

SEGUNDO PARCIAL - 5 DE DICIEMBRE DE 2014

Nº de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 40 puntos)

En cada pregunta hay una sola opción correcta.

Respuesta correcta: 8 puntos Respuesta incorrecta: -2 puntos No responde: 0 punto

Respuestas de múltiple opción

1	2	3	4	5

Ejercicio 1.

Sea $f(x) = (x - 1)^3 + e^{-2x} - x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, tal que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + ax^2 + bx^3}{x^4} = \frac{2}{3}$$

Entonces, f presenta en $x = 0$ un

- (A) máximo relativo y $a = 1$ y $b = \frac{1}{3}$
- (B) máximo relativo y $a = 1$ y $b = 0$
- (C) mínimo relativo y $a = 1$ y $b = \frac{1}{3}$
- (D) mínimo relativo y $a = -1$ y $b = \frac{1}{3}$
- (E) punto de inflexión y $a = 1$ y $b = \frac{1}{3}$

Ejercicio 2.

Sea $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ continua tal que, $\forall x \in \mathbb{R}^+$,

$$\int_e^{e^x} f(t) dt = x^4 + \lambda$$

Entonces:

- (A) $\lambda = -1$ y $f(e) = 4e$
- (B) $\lambda = -1$ y $f(e) = \frac{4e^3 - 1}{e}$
- (C) $\lambda = -1$ y $f(e) = \frac{4}{e}$
- (D) $\lambda = 1$ y $f(e) = \frac{4}{e}$
- (E) $\lambda = 0$ y $f(e) = \frac{4}{e}$

Ejercicio 3.

Si $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(t) = \frac{2t-3}{(t^2+4)(t+1)}$, sean

$$(I) \int_0^{+\infty} f(t) dt \quad \text{y} \quad (II) \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt$$

Entonces:

- (A) Solo (I) converge y converge a $\frac{\pi}{4}$
- (B) Solo (I) converge y converge a $\frac{\pi}{4} - \log 2$
- (C) Las dos convergen
- (D) Ninguna converge
- (E) Solo (I) converge y converge a $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

Ejercicio 4.

Sean $f(x) = x - x^2$ y $g(x) = ax$. Un valor de $a \in \mathbb{R}$ para el cual el área de la región comprendida entre los gráficos de f y g vale $\frac{9}{2}$ es:

- (A) -2 (B) $\frac{1}{6}$ (C) 0 (D) -1 (E) $\frac{1}{2}$

Ejercicio 5.

El valor de la integral definida,

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x) \sqrt{4 - \sin(2x)} dx$$

es:

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $\frac{1}{2} - \sqrt{3}$ (E) $\frac{8}{3} - \sqrt{3}$

Desarrollo (Total: 20 puntos).

PARA USO DOCENTE

a	bi)	bii)	biii)	TOTAL

Ejercicio 1.

- a) Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua y $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $F(x) = \int_a^x f(t) dt$. Probar que F es derivable en (a, b) y que $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in (a, b)$.
- b) Sea $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(t) = \frac{\log t}{t^2}$. Se define $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ por $G(x) = \int_1^{e^x} f(t) dt$.
- Probar que G es derivable en \mathbb{R} y hallar su derivada. (Justificar su respuesta).
 - Estudiar la monotonía de G en \mathbb{R} . (Justificar su respuesta).
 - Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} G(x)$.