Universidad de la República **Cálculo 1**
Facultad de Ingeniería - IMERL Primer Semestre 2016

Práctico 0 - Repaso

1. Factorizar las siguientes expresiones (escribir como producto y/o cociente de sumas).

   a) $x^2 - 5x + 4$ *b*) $4x^2 - 9$ *c*) $x^3 - x^2 + x - 1$ *d*) $x^4 - 4x^2 + 4$

   e) $x^2 + \dfrac{3}{x}$ *f*) $\dfrac{x-2}{x} - \dfrac{3x^2}{x^5 + 3x^4}$ *g*) $6e^x - 5e^{2x} + e^{3x}$ *h*) $16e^x + 4xe^{3x} - 8x^2e^{2x}$

2. ¿Cuál es el error cometido en el siguiente razonamiento?
   Si $x = y$
   $\Rightarrow x^2 = xy$
   $\Rightarrow x^2 - y^2 = xy - y^2$
   $\Rightarrow (x+y)(x-y) = y(x-y)$
   $\Rightarrow x + y = y$, por lo cual tomando $x = y = 1$ resulta $2 = 1$.

3. Representar en la recta real el conjunto de los $x \in \mathbb{R}$ que verifican:

   a) $3x - 7 < 20x + 5$ *b*) $(x-1)(x+1) \leq 0$ *c*) $x^2 \leq 1$ *d*) $\dfrac{x-1}{x+1} \leq 0$

   e) $x^2 - 5x + 4 > 0$ *f*) $(-x^2 + 2x + 15)(x-1) \geq 0$ *g*) $\dfrac{1}{x+2} + \dfrac{1}{2x-3} \geq 0$ *h*) $\begin{cases} 1 \leq 2x - 5 \\ 4x - 5 \leq 7 \end{cases}$

4. Representar en la recta real el conjunto de los x que verifican:
   a) $|x-2| < 3$ *b*) $|2x-3| \geq 7$ *c*) $|x-5| < |x+1|$ *d*) $x^2 - 5|x| + 4 > 0$

   e) $|2x-5| < |3x+1|$ *f*) $|x^2 + x| > |x+5|$ *g*) $\left|\dfrac{3x+1}{x-2}\right| > 2x + |x|$

5. Representar en la recta real el conjunto de los $x \in \mathbb{R}$ que verifican:

   a) $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x+1} \leq 0$ *b*) $\sqrt{x} - (x-2) \leq 0$ *c*) $\sqrt{x^2 - x} \leq 1$

   d) $\sqrt{x^2 - 5x + 4} > x$ *e*) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x} < 2$ *f*) $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+1} > 2$

Ejercicios complementarios

6. Probar las siguientes propiedades del valor absoluto:

   a) Para todo $x \in \mathbb{R}$, $|x| \geq 0$.

   b) Para todo $x \in \mathbb{R}$, $-|x| \leq x \leq |x|$.

   c) Dados $a, x \in \mathbb{R}$, con $a \geq 0$, se tiene que $|x| \leq a \;\Leftrightarrow\; -a \leq x \leq a$.

   d) Para todo $a \geq 0$ y $x \in \mathbb{R}$, $|x| \geq a \;\Leftrightarrow\;$ o bien $x \leq -a$, o bien $x \geq a$.

   e) Desigualdad triangular: $|x + y| \leq |x| + |y|$. $\forall\, x, y \in \mathbb{R}$.

   f) Otra versión de la desigualdad triangular: $|x - y| \geq ||x| - |y||$.

   g) Si $x, y \in \mathbb{R}$, entonces $|xy| = |x||y|$.