = -54 e^{-(t_{cal}/500)} + 80 \quad t_{cal} = 80 \text{ segundos}$$

Período de oscilación =  $t_{enf} + t_{cal} = 120$  segundos

